

예보관 훈련용 기술서

대기역학



목차

- 1장. 기상학을 위한 수학
- 2장. 운동방정식
- 3장. 운동방정식의 근사
- 4장. 비지균형
- 5장. 층두께와 온도풍
- 6장. 이류의 기본 원리
- 7장. 연속방정식과 비지균 운동
- 8장. 소용돌이도
- 9장. 기온 변화
- 10장. 위치 소용돌이도
- 11장. 경계층 기상학

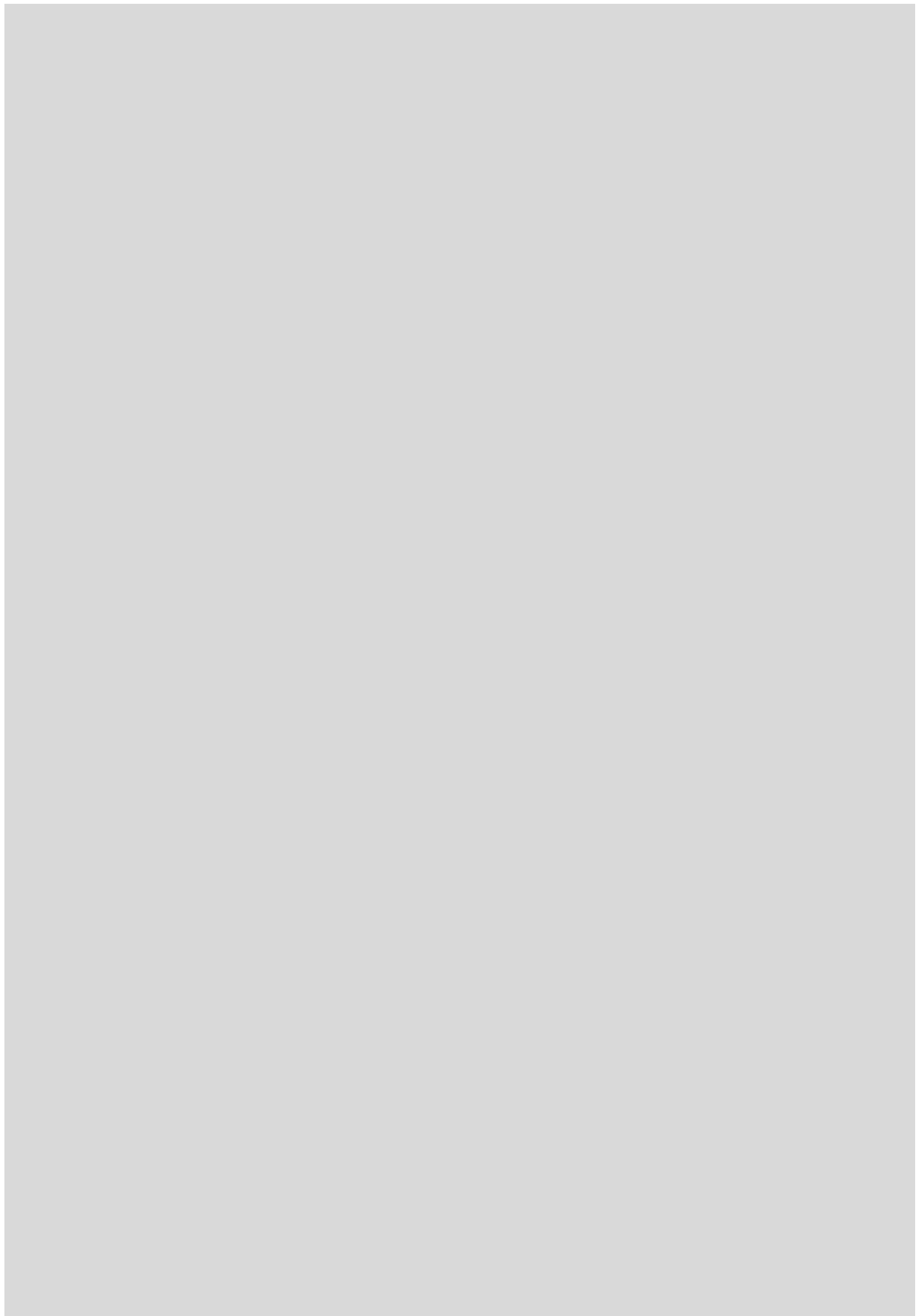
목차

12장. 준지균 운동과 그 예측

13장. 연직 운동의 진단

14장. 대기 파동과 상호조절

15장. 경압 불안정



1장. 기상학을 위한 수학

- 1.1 서론
- 1.2 좌표계
- 1.3 벡터
- 1.4 경도
- 1.5 벡터연산자 ∇

학습목표

- 지표면에서의 직각 좌표계를 이해한다.
- 벡터의 기본 성질과 벡터의 덧셈, 뺄셈 및 곱셈의 개념을 이해한다.
- 전미분과 편미분의 차이를 인식한다.
- 벡터 연산자 ∇ 과 라플라시안 연산자 ∇^2 의 사용법을 학습한다.

1.1 서론

1.1 서론

대기역학을 공부하려면 수학을 어느 정도 사용하는 것이 불가피하다. 특히 대기 운동은 물리 법칙을 따르고 있다. 이 물리 법칙은 방정식의 형태로 편리하게 표현될 수 있다. 이와 같은 방정식을 조사하면 대기가 어떻게 움직이는지 더 잘 이해할 수 있게 된다. 또한 대기를 수학적으로 모델링함으로써 미래의 대기가 어떻게 행동하는지 예측할 수 있게 된다.

이 장의 목적은 대기의 역학을 이해하기 위하여 필요한 몇 가지 수학을 간단히 복습하는 것이다. 여기서는 엄격한 수학적 정의보다 수학적 개념에 대한 물리적 해석을 강조할 것이다

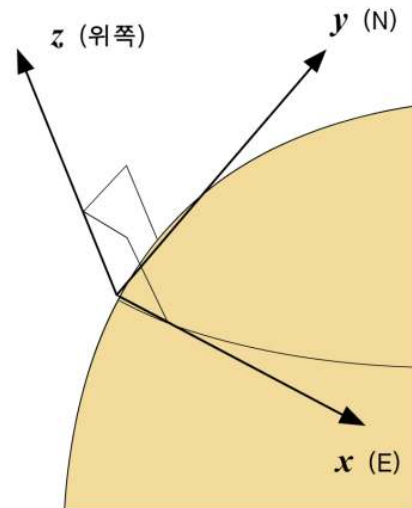
1.2 좌표계

1.2 좌표계

대기는 움직이고 있기 때문에 이 움직임을 잘 나타낼 수 있는 좌표계 또는 기준틀을 먼저 정의할 필요가 있다. 통상적으로 사용되어 온 좌표계는 지표면에 상대적으로 고정된 직각 좌표계이다. 이 좌표계는

x축을 동서 방향으로 (동쪽 방향이 양의 방향)
y축을 남북 방향으로 (북쪽 방향이 양의 방향)
z축을 국지적 연직 방향으로 (위쪽 방향이 양의 방향)
정의하고 있다.

이 직각 좌표계는 그림 1.1에 나타나 있다. 기상학에서는 자주 연직 좌표축으로 고도 대신 기압을 사용하는데, 그 이유는 기압이 측정하기 쉬운 변수이고 또한 연직 방향으로 감소하는 성질을 갖고 있어서 사용하기에 자연스럽기 때문이다. 기압은 고도가 증가함에 따라 감소하므로, 양의 기압(p) 방향은 아래쪽을 향한다.



[그림 1.1] 지표면의 한 점에서 나타난 직각 좌표계

이와 같은 좌표계가 실제로 지구와 함께 회전하고 있다는 사실은 문제를 약간 더 복잡하게 만든다. 이 문제는 전향력을 도입함으로써 극복될 수 있는데 나중에 운동 방정식 설명에서 자세히 언급하기로 한다.

때때로 대기의 운동을 바라볼 때, 우리는 공기 덩이의 움직임을 따라 가며 그 운동을 살펴보기를 원한다. 이 경우에는 공기 흐름을 따라 이동하는

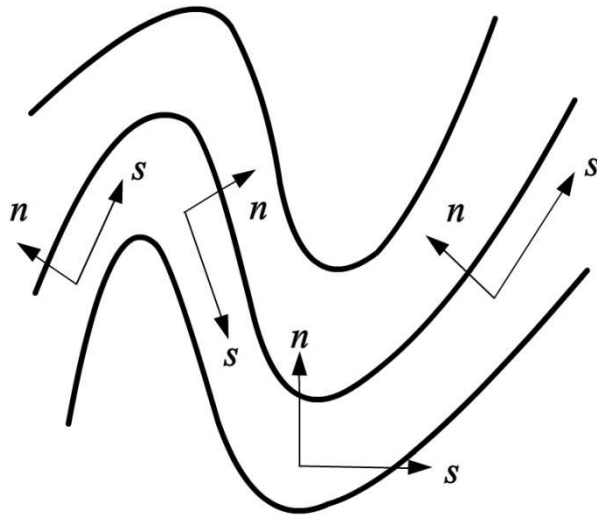
1.2 좌표계

좌표계를 정의하는 것이 훨씬 더 편리하다. 이 좌표계는

s축을 흐름의 방향으로(흘러가는 쪽 방향을 양의 방향으로)

n축을 흐름 방향의 직각 방향으로(운동 방향의 왼쪽 방향을 양의 방향으로)

정의된다. 이 좌표계를 *자연 좌표계*라 부르고, 그림 1.2에 나타내었다.



[그림 1.2] 자연 좌표계. 흐름의 방향이 변함에 따라 축의 방향도 바뀐다. s축은 항상 유체가 흘러가는 쪽을 향한다. 그리고 n축은 항상 흐름 방향의 직각인 왼쪽을 향한다.

벡터는 크기와 방향을 갖고 있다. 기상학자가 관심을 갖고 있는 많은 것들이 벡터이기 때문에 기상학에서 벡터는 아주 중요한 요소이다. 풍속, 공기 덩이에 작용하는 힘 그리고 가속도 등은 모두 벡터량이다. 기압과 기온 같은 스칼라량의 *경도(Gradient)*가 모두 벡터임을 기억하자. 경도는 1.4절에서 보다 상세하게 다룰 것이다.

직각 좌표계를 사용하면, 각 축에 대하여 단위 벡터를 정의할 수 있다. 단위 벡터 \mathbf{i} 는 크기가 1이고 x축을 따라 증가하는 방향을, 단위 벡터 \mathbf{j} 는 크기가 1이고 y축을 따라 증가하는 방향을, 그리고 단위 벡터 \mathbf{k} 는 크기가 1이고 z축을 따라 증가하는 방향을 향하고 있다.

기상학에서 가장 일반적인 관례는 바람 벡터 \mathbf{V} 를 x, y, z축 방향의 세 성분으로 분해하는 것이다. 즉, \mathbf{V} 는 양의 x 방향 성분 u, 양의 y 방향 성분 v, 그리고 양의 z 방향 성분 w로 분해된다.

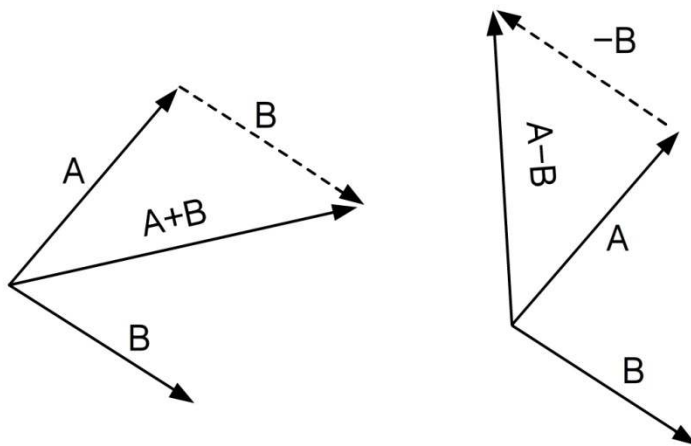
1.3 벡터

만일 연직 좌표축으로 기압(p)을 사용한다면, 연직 속도로는 $\omega(\equiv dp/dt)$ 를 정의하여 사용한다. 연직 좌표 p값이 아래 방향으로 증가하기 때문에, 양의 ω 값은 하강 운동을 나타낸다.

만일 s와 n축을 갖고 있는 자연 좌표계를 사용한다면, 모든 흐름이 s축을 따라 움직이기 때문에 바람을 성분으로 분해할 필요가 없게 된다. n축 방향의 흐름 성분은 항상 0이다.

1.3.1 벡터 덧셈과 뺄셈

벡터를 그 성분으로 분해하고 각 성분을 더하거나 뺌으로써 벡터의 덧셈이나 뺄셈을 할 수 있다. 기상학에서 취급하는 벡터들은 성분으로 쉽게 분해되지 않는 경향이 있기 때문에 벡터 덧셈과 뺄셈의 경우에 흔히 그래프 방법이 유용하게 사용된다. 이 그래프 방법이 아래 그림에 나타나 있다. 덧셈의 경우에 벡터의 순서가 중요하지 않지만 ($A+B=B+A$), 뺄셈의 경우에는 $A-B=-(B-A)$ 이기 때문에 그 순서가 중요하다.



[그림 1.3] 그래프 방법으로 나타낸 벡터 덧셈(왼편)과 뺄셈(오른편)

1.3.2 벡터 곱셈

두 벡터를 곱하는 방법에는 두 가지가 있다. 첫 번째 방법은 ‘내적’(Scalar Product 또는 Dot Product)으로서 그 결과가 스칼라로 되고, 두 번째 방법은 ‘외적’(Cross Product)으로서 그 결과가 벡터로 된다.

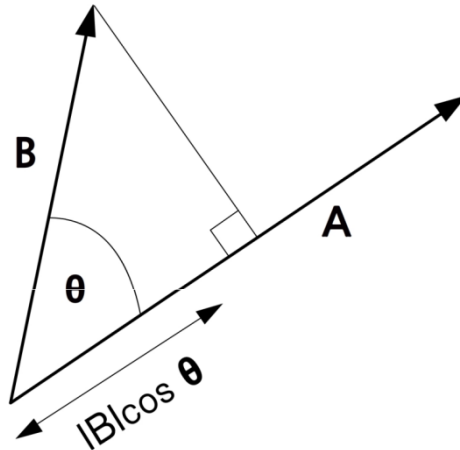
1.3 벡터

1.3.2.1 내적 또는 스칼라적(Dot Product, Scalar Product)

만일 두 벡터가 평행하다면, 그 벡터들의 내적은 간단히 각 벡터 길이의 곱이 된다. 보다 일반적으로 만일 두 벡터가 각 θ 만큼 각을 이루고 있다면, 두 벡터의 내적은 각 벡터 길이의 곱에 $\cos\theta$ 를 곱한 값이 된다.

즉, $A \cdot B = |A||B|\cos\theta$

이 내적의 물리적 해석은 벡터 A의 방향으로 분해된 벡터 B의 길이에 벡터 A의 길이를 곱한 값이 벡터의 내적이라는 것이다. 그림 1.4는 이것을 보여주고 있다. 두 벡터가 서로 직각을 이루고 있다면 $\cos 90^\circ$ 가 0이기 때문에 내적 값은 0이 된다.



[그림 1.4] 벡터 내적의 표현. 길이 $|B|\cos\theta$ 는 벡터 B를 벡터 A에 투영한 것을 가리킴

만일 성분 형태로 두 벡터가 주어진다면, 두 벡터의 대응하는 성분끼리 서로 곱한 다음 그 곱들을 더함으로써 내적 값을 계산할 수 있다. 만일 벡터 A의 성분이 A_1, A_2, A_3 이고 벡터 B의 대응 성분이 B_1, B_2, B_3 이면, 이 두 벡터의 내적은 다음과 같이 표현된다.

$$A \cdot B = A_1B_1 + A_2B_2 + A_3B_3$$

기상학에서 내적은 기온과 같은 양의 이류(한랭이류, 온난이류 등)를 계산하는데 일반적으로 사용된다. 바람 벡터와 기온 경도 벡터의 내적은, 그 부호가 음이 되기는 하지만, 이류의 양을 나타낸다. 만일 기온 경도 방향이 풍향과 직각이면(즉, 기온이 공기 흐름 방향을 따라 변하지 않는다면), 온도 이류는 발생하지 않는다.

1.3 벡터

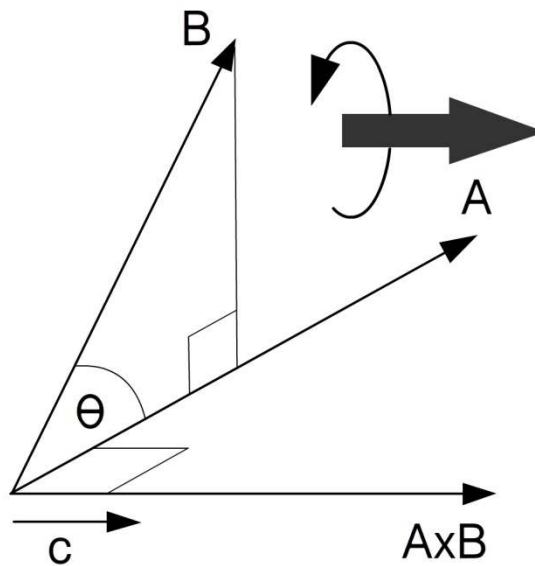
1000-500hPa 층후와 500hPa 일기도가 결합된 차트에서 다이아몬드(마름모꼴) 방법을 이용하여 온도 이류 영역을 찾고자 할 때는 벡터 내적을 효과적으로 계산할 수 있다.

1.3.2.2 외적 또는 벡터적(Cross Product)

외적은 그것이 또 다른 벡터라는 점에서 약간 더 복잡하다. 따라서 외적은 크기뿐만 아니라 방향도 갖고 있다. 외적의 크기를 계산하기 위해서는 두 벡터의 크기를 곱한 다음, 이 결과에 두 벡터 사이의 각에 대한 $\sin\theta$ 를 곱하면 된다. 그러므로 두 벡터의 외적은 두 벡터가 서로 직교($\theta=90^\circ$)할 때 가장 크고, 두 벡터가 평행할 때 외적은 0이 된다.

$$A \times B = |A||B|\sin\theta c$$

여기서 c 는 외적의 방향을 정의하는 단위 벡터이다. 이 단위 벡터는 그림 1.5에서 보여 주듯이 오른손 나사 법칙으로 정해진다.



[그림 1.5] 벡터 외적 $A \times B$ 의 표현. 외적의 방향은 굵은 화살표가 가리키듯이 오른손 나사 법칙으로 결정됨

- 손가락이 벡터 A와 같은 방향을 가리키도록 오른손을 누인다고 생각하라.
- 그 다음 그림 1.5의 곡선 화살표로 표시한 대로 벡터 B 쪽으로 손가락들을 굽힌다고 생각하라.

1.3 벡터

- 그러면 엄지 손가락은 굽은 화살표 방향을 가리키게 되며, 이 방향이 바로 $A \times B$ 의 방향이다.

만일 벡터의 순서를 바꾸어 외적을 수행한다면, 벡터 $B \times A$ 는 $A \times B$ 와 180° 반대 방향을 향할 것이다. 따라서 $(A \times B) = -(B \times A)$ 이다.

우리가 벡터의 성분들을 안다면 벡터 외적을 계산하기 위해 행렬식을 사용할 수 있다. 만일 벡터 \mathbf{A} 의 성분이 A_1, A_2, A_3 이고 벡터 \mathbf{B} 의 성분이 B_1, B_2, B_3 이라면 외적은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_1 & A_2 & A_3 \\ B_1 & B_2 & B_3 \end{vmatrix}$$

$$\text{따라서 } \mathbf{A} \times \mathbf{B} = \mathbf{i}(A_2B_3 - B_2A_3) - \mathbf{j}(A_1B_3 - B_1A_3) + \mathbf{k}(A_1B_2 - B_1A_2)$$

기상학에서는 외적이 여러 경우에 사용된다. 예를 들면, 공기 덩이의 코리올리 가속도는 지구 자전 각속도 벡터와 공기 덩이의 속도 벡터와의 외적으로 표현된다.

$$\text{코리올리 가속도} = -2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}$$

\mathbf{V} 는 u, v, w 성분을 갖고 있고 $\boldsymbol{\Omega}$ 는 $0, \Omega \cos \phi, \Omega \sin \phi$ 성분을 갖고 있다. 코리올리 가속도의 성분은 x 방향으로 $(2\Omega v \sin \phi - 2\Omega w \cos \phi)$, y 방향으로 $-2\Omega u \sin \phi$, z 방향으로 $2\Omega u \cos \phi$ 임을 여러분이 확인할 수 있을 것이다.

1.4 경도

기상학에서 경도의 개념은 자주 나온다. 특히 어떤 양의 경도는 그 절대값보다 더 중요하다. 예를 들면, 지균 풍속은 기압 경도로 결정된다. 그리고 온도 이류는 흐름 방향의 온도 경도에 의해 결정된다. 이 경우 지균풍속이나 온도 이류를 계산할 때 기압이나 온도 자체의 절대값은 중요하지 않고 그 경도가 중요하다.

어떤 양의 경도는 단순히 ‘위치에 따른 그 양의 변화율’로 정의된다. 이것을 계산하는 방법에는 몇 가지가 있다.

1.4.1 미분

이것은 어떤 한 점에서 어떤 양의 경도를 계산하기 위한 수학적 기법이다. 만일 우리가 x 에 관한 A 의 경도를 계산하고자 한다면, 미분을 사용한다. 미분을 효과적으로 계산하려면 x 축을 따라 무한히 작은 거리를 움직이면서 A 가 얼마나 변하는지를 보아야 한다.

우리가 사용하는 표시법은 보통 다음 형태를 갖는다.

$$dA/dx = x \text{에 관한 } A \text{의 경도}$$

기상학에서 A 는 기압, 기온 또는 소용돌이도와 같은 변수일 수 있다. 그리고 어떤 변수의 경도를 어느 방향(x, y 또는 z)에 대하여 계산할 수도 있고 시간에 관하여 계산할 수도 있다. 이것은 다음의 편미분 개념으로 설명된다.

1.4.2 편미분

거의 모든 기상 변수는 3차원의 함수이고 시간의 함수이다. 다른 말로 표현하면, 이 변수들은 서쪽에서 동쪽으로(x 축을 따라), 남쪽에서 북쪽으로(y 축을 따라), 연직 방향의 위와 아래로(z 또는 p 축을 따라) 이동함에 따라 변하고, 시간에 따라 또한 변한다. 이 세 가지 방향에 따른 변화율과 시간에 따른 변화율이 서로 다를 것이므로, 각각의 경도를 분리시켜 따로 계산할 필요가 있다. 편미분이 바로 이것을 하는 것인데, 어떤 한 축에 따른 경도를 계산할 때 다른 축에 따른 변화와 시간에 따른 변화를 무시하는 것이다.

1.4 경도

바람에 의한 온도 이류를 계산하려 한다고 하자. 만일 바람이 서풍이라면, 오로지 동서 방향의 온도 변화에만 관심을 둘 것이다. 이때 남북 방향이나 연직 방향의 어떤 온도 변화도 이류에 영향을 미치지 못 할 것이다. 따라서 비록 온도가 x, y, z 와 시간(t)의 함수일지라도 x 에 관한 온도 변화만을 계산하면 된다. 그래서 다음과 같은 표시법을 사용한다.

$$\partial T / \partial x = y, z \text{ 및 } t \text{ 를 상수로 취급한 상태에서 } x \text{ 에 관한 } T \text{ 의 경도}$$

이 표현에서 $\partial / \partial x$ 는 편미분을 나타내고 있음을 주목하라.

1.4.3 유한차분법

우리는 일기도 위에서 어떤 양의 경도를 측정하고자 할 때가 자주 있다. 이러한 경우에 미분할 수 있는 양에 대한 수학적 표현이 없다. 또한, 무한히 작은 거리에 대한 변화를 측정하는 것이 불가능하다. 이 경우에 경도를 계산하기 위하여 유한차분 근사를 사용할 수 있다. 즉, 유한차분법을 사용하면 어떤 양이 유한한 간격에서 얼마나 변하는지를 측정할 수 있게 된다. 그 표시법은 다음과 같다.

$$\partial A / \partial x \approx \Delta A / \Delta x$$

여기서 Δx 는 x 축을 따른 유한 거리를 나타내고, ΔA 는 이 유한 거리에 대한 A 의 변화량이다.

Δx 가 작아질수록 근사는 더욱 정확해지나, Δx 를 너무 작게 잡으면 ΔA 의 값을 제대로 측정할 수 없게 된다. 또한 ΔA 를 측정하는데 어떤 오차가 생기면 이것이 $\Delta A / \Delta x$ 의 계산에 큰 영향을 줄 것이다.

차트에서 이와 같은 계산이 의미있게 되는 영역을 선택할 때 주의해야 할 일이 있다. 만일 어떤 영역에 측정하고자 하는 양의 최대값이나 최소값이 존재한다면, 이들 극값을 걸쳐서 간격 Δx 를 선택하여 경도 $\Delta A / \Delta x$ 를 계산할 때 매우 잘못된 값이 도출된다. 따라서 차트에서 경도를 계산하고자 할 때는 간격 Δx 안에서 이 경도가 거의 상수가 되는 영역을 선택할 필요가 있다.

1.4 경도

1.4.4 총변화율, 국지변화율 및 이류변화율

통상적으로 우리가 기상 관측을 할 때는 한 고정된 지점에서 수행한다. 우리가 측정하는 변수가 변화하는 것은 관측지점을 지나가는 다른 특성의 공기 때문일 수 있고, 관측지점의 공기 자체가 변질되기 때문일 수도 있고, 이 둘이 함께 나타나기 때문일 수도 있다.

앞에서 언급한 것처럼 통상 기상 관측을 할 때 한 고정된 점에서 측정하게 되는데, 이것은 x, y, z 를 고정시키고 시간에 따른 변화를 효과적으로 측정하게 되는 셈이다. 앞에서 설명한 표기법에 의하면 이 관측이 바로 $\partial/\partial t$ 를 측정하는 것이다. 이 $\partial/\partial t$ 를 어떤 양의 국지변화율 또는 ‘오일러(Euler) 변화율’이라 부른다. 이 국지 변화율은 다음과 같이 공기 덩이 자체의 총변화율과 이류변화의 항으로 나타낼 수 있다.

$$\partial A/\partial t = dA/dt - u\partial A/\partial x - v\partial A/\partial y - w\partial A/\partial z$$

dA/dt 는 개개의 공기 덩이가 이동함에 따른 그 공기 덩이의 특성인 A 의 변화율이다. 만일 A 가 기온(T)이라면, dT/dt 는 공기의 복사 냉각 또는 가열을 나타낼 것이다. 이 항 dA/dt 는 총변화율(때때로 ‘라그랑지(Lagrange) 변화율’)이라고 알려져 있다.

만일 우리가 한 점에 고정되어 있지 않고 흐름과 함께 이동한다면, 이 항은 우리가 이동하면서 측정하는 A 의 변화율이다.

위 식의 오른쪽 나머지 세 항들은 바람의 세 성분에 의해 관측 지점을 지나가는 공기 이류 때문에 생기는 고정 관측 지점에서의 A 의 변화를 나타낸다. 이 세 항 중에서 첫 번째 항을 고려하자.

- $\partial A/\partial x$ 는 x 축을 따른 A 의 경도이고 u 는 x 축을 따른 풍속의 성분이다.
- $\partial A/\partial x$ 가 양이면, 이것은 A 가 양의 x 방향으로 증가함을 의미한다(즉, 이 경우에는 A 값이 서쪽에서 낮고 동쪽에서 높다).
- u 또한 양이면 바람은 서쪽에서 동쪽으로 불어서, 관측소 쪽으로 점점 낮아지는 A 값을 가진 공기 덩이를 바람이 관측소를 향하여 이동시킬 것이다.
- 따라서 바람 성분 u 에 의해 생기는 이류는 관측소에서 A 값을 떨어뜨리게 되고, 이때 이류는 음의 부호로 나타난다.
- 나머지 두 이류 성분도 위와 완전히 같은 방법으로 이해할 수 있다.

1.4 경도

자연 좌표계에서는 위의 표현을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\partial A / \partial t = dA / dt - V \partial A / \partial s$$

$\partial A / \partial s$ 는 흐름을 따른 A 의 경도를 나타내기 때문에 바람을 성분으로 나눌 필요가 없다.

1.5 벡터 연산자 ∇

벡터 편미분 연산자 ∇ (Del)은 아주 유용한 속기형 표시법이다. 이것을 사용하면 스칼라장과 벡터장 모두의 중요한 특성을 계산할 수 있다. ∇ 은 벡터이기는 하지만 그 자체의 물리적 의미는 없고, 단지 스칼라장 또는 벡터장과 함께 사용될 때 의미를 갖게 된다. ∇ 의 형태는 다음과 같이 세 성분으로 분해하여 표현할 수 있다.

$$\nabla A = \mathbf{i}\partial A/\partial x + \mathbf{j}\partial A/\partial y + \mathbf{k}\partial A/\partial z$$

이제 이 연산자를 기상장에 적용하는 여러 방법을 조사해 보자.

1.5.1 ∇ 과 경도

∇ 을 기상장에 적용하는 가장 간단한 방법이 바로 ∇ 을 이용하여 그 기상장의 3차원 경도를 나타내는 것이다. 즉, 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\nabla A = \mathbf{i}\partial A/\partial x + \mathbf{j}\partial A/\partial y + \mathbf{k}\partial A/\partial z$$

따라서 ∇A (때때로 $\text{grad } A$ 라고 부름)는 3차원에서 A 의 변화율을 나타낸다. 앞의 1.3.2.1 절에서 설명했듯이, 이 경도 벡터를 바람벡터와 내적을 취한다면 바람의 세 성분에 의해 생기는 어떤 양의 이류를 얻을 수 있다. 기온의 경우에 이류는 다음과 같이 표현된다.

$$-V \cdot \nabla T = -u\partial T/\partial x - v\partial T/\partial y - w\partial T/\partial z$$

1.4.4 절에서 배운 것처럼, 위 식의 오른쪽 세 항들은 이류에 의한 온도 변화율 즉, 온도 이류의 성분들이다(여기서 음의 부호가 매우 중요하므로 부호를 절대로 빠뜨려서는 안 된다). 이처럼 기온의 국지 변화율을 다음과 같이 벡터 연산자로 나타낼 수 있다.

$$\partial T/\partial t = dT/dt - V \cdot \nabla T$$

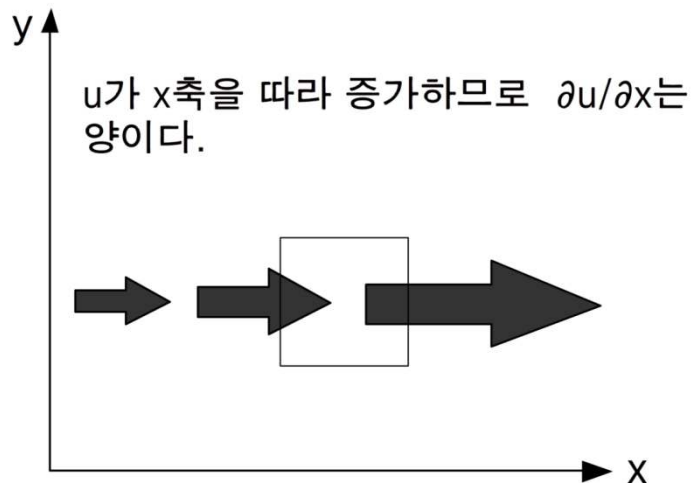
1.5 벡터 연산자 ∇

1.5.2 ∇ 과 발산

바람장의 발산은 기상학자들이 매우 관심을 갖고 있는 물리량이다. 유체의 연속 원리로부터 수평 발산은 연직 운동과 연관되어 있음을 알고 있고, 다인(Dine)의 2층 모델은 상층 발산과 수렴이 지표면에서의 기압 하강 또는 상승과 관련되어 있음을 보이고 있다. 다인의 2층 모델은 7.4.2절에서 자세히 설명한다.

만일 대기 중의 한 점에서 발산이 일어나고 있다면, 이것은 그 점으로부터 멀어져 가는 바람의 흐름이 그 점 쪽으로 향하는 바람의 흐름보다 강하다는 것을 의미한다. 다시 말하면, 바람이 한 점을 향해 공기 덩이를 채우는 속도보다 그 점으로부터 멀어져 가는 쪽으로 더 빨리 나른다는 말이다. 이 경우, 그 점에서는 질량의 순손실이 있게 되고 이것은 연직 운동에 의해 균형이 이루어져야 한다.

그림 1.6에서 보인 것처럼, 흐름이 오로지 x 축을 따라 흐르는 존재하는 가장 간단한 경우를 고려하자.



[그림 1.6] 발산의 간단한 표현. 화살표의 크기는 바람의 강도에 비례함. 바람이 x 축을 따라 증가하기 때문에, 표시된 상자 안에서 발산이 일어난다.

1.5 벡터 연산자 ∇

- 바람이 순전히 서풍이고 x 축을 따라 증가한다. 그러므로 $\partial u/\partial x$ 는 양이다.
- 그림 안의 상자 속으로 들어가는 흐름은 상자 밖으로 나가는 흐름보다 약하다.
- 그러므로 공기는 상자 속으로 들어가는 것보다 더 빨리 상자 밖으로 나간다.
- 이것은 상자 속에서 발산이 일어나고 있다는 것을 의미한다.
- 흐름에 따라 다른 점으로 그 상자를 이동시키더라도 발산은 계속 발생하게 된다.
- 따라서 양의 $\partial u/\partial x$ 는 발산을 일으킨다.

흐름이 순전히 y 축을 따라 존재해도 같은 결과를 얻게 되고, 양의 $\partial v/\partial y$ 또한 발산을 일으키게 된다.

1.5 벡터 연산자 ∇

보통 흐름은 u 와 v 성분을 둘 다 갖고 있고, 이 두 성분은 흔히 반대로 기여한다. 이것은 발산이 통상적으로 작고, 흐름에 *비지균* 성분이 뚜렷하게 있는 곳에서만 발산이 커질 수 있다는 것을 의미한다.

바람장의 수평 발산은 u 와 v 로부터 생기는 두 항의 합으로 다음과 같이 쓸 수 있다.

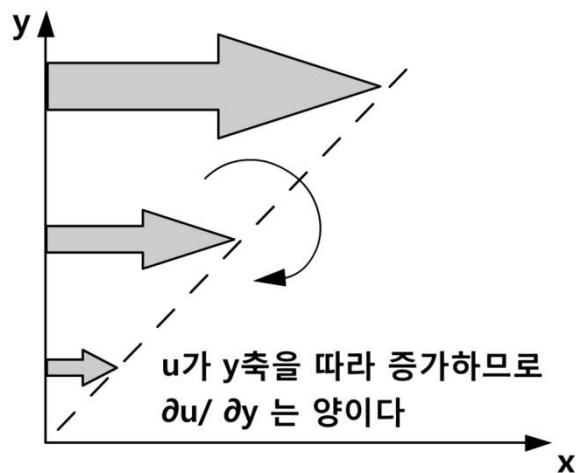
$$\text{수평 발산} = \partial u / \partial x + \partial v / \partial y$$

벡터 연산자 ∇ 과 수평 바람 벡터를 내적으로 결합한다면, 정확히 이 결과를 얻게 된다. 즉, 바람장의 발산에 대한 간결한 표현으로서 $\nabla \cdot \mathbf{V}$ 를 사용한다.

1.5.3 ∇ 과 소용돌이도

흐름의 발산뿐만 아니라 흐름에서 어떤 회전이 존재하는지에 대하여 관심을 가질 필요가 있다. 회전하는 흐름과 발산 사이에는 밀접한 관계가 있고 따라서 연직 운동과도 관계가 있다는 것을 알 수 있다. 그러므로 흐름이 회전하려는 경향 또는 소용돌이도를 갖고 있는지 진단하고 싶을 것이다.

그림 1.7에서 보여 주듯이 서쪽에서 동쪽으로 향하는 흐름의 간단한 경우를 고려하자.



[그림 1.7] 양의 y 방향으로 u 가 증가하기 때문에 생기는 고기압성 소용돌이도의 간단한 예

1.5 벡터 연산자 ∇

- 발산을 진단하기 위하여 x 축을 따른 u 의 변화를 계산하여야 하고, 소용돌이를 진단하기 위하여 y 축을 따른 u 의 변화를 계산하여야 한다.
- 그림 1.7은 u 가 y 축을 따라 증가하는 경우(즉, $\partial u/\partial y$ 가 양인 경우)를 보이고 있다.
- 만일 y 축이 이 흐름에 놓여 있는 막대기라면, 북쪽 끝에 위치한 더 강한 흐름이 막대기의 북쪽 끝을 남쪽 끝보다 더 빠르게 이동시킬 것이다. 그 결과 막대기의 시계방향 (고기압성) 회전을 일으킬 것이다. 그림에서 곡선 화살표가 이 회전을 가리키고 있다.
- 따라서 $\partial u/\partial y$ 가 양이면 고기압성 소용돌이도가 결과적으로 나타난다.

지금 x 축을 따라 v 의 변화를 고려한다면, 같은 종류의 현상이 나타날 것이다. 그러나 $\partial u/\partial x$ 가 양이면 이와 연관된 회전은 반대 방향(반시계방향 또는 저기압성)일 것이다.

우리가 저기압성 소용돌이도를 양으로 정의하기 때문에, 수평 흐름의 소용돌이도는 u 와 v 로부터 오는 두 가지 기여의 합이 될 것이다. 따라서 소용돌이도의 연직 성분은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\text{소용돌이도} = [\partial v/\partial x - \partial u/\partial y]\mathbf{k}$$

이것은 연직 축에 대한 회전을 말하고 있다. 소용돌이도는 벡터이기 때문에 크기뿐만 아니라 방향까지 표현하기 위하여 위 식에서 단위 벡터 \mathbf{k} 를 곱하였다.

벡터 연산자 ∇ 을 바람 벡터 \mathbf{V} 와 외적으로 결합함으로써 앞의 표현과 같은 결과를 얻을 수 있다. 즉, 소용돌이도는 간결한 형태인 $\nabla \times \mathbf{V}$ 로 표현할 수 있다.

이 결과는 외적을 계산하는 행렬식 방법을 사용함으로써 얻어질 수 있는데 이것을 여러분 스스로 확인해 보기 바란다. 이 결과에는 두 수평 축에 대한 회전을 가리키는 추가 항들이 들어 있다. 기상학에서는 오로지 연직 축에 대한 회전만을 관심을 두기 때문에 이 추가 항들은 무시된다.

1.5 벡터 연산자 ∇

1.5.4 라플라시안 연산자

벡터 연산자 ∇ 을 제공한다면 라플라시안 연산자로 알려진 또 하나의 유용한 연산자 ∇^2 을 얻는다. 그 형태는 다음과 같다.

$$\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$$

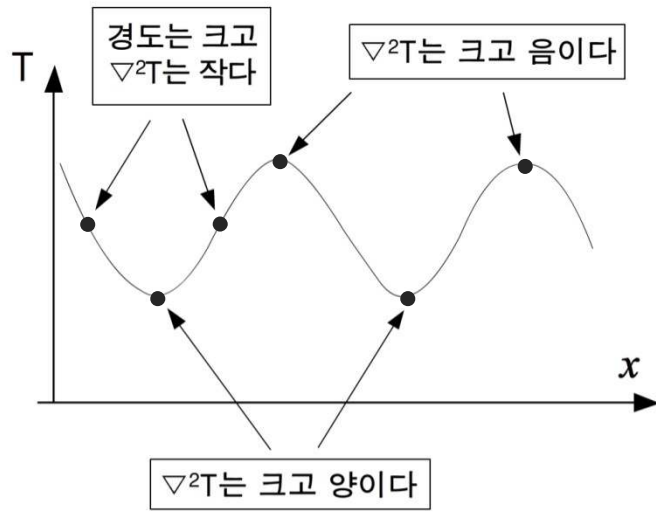
다시 한 번 더 말하지만 이 연산자는 온도나 지오펜셜 고도와 같은 파라미터와 결합하지 않는 한 아무 물리적 의미가 없다. 이 연산자 계산을 하게 되면 관심 있는 파라미터의 경도가 3차원으로 어떻게 변하는지에 대한 정보를 얻게 된다. 다른 말로 하면, ∇^2 은 어떤 장의 곡률을 설명한다.

이것을 시각적으로 보여준는 가장 쉬운 방법은 어떤 시간에 파라미터의 1차원적 변화를 고려하는 것이다.

- 그림 1.8은 기온이 x 축을 따라 싸인 형태로 증가하고 감소하는 기온 분포를 보이고 있다.
- 기온 T 의 경도는 그림에서 표시한 점들에서 가장 크지만, 경도는 기온의 극점에서 가장 급하게 변하고 있다. 즉 이 극점에서는 경도가 짧은 거리에서 양에서 음으로(또는 그 반대로) 바뀌고 있다.
- 경도가 급하게 변하는 점들은 큰 곡률을 갖고 있다. 양의 경도에서 음의 경도로 변화는 곳에서는 음의 곡률이 나타나게 된다. 역으로, 음의 경도에서 양의 경도로 바뀌는 곳에서는 양의 곡률이 나타난다.
- 이 경우에 라플라시안은 x 에 관한 변화에 의해서만 결정된다. 따라서 $\nabla^2 T$ 는 T 의 최소점에서 양으로 크고 T 의 최대점에서 음으로 클 것이다.

그러므로 어떤 장의 라플라시안의 절대값이 가장 크게 나타나는 곳에서 이 장의 곡률이 가장 크다. 기상학에서는 보통 이 현상이 장의 최대값 또는 최소값과 연관되어 있다($\nabla^2 \alpha - T$ 임을 주목하라).

1.5 벡터 연산자 ∇

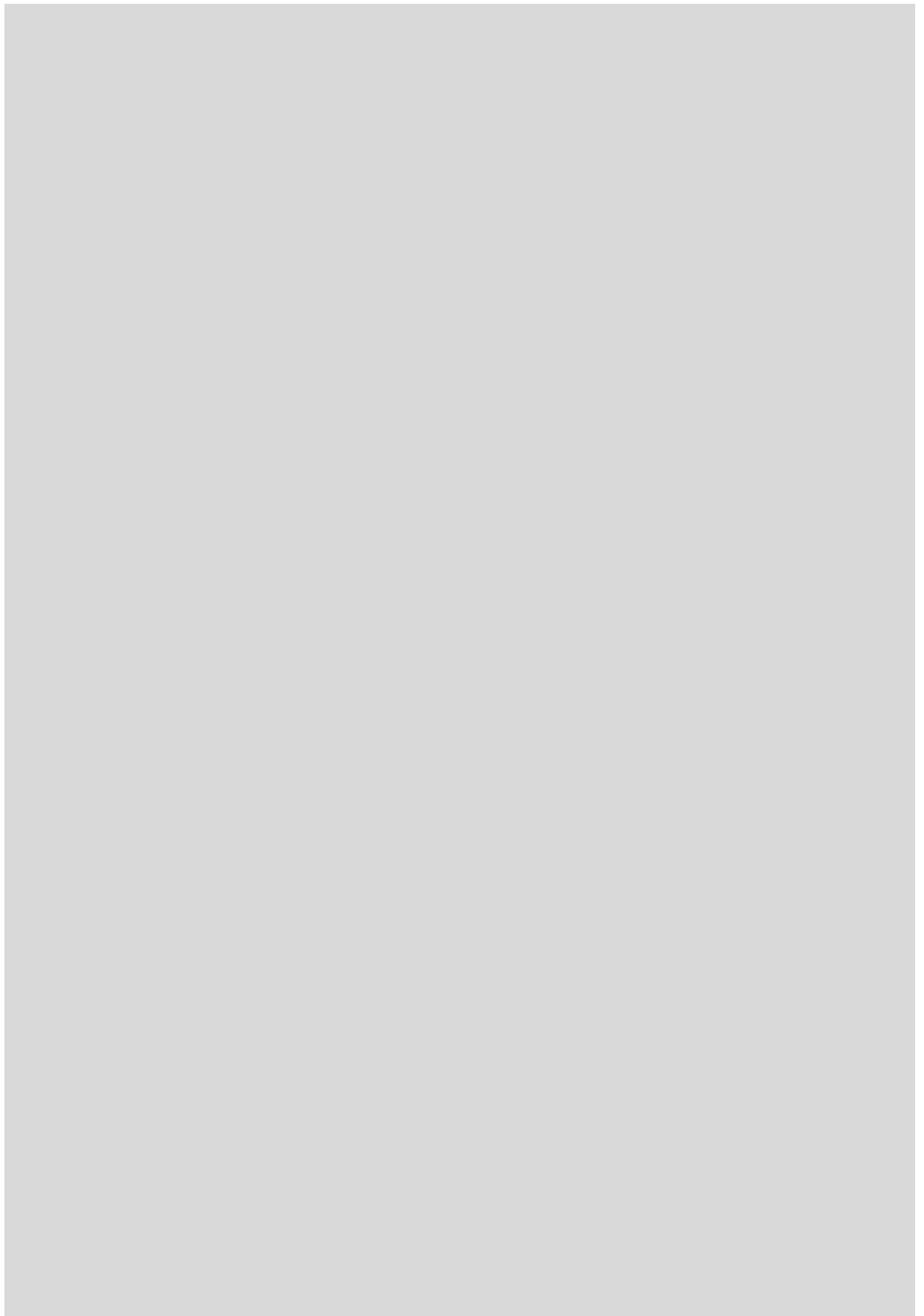


[그림 1.8] x 방향으로 변하는 기온의 도식적 표현. $\nabla^2 T$ 는 기온 경도가 가장 급하게 변하는 곳에서 가장 크다.

기상역학에서 라플라시안 연산자가 사용되는 곳이 몇 군데 있다. 소용돌이도는 지오펜셀 고도장의 라플라시안에 비례한다. 따라서 지오펜셀 고도장이 최소가 되는 곳(저기압 중심)에서 저기압성 소용돌이도가 최대가 될 것이다. 라플라시안 연산자는 또한 연직 운동을 온도의 수평 이류와 소용돌이도의 수평 이류에 관련시키는 오메가 방정식에서 두 번 나타난다.

연습문제

1. 3차원 바람 벡터(\vec{V})의 x, y, z 성분을 각각 u, v, w 라 할 때, x, y, z 축의 단위 벡터를 사용하여 \vec{V} 를 표현하라.
2. 중력은 만유 인력과 원심력의 합이다. 이것을 그림으로 표시하라.
3. 온도 이류는 $-\vec{V} \cdot \nabla T$ 로 표현된다. 여기서 \vec{V} 가 3차원 바람벡터일 때, 온도 이류를 스칼라 형태로 다시 써라.
4. 전향력은 $-f\vec{k} \times \vec{V}$ 로 표현된다. \vec{V} 가 3차원 바람 벡터일 때, 전향력의 x, y, z 성분을 구하라.
5. 관측소로부터 북쪽으로 50km 떨어진 곳의 기온이 관측소보다 3°C 더 낮다. 바람이 북동쪽으로부터 20m/s의 속도로 불어오고 $1^\circ\text{C}/\text{h}$ 의 율로 북사에 의해 가열된다면, 관측소에서 측정되는 기온의 국지 변화율은 얼마일까?
6. 벡터 소용돌이도는 $\nabla \times \vec{V}$ 로 정의된다. \vec{V} 가 3차원 바람 벡터일 때 소용돌이도의 x, y, z 성분을 수식으로 표현하라.



2장. 운동방정식

2.1 서론

2.2 고정 좌표계에서의 힘

2.3 회전 좌표계에서의 힘



학습목표

- 뉴턴의 운동법칙과 운동방정식의 개념을 이해한다.
- 공기 덩이에 작용하는 여러 형태의 힘을 수식으로 표현한다.
- 관성좌표계와 회전좌표계의 차이와 상호관계를 이해한다.
- 회전좌표계에서 나타나는 겉보기 힘의 개념을 파악한다.
- 세 가지 성분의 운동방정식을 오일러 형태로 쓸 수 있는 능력을 기른다.

2.1 서론

2.1.1 유체대기

대기는 본질적으로 유체이다. 이 대기는 액체와 같은 방식으로 흐르기 때문에, 대기의 운동은 유체의 운동을 공부하듯이 하면 된다.

정의에 의하면 유체는 시어 스트레스(Shear Stress)를 저항하지 않고 순응한다. 이 말은 어떤 힘이 유체 ‘덩이’에 작용할 때(여기서 ‘덩이’란 어떤 고정된 유체의 질량으로서 그 크기가 작지만 분자 규모보다는 훨씬 더 크다.) 그 반응은 이웃한 덩이에 의해 방해 받지 않는다는 것을 의미한다(정확하게 말해 점성이 없는 ‘이상’ 유체는 시어 스트레스를 저항하지 않으나 대부분의 경우에 대기의 행동을 이상 유체의 행동으로 취급하는 것은 괜찮다.). 대기의 각 덩이가 이와 같은 방식으로 독립적으로 행동한다면, 물체의 운동을 지배하는 물리 법칙을 이 덩이에 곧바로 적용시킬 수 있다.

2.1.2 뉴턴(Newton)의 운동 법칙

위와 같은 운동을 나타내는 주요 법칙들은 Isaac Newton(1642-1727)에 의해 처음 기술되었다. 그의 유명한 세 가지 법칙은 다음과 같다.

1. 외력이 가해지지 않는 한 정지해 있거나 직선으로 일정하게 운동하는 물체는 그대로 정지해 있거나 일정한 속도로 직선 운동을 한다.
2. 물체의 운동량 변화율은 가해지는 힘의 크기에 비례하고 그 변화율의 방향은 가해지는 힘의 방향과 같다.
3. 모든 힘의 작용에는 크기가 같고 방향이 반대인 반작용이 존재한다.

이 법칙들 중에서 두 번째 법칙이 기상학에서 가장 관심 있는 법칙이다. 그 이유는 이 법칙이 물체에 작용하는 힘의 반응으로 일어나는 물체의 운동을 기술하고 있기 때문이다. 이 운동 법칙이야말로 모든 대기역학(대기 운동에 대한 학문)의 버팀목이 되고 있다. 뉴턴의 제2법칙을 수학적으로는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\Sigma F = \frac{d(mv)}{dt} \quad \text{또는} \quad \frac{\Sigma F}{m} = \frac{dv}{dt}$$

여기서 F 는 작용된 힘이고 m 과 v 는 각각 물체의 질량과 속도이며 t 는 시간이다. 이 식을 말로 표현하면 다음과 같다. 물체의 가속도는 물체에 작용하는 모든 힘의 합을 그 물체의 질량으로 나눈 것과 같다. 이 법칙을 적용시키기 위하여 고려하고 있는 유체를 덩이들로 나누어야 하기 때문에, 덩이의 크기를 적절하게 선택해야 한다. 만일 우리가 덩이의 크기를 단위 질량

2.1 서론

으로 선택한다면, 앞의 식에서 m 을 제거할 수 있어서 다음과 같이 간단하게 표현된다.

$$\Sigma F = \frac{dv}{dt}$$

이 방정식을 ‘가속도는 작용하는 단위 질량당 힘의 합’이라고 표현하는 것이 보다 더 일반적이다. 즉 통상적으로 다음과 같이 표현한다.

$$\frac{dv}{dt} = \Sigma F \quad (1)$$

2.1.3 운동방정식이란 무엇인가?

운동방정식이란 대기의 흐름을 수학적인 항으로 기술하는 것이다. 이 수학적 항은 공기를 움직이게 하는 단위 질량당 힘인 가속도를 나타낸다. 따라서 운동방정식이란 뉴턴의 제2법칙을 공기 덩이에 적용시킨 것이다. 그 적용은 다음 두 부분으로 구성되어 있다.

- 작용되는 힘들 F 찾기 : 이 힘들은 두 부류로 나누어 고려할 수 있다. 하나는 고정된(즉 회전하지 않는) 좌표계에서 작용하는 힘이고, 다른 하나는 지구의 자전에 기인하여(보다 정밀하게 말하면, 회전하는 좌표계 안에서 뉴턴의 제2법칙을 적용할 때) 고려하여야 하는 추가적 힘이다.
- 가장 도움이 되는 형태로 가속도 설명하기 : 여기에도 해야 할 두 가지 결정 사항이 있다.
 - 스칼라 또는 벡터 : 여기서는 방정식을 주로 스칼라 형태로 고려할 것이다. 다른 말로 말하면, 속도와 가속도가 모두 크기뿐만 아니라 방향을 갖고 있기 때문에 방정식은 하나가 아니라 세 개(수평 방향으로 두 개와 연직 방향으로 한 개)가 된다. 벡터 표시법을 사용하면 하나의 방정식으로 나타낼 수 있으나, 여기서는 벡터 형태를 사용하지 않을 것이다. 벡터 형태는 부록 A를 참고하라.
 - 라그랑지형 또는 오일러형 : 우리는 또한 정지한 관측자에 관한(오일러형) 가속도를 설명할 것인지 아니면 흐름과 함께 움직이는 좌표계에서의(라그랑지형) 가속도를 설명할 것인지를 선택해야만 한다. 여기서는 라그랑지형으로 설명할 예정인데, 그것은 라그랑지형에서 보다 더 설명이 간단해지기 때문이다. 오일러형 표현은 수치 모델에서 방정식을 적용하는데 필요한데, 그 표현은 부록 B에 나타내었다.

2.2 고정 좌표계에서의 힘

먼저 고정(또는 관성)좌표계에서의 힘들을 생각해 보자.

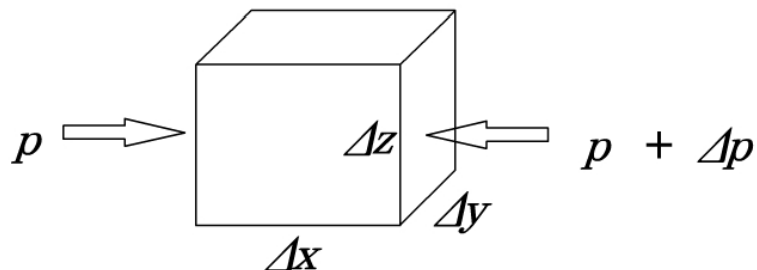
반드시 고려해야 할 힘은 다음 세 가지가 있다.

- 기압경도력
- 만유인력
- 마찰력

2.2.1 기압경도력

이 힘은 대기의 기압 변화로 생긴다. 기압은 수평으로(고기압 영역과 저기압 영역 사이에서) 그리고 연직으로(위로 갈수록 감소) 변한다. 유체 덩이의 한 쪽에서의 기압이 다른 쪽에서의 기압보다 크면, 기압이 높은 영역으로부터 낮은 영역으로 순 힘이 존재하게 된다.

그림 2.1에서 보인 것과 같이 변화하는 기압장에 있는 직육면체 상자 모양의 공기 부피를 고려하라.



[그림 2.1] 직육면체 상자 모양의 공기 부피. x , y , z 방향의 길이는 각각 Δx , Δy , Δz 이다. 상자의 왼편에 작용하는 압력은 양의 x 방향으로 p 이고, 오른편에 작용하는 압력은 음의 방향으로 $p + \Delta p$ 이다.

이 공기 상자의 크기를 보면 x , y , z 방향 길이가 각각 Δx , Δy , Δz 이고, x , y , z 방향의 기압 경도는 각각 $\partial p / \partial x$, $\partial p / \partial y$, $\partial p / \partial z$ 로 표현될 수 있다. 그림 2.1의 공기 상자 왼쪽 면에 작용하는 압력이 p 라면, 반대쪽인 오른쪽 면에 작용하는 압력은 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$p + \frac{\partial p}{\partial x} \Delta x$$

2.2 고정 좌표계에서의 힘

압력은 단위 면적 당 힘이다. 그러므로 그림 2.1의 공기 상자 왼쪽과 오른쪽 면에 작용하는 압력을 힘으로 환산하기 위해서는 힘이 작용되는 면의 면적을 각 면의 압력에 곱해야 한다. 따라서 x 방향으로 공기 덩이에 작용하는 순 기압경도력(PGF_x)은 다음과 같이 표현된다.

$$PGF_x = p\Delta y\Delta z - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x}\Delta x\right)\Delta y\Delta z = -\frac{\partial p}{\partial x}\Delta x\Delta y\Delta z$$

여기서 우리는 단위 질량의 공기를 고려하고 있다. 그러므로

$$\rho\Delta x\Delta y\Delta z = 1$$

이고 여기서 ρ 는 공기의 밀도이다. 따라서 단위 질량 당 x 방향 기압경도력은 다음과 같이 표현된다.

$$PGF_x = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}$$

y 방향과 z 방향으로 작용하는 기압경도력의 성분들도 위와 비슷하게 유도할 수 있다. 그러므로 기압경도력에 대한 세 방향 성분은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$PGF_x = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}, \quad PGF_y = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}, \quad PGF_z = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} \quad (2)$$

따라서 기압경도가 강할수록 기압경도력은 커지고, 공기 밀도가 클수록 기압경도력은 작아진다. 기압경도력은 기압경도에 따라 작용하나, 그 방향은 고기압에서 저기압으로 향한다. 그래서 음의 부호가 붙는다.

2.2.2 중력

중력에 기인하여 물체에 작용하는 힘은 mg 로 표현할 수 있는데, 여기서 m 은 질량이고 g 는 일반적으로 사용하는 중력가속도를 나타낸다. 우리는 여기서 단위 질량에 대한 방정식을 고려하고 있기 때문에, 단위 질량 당 중력은 단순히 g 로 표현된다. 중력은 오직 연직 방향으로만 작용하므로, 이것은 오로지 z 방향 방정식에만 나타난다.

g 는 보통 상수(9.81ms^{-2})라고 자연스럽게 가정할 수 있다. 사실 이것은 지구상의 위치에 따라 그리고 고도에 따라 변한다. 중력을 하나의 상수 값으

2.2 고정 좌표계에서의 힘

로 근사시킬 필요는 없으나, 그 변화를 취급하는 방법이 2.3.1절에서 논의 될 것이다.

2.2.3 마찰력

마찰력은 흐름에서 큰 시어가 있는 곳 즉 큰 속도 경도가 있는 곳에서만 중요하다. 이 힘은 서로 다른 속도로 이동하는 이웃 분자들의 상호작용으로부터 생긴다. 의미 있는 크기의 시어는 보통 지면 근처에서 발생하는데, 이곳에서는 속도가 지면에서의 0(또는 거의 0)으로부터 ‘자유’대기에서의 속도 값까지 급격하게 변한다.

마찰력의 발생은 복잡하다. 운동방정식에서 마찰력을 나타낼 목적이라면 여기서는 이 복잡성을 무시할 것이고 가능한 대로 가장 간단한 방법으로 마찰력을 나타낼 것이다. 즉, 마찰력을 단위 질량 당 물체 힘 F 로 나타낼 것이다. F 의 주 성분은 수평 방향으로 향할 것이나, 산악 지역에서는 연직 성분 또한 존재하게 된다. 따라서 마찰력은 F_x , F_y , F_z 성분을 갖는 것으로 표현하여야 한다.

2.2.4 고정 좌표계에서의 운동방정식

이제까지 공기 덩이에 작용하는 세 가지 힘을 고려했기 때문에, 고정 좌표계에서의 운동방정식을 쓸 수 있다. 각 성분에 대하여 가속도는 힘의 합과 같다. 그러므로 운동방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + F_x \quad (3)$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + F_y \quad (4)$$

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g + F_z \quad (5)$$

2.3 회전 좌표계에서의 힘

지구 자전 효과를 고려하기 위하여 공기 덩이에 작용하는 힘을 밝히는 일은 약간 더 복잡해진다. 외부 공간의 어떤 절대 좌표계에서 본다면, 이 일에서 차이는 없으나 회전계에서의 운동을 바라보면 그 차이가 나타난다.

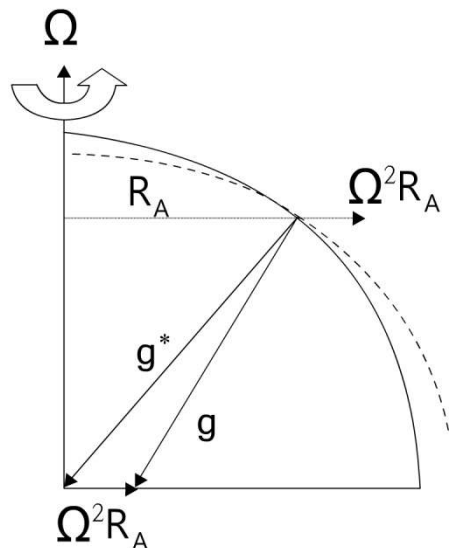
회전계에서 바라볼 때 생기는 두 가지 힘은 다음과 같다.

- 원심력
- 전향력 또는 코리올리힘

이 중 첫 번째 힘은 아마 더 잘 알려져 있어서 보다 쉽게 설명할 수 있다.

2.3.1 원심력과 유효 중력

원운동을 하는 모든 물체는 원의 중심을 향하는 가속도(구심가속도)를 경험하게 된다. 이 가속도 a 는 v^2/r 또는 $\omega^2 r$ 로 주어지는데, 여기서 v 와 ω 는 각각 접선 속도와 각속도이고 r 은 회전 반경이다. 지표면에 상대적으로 정지해 있는 대기의 모든 부분은 지구 자전축에 대하여 각속도 Ω 로 회전하고 있다. 회전 반경은 지구 자전축으로부터 떨어진 거리 R_A 인데 여기서 $R_A = R_e \cos \phi$ 로서 R_e 는 지구 반경이고 ϕ 는 위도이다(그림 2.2 참고). 그러므로 공기 덩이의 구심 가속도는 $\Omega^2 R_A$ 이다. 이 가속도는 단위 질량 당 공기에 작용하는 힘과 동등하다.



[그림 2.2] 진짜 중력과 유효 중력. 이 그림은 남북 축에 대하여 각속도 Ω 로 회전하는 지구를 1/4로 자른 단면을 보여 주고 있다. R_A 는 주어진 위도에서의 회전 반경이다. '진짜' 뉴턴 중력은 벡터 g^* 로 표시되어 있고 원심력은 벡터 $\Omega^2 R_A$ 로 표시되어 있다. 그러므로 이 두 벡터의 합인 중력은 벡터 g 이다. 그림에서 쇠선은 결과로 나타나는 지표면의 모양이다(과장되어 그려져 있음).

2.3 회전 좌표계에서의 힘

절대 좌표계에서 볼 때 공기 덩이가 가속되지 않는 상태라면, 자전하는 지구에서 볼 때는 그 공기 덩이가 지구를 떠나는 방향으로 상대적 가속도 $\Omega^2 R_A$ 를 나타낼 것이다. 다른 말로 말하면, 회전 좌표계에서는 공기 덩이에 $\Omega^2 R_A$ 의 원심력이 작용하게 된다. 이와 같이 지구 위에 있는 모든 물체에는 두 가지 일정한 힘이 작용한다: 만유인력 g^* 와 원심력이 그것이다. 그러나 원심력은 만유인력보다 상당히 작으므로 이 두 힘을 합하여 하나의 힘으로 결합할 때 합력 g 는 만유인력 g^* 와 크게 차이가 나지 않지만 그래도 그 차이는 중요하다. 그림 2.2에서 보인 것처럼 원심력과 만유인력을 벡터적으로 합하면 유효 중력(g)이라 부르는 결과를 얻게 된다. 유효 중력은 원심력이 최대로 되는 적도에서 가장 작고, 원심력이 0인 극에서 가장 크다. 그러나 그 값의 변화 범위는 수 % 정도에 불과하다. 기상학에서 글자 g 는 일반적으로 이 유효 중력을 나타내는데 사용되고 있다. 그리고 g^* 는 순수한 뉴턴의 만유인력 성분에 대해서 사용된다.

이와 같은 방법으로 이 두 가지 힘을 결합하는 것은 인위적인 것처럼 보일지 모르나 사실 그것은 실제 세계에서 일어나는 것이다. 지구라는 물체는 극보다는 적도에서 중력을 덜 받기 때문에, 지구는 럭비공 모양을 하고 있다. 이 모양은 지오이드(Geoid)라고 알려져 있으며, 유효 중력은 이 지오이드에 직각으로 작용한다. 사실 이것은 우리에게 또 하나의 잠재적인 문제를 가져다 준다. 만일 방정식에 진짜 중력 대신 유효 중력이 포함된다면, 유효 중력의 방향은 이미 연직선에 있지 아니 할 것이므로 유효 중력은 수평 방정식에도 나타나야만 한다. 그러나 만일 z 방향을 국지적 연직선(지오이드에 직각) 방향으로 재정의한다면, 유효 중력은 연직 운동방정식에만 나타난다. 중력은 아래 방향으로만 작용한다는 것이 우리의 생각이기 때문에, 이 같은 z 방향의 재정의는 우리를 편안하게 한다.

2.3.2 평면에서의 전향력

두 번째 힘인 전향력(또는 코리올리힘)은 이동하는 공기 덩이에만 작용한다. 대기에서 전향력을 이해하려면 보다 간단한 물리적 유사물을 고려하는 것이 도움이 된다.

한 어린이가 들고 있는 회전목마에서 상대 쪽에 앉아 있는 다른 어린이에게 공을 던진다면, 공을 던진 어린이에게 공의 운동은 곡선 경로를 따라 움직이는 것으로 보인다. 다른 말로 말하면, 공의 운동에 직각인 힘이 존재한다. 만일 회전목마를 위에서 보았을 때 시계 방향으로 회전하고 있다면

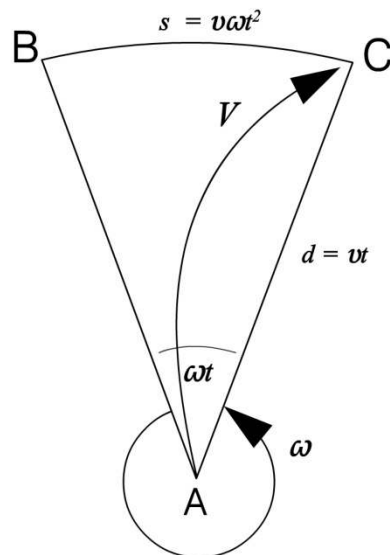
2.3 회전 좌표계에서의 힘

이 힘은 왼쪽으로, 반시계 방향으로 회전하고 있다면 오른쪽으로 작용한다. 조사에 의하면 공의 속도가 빠르면 빠를수록 이 힘은 더 커지고, 회전목마의 회전속도가 증가할수록 이 힘이 증가한다. 이와 같은 관찰 결과가 전향력의 주요 특징이다. 즉,

- 운동 방향에 직각으로 힘(가속도)이 존재한다.
- 물체의 속도가 증가함에 따라 그리고 회전속도가 증가함에 따라 힘(가속도)은 증가한다.
- 운동 방향은 시계 방향/반시계 방향 회전에 대하여 왼쪽/오른쪽으로 향한다.

이제 이 전향력(코리올리) 가속도에 대한 표현을 유도해 보자. 이 표현을 얻는 가장 간단한 방법은 그림 2.3에서 보듯이 회전하는 원반의 중심 A 로부터 속도 v 로 발사된 사출물을 고려하는 것이다. 고정된 좌표계에서 이 운동을 본다면 사출물은 시간 t 동안 거리 vt 를 이동할 것이다. 만일 우리가 회전하는 원반 위에서 있는 상태에서 이 운동을 본다면, 사출물은 같은 거리를 이동했을 것이나 꺾보기로는 곡선 경로를 따라 움직인 것으로 보일 것이다. 사출물은 B 를 향하여 발사되었으나 실제로는 C 에 떨어진다. 회전에 기인한 사출물의 변위 s 는 호 BC 이고 다음과 같이 주어진다.

$$s = v\omega t^2$$



[그림 2.3] 회전하는 원반 위에서 볼 때 원반의 중심으로부터 발사된 사출물의 꺾보기 경로. 원반은 시간 t 동안 각속도 ω 로 회전하고 있다.

2.3 회전 좌표계에서의 힘

이것은 운동 방향에 오른쪽으로 작용하는 사출물의 겉보기 힘(가속도)을 나타낸다. 균일하게 가속되는 운동에 대한 표현을 사용하면, $s = \frac{1}{2}at^2$ 이 되고 사출물의 겉보기 힘(가속도)은 다음과 같이 주어짐을 알 수 있다.

$$\text{전향력 (코리올리 힘(가속도))} = 2\omega v \quad (6)$$

이처럼 회전에 의한 겉보기 힘(가속도)은 물체의 속도에 직접적으로 비례하고 그 비례 상수는 회전 각속도의 두 배인데, 이것은 물리적 분석과 일치한다. 중심이 아닌 다른 점에서 사출물이 발사된 경우에도 같은 원리가 적용된다. 중심에서와 같은 각속도를 갖고 있는 점에서도 회전 효과가 같기 때문이다(회전목마를 타고 어떤 고정점을 바라본다고 가정).

앞의 전향력 표현인 $2\omega v$ 를 유도하기 위해 취했던 접근법에는 작은 크기의 근사가 포함되어 있으나 이 접근법은 결국 완전하게 정식으로 취급한 것과 같은 결과를 도출한다. 부록 C에서는 전향력 표현에 대하여 또 다르게 그리고 더욱 엄밀하게(보다 수학적으로) 유도하는 과정을 보이고 있다.

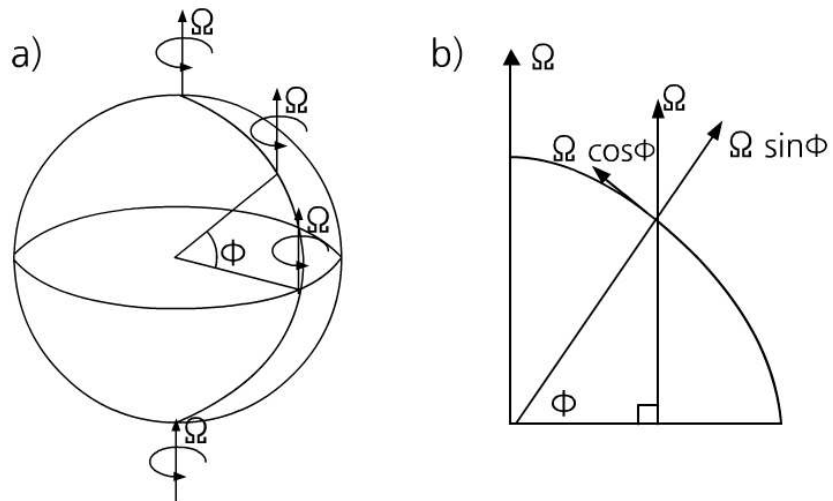
그러면 이 전향력(코리올리 힘 또는 코리올리 가속도)이 운동방정식에는 어떻게 나타날까? 이 힘은 운동 방향의 직각 오른쪽으로 작용한다. 그러므로 양의 y 방향으로 향하는 운동은 양의 x 방향으로 전향력(코리올리 가속도)을 발생시킬 것이다. 그리고 양의 x 방향으로 향하는 운동은 음의 y 방향으로 전향력을 발생시킬 것이다. 즉 다음과 같이 수식으로 표현할 수 있다.

$$\frac{du}{dt} \text{ Coriolis} = 2\omega v \quad \text{그리고} \quad \frac{dv}{dt} \text{ Coriolis} = -2\omega u$$

2.3 회전 좌표계에서의 힘

2.3.3 구면에서의 전향력

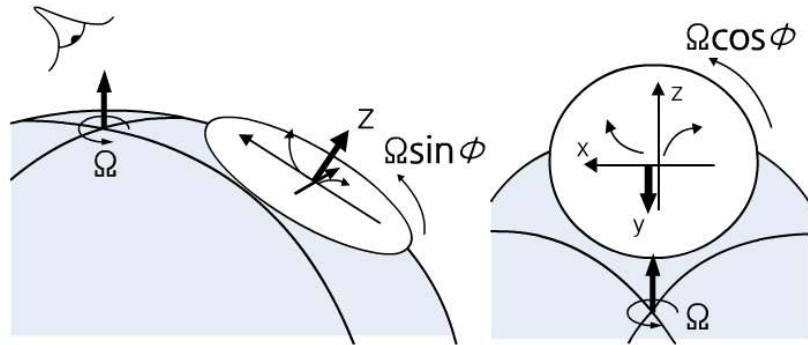
앞에서는 평면에서 전향력 표현을 $2\omega v$ 라고 하였는데, 여기서는 이 힘이 지구 곡률에 기인하여 지구 위에서 얼마나 변하는지 고려하게 될 것이다. 극주위에서는 지구 자전이 편평한 원반 위에서의 회전과 거의 같을 것이다. 즉, 원반은 $x-y$ 평면에 있고 회전축은 대략 z 축이 된다. 그러나 적도에서는 z 축이 회전축에 직각이고, 이 회전축은 지구 자전축에 평행한 국지적인 y 축(남북 방향)이 된다. 그러므로 적도에서의 회전은 국지적인 $x-z$ 평면에서 이루어진다(그림 2.4a를 참고). 극과 적도 사이 영역에서 회전은 두 성분으로 나누어질 수 있다. 하나는 $x-y$ 평면에 있고 크기가 $\Omega \sin\phi$ 이며 다른 하나는 $x-z$ 평면에 있고 크기가 $\Omega \cos\phi$ 이다(여기서 Ω 는 지구 자전 각속도이고 ϕ 는 위도이다). 그림 2.4b를 참고.



[그림 2.4] a) 극, 적도 및 위도 ϕ 에서 국지적 수평면에 상대적인 지구 자전축. b) 지구 자전 벡터 Ω 는 국지적 z 축에 대한 성분($\Omega \sin\phi$)과 국지적 y 축에 대한 성분($\Omega \cos\phi$)으로 분리

이제 우리는 운동방정식에 포함되는 항을 얻기 위해 $2\omega v$ 를 지구 자전각속도의 두 성분에 적용할 것이다(그림 2.5를 참고). $x-y$ 평면에서 속도 성분들은 u 와 v 이고, 이 u 와 v 는 각각 음의 y 방향과 양의 x 방향으로 향하는 가속도를 발생시킬 것이다(이때 지구 자전은 반시계 방향이다). 이 항들은 각각 $-2\Omega u \sin\phi$ 와 $+2\Omega v \sin\phi$ 이다. $x-z$ 평면에서는 속도 성분들이 u 와 w 이다. 여기서 자전은 또한 반시계 방향이다. 따라서 이 성분들은 각각 양의 z 방향과 음의 x 방향으로 가속도를 발생시킬 것이다. 그러므로 이 항들은 각각 $+2\Omega u \cos\phi$ 와 $-2\Omega w \cos\phi$ 가 될 것이다. 이 모든 결과는 표 2.2에 요약되어 있다.

2.3 회전 좌표계에서의 힘



[그림 2.5] 국지적 z 축(왼편)과 국지적 y 축(오른편)에 대하여 지구 자전에 기인한 전향력(코리올리 힘)의 성분들

[표 2.2] 운동방정식에서 전향력(코리올리 힘)의 기여도. 세로 행은 코리올리 가속도를 일으키는 속도의 방향을 가리키고, 가로 열은 결과적인 가속도가 발생하는 방향을 나타냄

방향	기여받는 속도 성분		
	u	v	w
x	-	$+ 2\Omega v \sin\phi$	$- 2\Omega w \cos\phi$
y	$- 2\Omega u \sin\phi$	-	-
z	$+ 2\Omega u \cos\phi$	-	-

2.3.4 회전 좌표계에서의 운동방정식

이제 모든 부분들을 함께 모으고 회전에 기인한 추가적인 항들을 고정좌표계에 대한 운동방정식에 더해 보자. 원심력은 유효 중력 g 에 포함되어 있어서 추가 항들은 전향력(코리올리) 항들뿐이다. 결국 회전좌표계에서 운동방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + 2\Omega v \sin\phi - 2\Omega w \cos\phi + F_x \quad (7)$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - 2\Omega u \sin\phi + F_y \quad (8)$$

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + 2\Omega u \cos\phi - g + F_z \quad (9)$$

부록

벡터 형태의 방정식

벡터 표시법으로 기압경도력은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \text{기압경도력(PGF)} &= -\frac{1}{\rho} \nabla p \\ &= -\frac{1}{\rho} \left(\mathbf{i} \frac{\partial p}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial p}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial p}{\partial z} \right) \end{aligned}$$

중력과 마찰력은 각각 간단히 벡터 \mathbf{g} 와 \mathbf{F} 로 표현될 수 있다. \mathbf{g} 가 양의 z 방향으로는 음이기 때문에 \mathbf{g} 앞에 음의 부호가 붙는다.

전향력(코리올리 힘)은 속도와 회전축 모두에 직각인 벡터이다. 지구 자전은 자전축을 따라 북쪽으로 향하는 성분을 가진 벡터 Ω 로 표현될 수 있다. 그러므로 전향력은 다음과 같이 표현된다.

$$-2\Omega \times \mathbf{v}$$

그러므로 운동방정식의 완전한 벡터 형태는 다음과 같다.

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p - 2\Omega \times \mathbf{v} - \mathbf{g} + \mathbf{F}$$

오일러 형태의 방정식

오일러 형태의 운동방정식에서는 오른쪽에 있는 속도의 전도함수 d/dt 가 편도함수 $\partial/\partial t$ 와 이류항으로 치환된다. 운동방정식의 오른쪽은 변함이 없어서 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + 2\Omega v \sin\phi - 2\Omega w \cos\phi + F_x$$

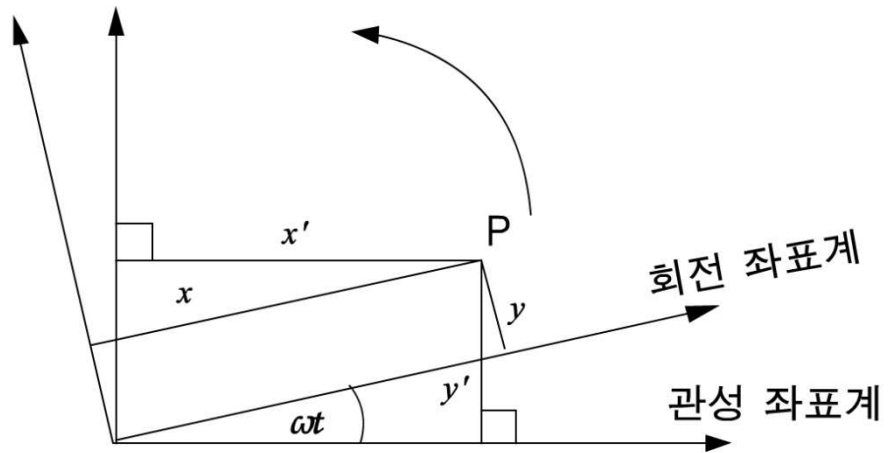
$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - 2\Omega u \sin\phi + F_y$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + 2\Omega u \cos\phi - g + F_z$$

부록

전향력의 정량적 유도

회전에 기인한 겉보기 힘을 추가하는 것은 비회전좌표계로부터 회전좌표계로 축 전환을 수행하는 것과 동등하다. 이 축 전환은 아래와 같이 하게 된다. 그 결과는 전향력(코리올리 힘)에 대한 표현 $2\omega v$ 를 줄 뿐만 아니라, 전향력과 원심력이 함께 모든 회전 효과를 만든다는 것을 보여 준다.



[그림 2.6] 관성좌표계와 회전좌표계의 상호관계

회전좌표계 (x, y) 에 있는 점 P의 위치는 고정좌표계(또는 관성좌표계) (x', y') 에 있는 점 P의 위치와 다음 방정식으로 관련되어 있다.

$$x = x' \cos \omega t + y' \sin \omega t \quad (\text{A2.1})$$

$$y = -x' \sin \omega t + y' \cos \omega t \quad (\text{A2.2})$$

(A2.1)을 시간에 관하여 미분하면 다음 식을 얻는다.

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt} \cos \omega t + \frac{dy'}{dt} \sin \omega t - \omega x' \sin \omega t + \omega y' \cos \omega t \quad (\text{A2.3})$$

위 두 좌표계 각각에 상대적인 속도 성분을 다음과 같이 정의하고,

$$\begin{aligned} u &= \frac{dx}{dt} & v &= \frac{dy}{dt} \\ u' &= \frac{dx'}{dt} & v' &= \frac{dy'}{dt} \end{aligned}$$

부록

방정식 (A2.2)를 사용하면, 방정식 (A2.3)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$u = u' \cos \omega t + v' \sin \omega t + \omega y \quad (\text{A2.4})$$

비슷하게, 방정식 (A2.2)를 미분하고 방정식 (A2.1)을 사용하면 다음 식을 얻는다.

$$v = -u' \sin \omega t + v' \cos \omega t - \omega x \quad (\text{A2.5})$$

방정식 (A2.4)를 시간에 관하여 미분하면, 다음 식을 얻고

$$\frac{du}{dt} = \frac{du'}{dt} \cos \omega t + \frac{dv'}{dt} \sin \omega t - \omega u' \sin \omega t + \omega v' \cos \omega t + \omega v$$

방정식 (A2.5)를 이용하면 이 식은 다음과 같이 된다.

$$\frac{du}{dt} = \frac{du'}{dt} \cos \omega t + \frac{dv'}{dt} \sin \omega t + 2\omega v + \omega^2 x$$

비슷하게, 방정식 (A2.5)를 미분하고 방정식 (A2.4)를 사용하면 다음 식을 얻는다.

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{du'}{dt} \sin \omega t + \frac{dv'}{dt} \cos \omega t - 2\omega u + \omega^2 y$$

마지막으로, 두 좌표계가 일치하는 순간($\omega t = 0$)을 선택하면 위 두 식들은 다음과 같이 된다.

$$\frac{du}{dt} = \frac{du'}{dt} + 2\omega v + \omega^2 x$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv'}{dt} - 2\omega u + \omega^2 y$$

이와 같이 만일 \mathbf{F} 가 점 P에 위치한 유체 덩이에 작용하는 단위 질량당 힘의 합이라면, 뉴턴의 제2법칙은 관성좌표계 또는 비회전좌표계에서 다음 방정식으로 표현된다.

$$\frac{du'}{dt} = F_x \quad \frac{dv'}{dt} = F_y$$

부록

그리고 회전좌표계에서는 이 방정식들은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{du}{dt} - 2\omega v - \omega^2 x = F_x \quad \frac{dv}{dt} + 2\omega u - \omega^2 y = F_y$$

또는 관계적인 형태로는 다음과 같이 표현된다.

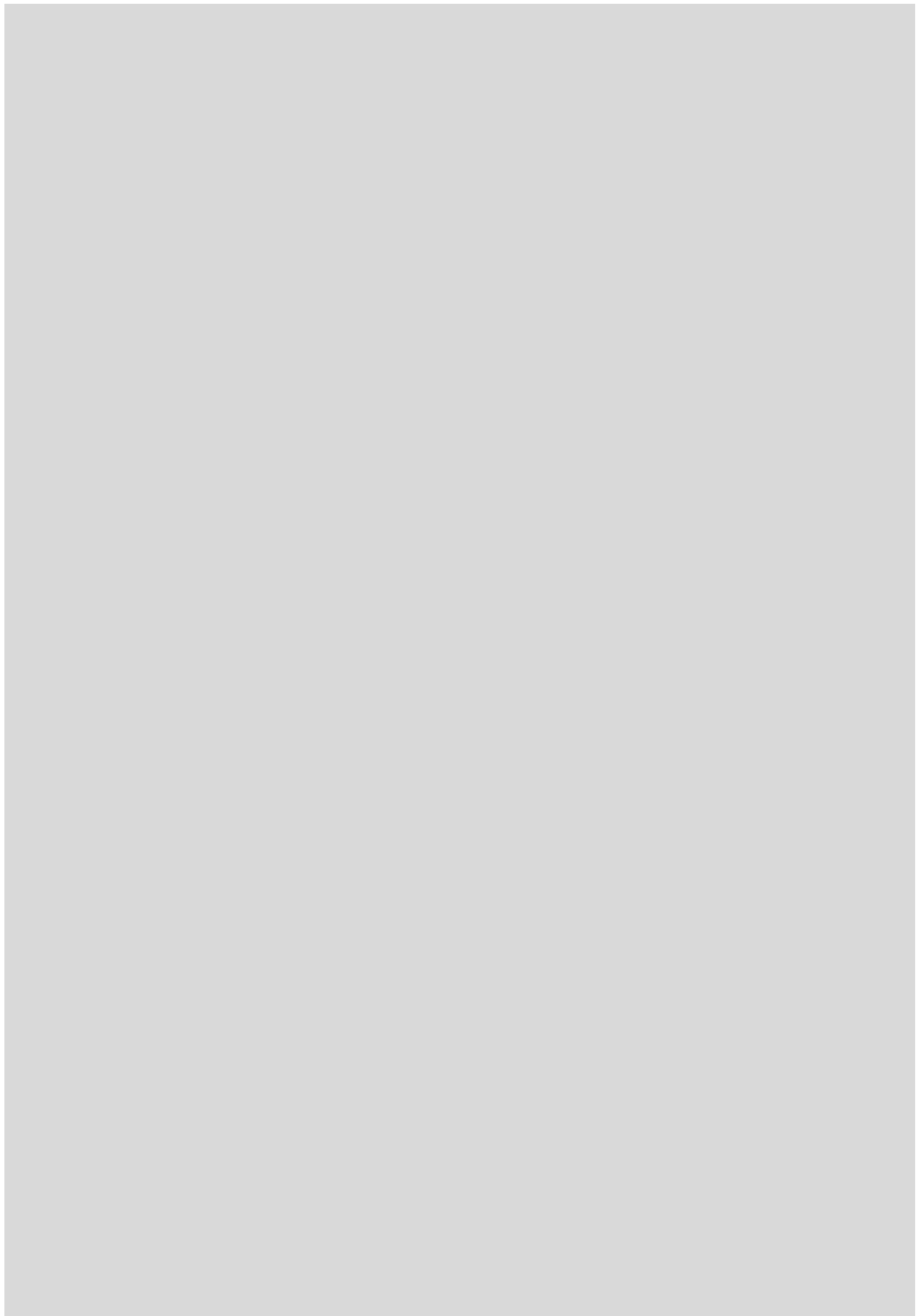
$$\frac{du}{dt} = 2\omega v + \omega^2 x + F_x$$

$$\frac{dv}{dt} = -2\omega u + \omega^2 y + F_y$$

위 두 식에서 오른쪽에 있는 두 회전 항들은 각각 전향력(코리올리 힘)과 원심력을 나타낸다.

연습문제

1. 60°N 에서 지구 자전에 의한 단위 질량당 원심력을 계산하라.
2. 지상 일기도에서 우리나라에 중심 기압이 1025hPa 인 고기압과 몽골에 중심 기압이 989hPa 인 저기압이 위치해 있다. 이 고기압과 저기압 중심 사이의 거리는 약 $2,000\text{km}$ 이다. 이 지역에 대한 단위 질량당 수평 기압경도력을 계산하라.
3. 표준 대기에서 연직 방향의 단위 질량당 기압경도력을 계산하여 2번 문제에서 계산한 수평 기압경도력과 비교하라.
4. 서울에서 동쪽 방향으로 10km/s 로 미사일을 쏘았을 때, 이 미사일에 작용하는 단위 질량당 전향력의 크기를 계산하고 전향력의 방향을 설명하라.
5. 연직 운동방정식에서 전향력과 중력의 크기를 비교하라.



3장. 운동방정식의 근사

- 3.1 서론
- 3.2 규모 분석
- 3.3 정역학 방정식
- 3.4 지균 근사



학습목표

- 규모 분석이 무엇이며 규모 분석을 왜 하는지 이해한다.
- 정역학 근사와 정역학 방정식을 정확히 이해한다.
- 정역학 근사와 지상 기압의 관련성을 파악한다.
- 지균 근사와 지균풍의 개념을 습득한다.
- 지균 근사의 적용을 간단히 살펴본다.

3.1 서론

대기에서의 유체 운동에 대한 기본 방정식은 앞 장에서 논의하였다. 이 방정식들은 다음과 같다.

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + 2\Omega v \sin\phi - 2\Omega w \cos\phi + F_x$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - 2\Omega u \sin\phi + F_y$$

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + 2\Omega u \cos\phi - g + F_z$$

(이 방정식들을 이용하여 구면 위에서 대기의 흐름을 나타내려면 구좌표계로 이 방정식들을 전환시켜야 하지만) 위 형태의 운동방정식을 최종 형태로 취급할 것이고 이것을 이용하여 다음 분석을 진행시킬 것이다. 그러나 기상학에서는 수학과는 달리 이 방정식을 그대로 풀지 않고 단순화시켜서 근사 형태의 방정식을 다룬다.

이 근사 과정을 왜 수행하여야 하는가? 이 근사 과정의 주 이점(利点)은 방정식에 대한 물리적 이해가 보다 더 쉬워진다는 것이다. 즉, 중요한 항들에 주의가 집중되고 나무보다는 숲을 더 쉽게 볼 수 있다는 점이다. 또한 이 근사 과정은 계속 진행시켜야 하는 수학적 분석을 덜 복잡하게 만든다. 그러나 만일 정확한 계산을 위해 이 방정식을 사용해야 한다면, 일반적으로 이 방정식을 근사시키면 안 된다(예를 들어, 수치예보에서는 근사 과정을 통해 무시되는 항도 포함시켜야 한다).

그러면 근사 과정은 어떻게 이루어지는가? 방정식에 있는 항들이 비교적 중요하지 않다면, 이 항들은 방정식에서 탈락시킬 수 있다. 이것은 규모 분석이라고 하는 과정을 통해 결정될 수 있다.

3.2 규모 분석

3.2.1 방정식의 항에 대한 규모 분석

규모 분석이란 방정식에 있는 항들의 전형적인 크기를 찾아내는 과정이다. 대기의 운동은 수 초부터 수 일까지의 시간 규모와 수 cm부터 수천 km까지의 공간 규모를 갖고 있다. 우리가 분석을 위해 가장 관심 있는 규모를 선택해야만 하는데, 여기서는 대규모(소위 **중관 규모**)에 초점을 맞출 것이다 (예를 들면, 단일 대류 구름 안에서의 운동을 유사하게 분석하면 매우 다른 결과를 얻게 될 것이다). 먼저 속도나 거리 같은 것들의 전형적인 값을 고려해야 한다. 표 3.1은 중관 규모 운동에 대한 대표적인 특성 규모 값을 보여 주고 있다.

[표 3.1] 중관 규모 운동에 대한 대표적 특성 규모 값

U	수평 속도	(u,v)	$10ms^{-1}$
W	연직 속도	(w)	$10^{-2}ms^{-1}$
L	길이	(x,y)	10^6m
H	깊이	(z)	10^4m
L/U	시간	(t)	10^5s
Δp	수평 기압 변화	(p)	10^3Pa
Δp	연직 기압 변화	(p)	10^5Pa

대규모 운동에서는 연직 속도의 값이 수평 속도의 값보다 훨씬 더 작다는 것을 주목해야 한다. 연직 속도가 $20cms^{-1}$ 이면 중관 규모에서는 빠른 상승으로 간주된다. 이처럼 중관 규모 운동은 거의 수평적이다. 그러나 연직 속도가 구름과 강수의 형성 또는 소멸을 유도하기 때문에 이 연직 속도는 물리적으로 상당히 중요하다(대기역학에서는 작지만 중요한 연직 속도 성분을 진단하는데 관심을 갖는다).

표 3.1에 있는 값과 $\Omega = 7.29 \times 10^{-5} s^{-1}$ 의 값을 사용하면 운동방정식의 각 항에 대한 근사적 크기를 계산할 수 있는데, 그 결과는 표 3.2에 요약되어 있다(여기서 마찰력은 포함시키지 않았다).

3.2 규모 분석

[표 3.2] 운동방정식 각 항의 근사적 크기

	가속도	기압경도력	전향력	중력
x 성분	$\frac{du}{dt}$	$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$	$2\Omega v \sin\phi$	$-2\Omega w \cos\phi$
y 성분	$\frac{dv}{dt}$	$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}$	$-2\Omega u \sin\phi$	
규모	U^2/L	$\Delta p/\rho L$	ΩU	ΩW
크기(ms ⁻²)	10^{-4}	10^{-3}	10^{-3}	10^{-6}
z 성분	$\frac{dw}{dt}$	$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}$	$2\Omega u \cos\phi$	$-g$
크기(ms ⁻²)	10^{-7}	10	10^{-3}	10

먼저 수평으로 작용하는 각 항의 규모를 보면 가장 큰 항이 기압경도력 항과 전향력 항임을 알 수 있다. 가속도 항이 기압경도력 항이나 전향력 항보다 크기에서 한 차수 작지만 무조건 무시할 수는 없다. 그러나 연직 운동으로부터 오는 전향력($-2\Omega w \cos\phi$)은 상대적으로 작은 크기의 w 때문에 다른 항들보다 매우 작다. 그러므로 정확도에 유의한 손실 없이 이 항을 무시할 수 있다.

연직 운동방정식에서 두 항의 크기가 다른 항들에 비하여 압도적으로 크다. 즉, 연직 방향 기압경도력과 중력이 매우 우세하다. 이 항들의 크기는 나머지 다른 항들의 크기보다 몇 차수나 더 크다. 연직 운동방정식의 전향력 크기가 수평 운동방정식의 전향력 크기와 비슷하지만, 연직 운동방정식에서 기압경도력과 중력이 전향력보다 압도적으로 커서 여기서는 전향력을 무시할 수 있다. 그리고 연직 가속도는 아주 작기 때문에 그것을 무시해도 정확도에는 전혀 문제가 없다.

3.2.2 단순화된 운동방정식

이제 종관 규모 운동에서 크기가 작아 중요하지 않은 항들을 제거하여 운동방정식을 다시 쓰고자 한다. 전향력에서 중요한 성분은 오로지 두 가지 성분 $2\Omega v \sin\phi$ 와 $-2\Omega u \sin\phi$ 뿐이다. $2\Omega \sin\phi$ 라는 표현이 기상학에서 자주 나오기 때문에, 이것을 나타내는 약어로 f 라 표현하고 이를 *코리올리 파라미터*라고 부른다. 즉 다음과 같이 표현한다.

3.2 규모 분석

$$f = 2\Omega \sin\phi \quad (3.1)$$

그러므로 수평 운동방정식은 1차 근사로 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + fv + F_x \quad (3.2)$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - fu + F_y \quad (3.3)$$

방정식 (3.2)와 방정식 (3.3)에 대한 벡터 형태는 이 장의 맨 뒤에 있는 부록에 나와 있다.

마찰력의 연직 성분은 매우 작아서 역시 무시할 수 있다. 그러므로 연직 운동방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g$$

3.3 정역학 방정식

3.3.1 정역학 근사

이 마지막 방정식인 연직 운동방정식을 정리하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \quad (3.4)$$

이 식은 정역학 방정식으로 알려져 있다. 이 식은 매우 중요한 식인데, 위쪽 방향으로 작용하는 연직 기압경도력이 아래 방향으로 작용하는 중력과 균형을 이루고 있다는 사실을 표현하고 있다(연직 기압경도력은 수평 기압경도력보다 매우 더 크다는 것도 기억해 뒤라.). 유체는 보통 반대 방향으로 작용하는 이 두 힘의 영향으로 연직 방향으로 정지해 있다. 연직 운동방정식에 수평 운동 방정식의 항들보다 훨씬 더 큰 항이 포함되어 있다는 사실에도 불구하고, 결과적으로 나타나는 운동은 매우 작다.

대기의 대규모 운동에서 정역학 근사는 아주 잘 만족한다. 그 결과, 거의 모든 대규모 수치예보 모델은 이 근사를 사용한다. 그러나 이 근사는(연직 가속도가 중요한 대류 구름 안에서의 운동과 같은) 소규모 운동에 대해서는 유효하지 않다. 그러므로 이 대류 과정들을 나타내기 위해 사용되는 모델은 비정역학적임에 틀림 없다.

3.3.2 지상 기압

정역학 근사는 지상기압을 이해하기 위해 무언가 암시하고 있다. 직관적으로 지면에서의 대기압은 단순히 그 위에 있는 공기의 무게로 보인다. 만일 유의한 상승 운동이나 하강 운동이 있다면, 이 경우는 정역학 근사에 해당되지 않을 것이다. 지상 기압이 공기의 무게와 거의 똑같다는 사실은 연직 운동이 작기 때문이다. 다시 말하면 그것은 정역학 근사가 좋은 근사이기 때문이다.

이것은 다음과 같이 정역학 방정식을 지면으로부터 대기의 꼭대기까지 적분함으로써 수학적으로 보일 수 있다(그림 3.1 참조).

$$\int_{p_0}^{p_\infty} dp = - \int_0^\infty \rho g dz$$

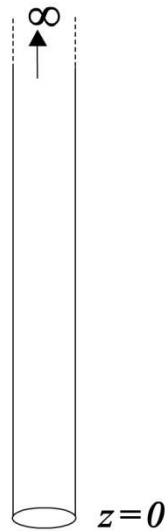
$$\therefore p_\infty - p_0 = - \int_0^\infty \rho g dz$$

3.3 정역학 방정식

그러나 p_∞ 는 0이므로 지상 기압 p_0 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$p_0 = \int_0^\infty \rho g dz \quad (3.5)$$

위 식의 오른쪽은 바로 공기의 무게에 해당하므로 지상 기압은 지면 위 공기 기둥의 무게와 같다.



[그림 3.1] 지면($z=0$)으로부터 대기의 꼭대기($z=\infty$)까지 연속으로 뻗어 있는 공기 기둥

3.4 지균 근사

3.4.1 지균 균형의 특성

정역학 근사는 연직 운동방정식으로부터 유도된 근사이다. 이 절에서는 수평 운동에 대한 근사, 즉 지균 근사를 공부할 것이다.

수평 운동방정식의 단순화 형태를 얻는 과정에서는 연직 운동에 기인한 코리올리 가속도 성분이 무시된다.

표 3.2는 종관 규모에서 수평 가속도가 전형적으로 기압경도력이나 전향력보다 한 차수 작은 크기를 갖고 있음을 보이고 있다. 연직 코리올리 항을 무시하는 것과 같은 방법으로 가속도 항을 영구적으로 무시하는 것은 위험한 일이다. 그럼에도 불구하고 이 상대적 크기는 대기 흐름에 대하여 극히 중요한 무엇인가를 우리에게 말해 주고 있다. 즉, 1차 근사로(그리고 마찰이 없는 경우) 대기의 흐름은 순 가속도 없이 두 가지 힘의 균형으로 기술될 수 있다. 이 상태를 *지균 균형*이라 부른다.

지균 근사가 유효하기 위해 필요한 힘의 균형에 대하여 기술적으로 말할 때 로스비 수(Rossby Number)가 작다고 기술한다. 로스비 수(Ro)는 코리올리 가속도에 대한 흐름 가속도의 비이다. 이전에 사용한 표기법으로는 다음과 같이 표현된다.

$$Ro = \frac{U^2/L}{fU} = \frac{U}{fL} \quad ;$$

여기서 마찰이 없어야 한다는 요구조건은 이 근사가 마찰력이 큰 지면에서 보다 마찰력이 거의 없는 상층에서 더 좋은 근사임을 암시하고 있다. 상층 흐름은 빈번히 지균 균형에 매우 가깝다.

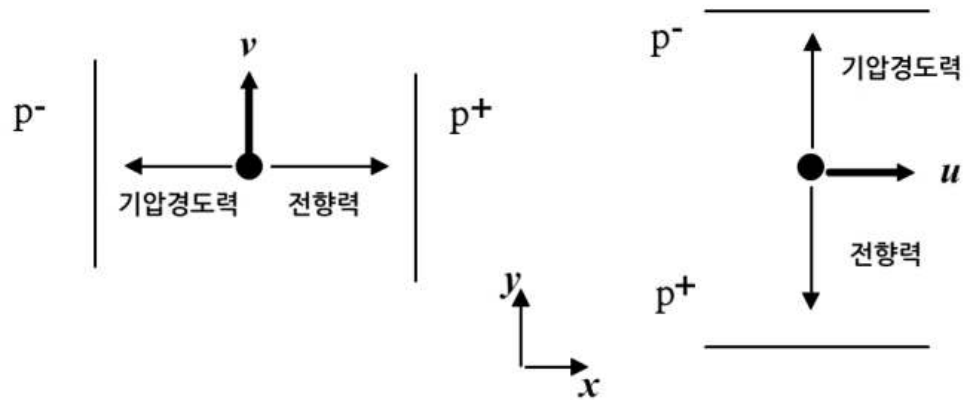
3.4.2 지균풍

관측에 의하면 지상 바람은 고기압에서 저기압으로 불지 않고 대략적으로 등압선에 나란하게 불고 있는데, 지균 균형은 이 호기심 있는 관측 결과를 설명해 준다. 만일 두 힘이 균형 상태에 있다면, 이 힘들은 크기가 같고 방향이 서로 반대이어야 한다. 그러므로 전향력은 기압경도력과 정확히 반대로 작용해야 한다(그림 3.2 참고). 전향력은 운동 방향에 직각으로 작용하므로 바람은 등압선을 따라 불어야 한다. 이 운동은 바이스-발로의 법칙(Buys-Ballot's Law)(네덜란드의 기상학자 C. D. H. Buys-Ballot(1817-1890)의 이름을 따서 이름 지어진 법칙)으로 알려진 경험 법칙으로 요약된다. 북반구에 대하여 이 법칙은 다음과 같이 글로 표현된다.

3.4 지균 근사

“만일 관측자가 바람을 등지고 서 있다면, 기압은 관측자의 오른쪽보다 왼쪽에서 더 낮다.”

바람이 고기압 영역이나 저기압 영역을 향하여 불지 않고 이 영역들 주위를 돌듯이 부는 이유는 바로 지구의 자전 때문이다. 즉, 이것이 전향력의 효과이다.



[그림 3.2] 고기압 p_+ 로부터 저기압 p_- 까지 기압 경도가 있는 영역에서의 지균 균형. 왼쪽 그림에서 기압 경도력은 음의 x 방향 ($\partial p/\partial x$ 는 양)으로 작용하고 전향력은 양의 x 방향으로 작용하여 지균풍(v)은 양의 y 방향으로 분다. 오른쪽 그림에서는 기압경도력이 양의 y 방향 ($\partial p/\partial y$ 는 음)으로 작용하고 전향력이 음의 y 방향으로 작용하여 지균풍(u)은 양의 x 방향으로 분다.

지균 균형에 있는 흐름에 대하여, 단순화된 운동방정식으로부터 지균 근사에 대한 표현을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + f v_g \qquad 0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - f u_g$$

여기서 u_g 와 v_g 는 지균풍이다.

위 식으로부터 지균풍에 대한 표현을 쉽게 유도할 수 있다. 즉, 지균풍은 전향력과 기압경도력이 정확히 균형을 이루며 부는 바람으로서 다음과 같이 표현된다.

$$u_g = -\frac{1}{\rho f} \frac{\partial p}{\partial y} \qquad v_g = \frac{1}{\rho f} \frac{\partial p}{\partial x} \qquad (3.6)$$

3.4 지귤 근사

자연 좌표계에서는 지귤 풍속이 다음과 같이 표현된다.

$$V_g = -\frac{1}{\rho f} \frac{\partial p}{\partial n} \quad (3.7)$$

여기서 n 은 운동에 직각 방향이며 운동의 왼쪽으로 향한다.

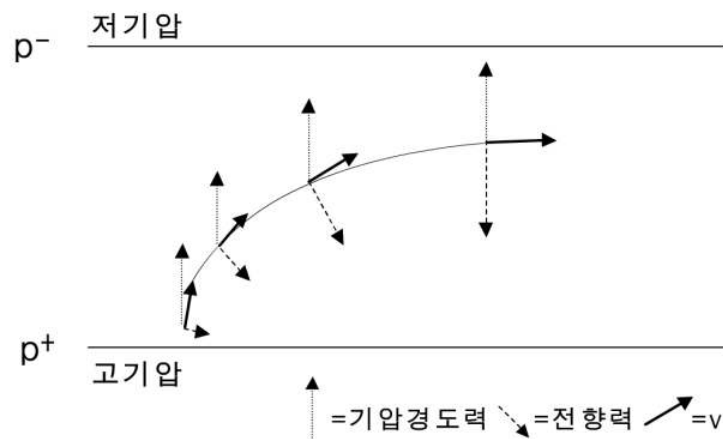
지귤 풍속에 대한 벡터 표현은 이 장의 끝에 있는 부록에 있다.

바람이 지귤풍이 되기 위해서는 등압선이 서로 평행해야 하고 또 직선이어야 하며, 시간에 따라 기압 변화가 없어야 한다. 이 조건들을 만족하지 않으면 가속도가 존재하게 된다.

3.4.3 지귤 균형의 형성

지귤 균형이란 정상 상태의 개념이다. 정의에 의하면 정상 상태에서는 가속도가 없기 때문에 아무 것도 변할 수 없다. 그러나 초기에 정체 상태에 있던 공기 덩이가 어떻게 그와 같은 정상 상태에 도달할 수 있는지 고려하는 것은 도움이 된다.

그림 3.3에서 보듯이 정지해 있는 공기 덩이를 고려하라. 기압은 그림의 아래에서 위로 감소하고 있고 왼쪽에서 오른쪽 방향으로로는 일정하다. 마찰력이 없다고 가정하면, 초기의 공기 덩이는 기압경도력(PGF)의 영향을 받아 정지한 상태에서부터 가속된다.



[그림 3.3] 균일한 기압 경도가 있는 지역에서 초기에 정지해 있던 공기 덩이가 지귤 흐름에 이르는 과정. 공기 덩이는 지귤 속도에 도달할 때까지 가속된다.

3.4 지균크사

일단 공기 덩이가 어떤 속도를 얻게 되면 전향력(CF)이 생겨서 북반구에서는 이동 방향의 오른쪽으로 작용한다. 전향력은 공기 덩이의 속도에 비례하기 때문에 전향력이 초기에는 기압경도력(PGF)에 비하여 작다. 그러나 공기 덩이가 저기압 쪽으로 가면서 속도를 더 얻기 때문에 전향력은 속도에 비례하여 계속 증가한다. 운동의 직각 방향으로 작용하는 전향력은 공기 덩이의 속도를 증가시키지는 못 하고 다만 공기 덩이를 오른쪽으로 휘도록 작용한다.

공기 덩이의 속도 벡터가 오른쪽으로 점점 회전하기 때문에 전향력도 회전하게 된다. 이렇게 전향력은 점점 증가하면서 기압경도력과 반대 방향으로 접근하게 되는데, 그 동안 기압 경도는 변하지 않는다고 가정하여 기압경도력은 일정하게 유지된다. 그러므로 공기 덩이의 가속율은 시간에 따라 감소한다. 결국 평형 상태에 도달하게 되는데, 이때에는 공기 덩이의 이동이 등압선에 나란하게 되고 전향력은 기압경도력과 정확하게 균형을 이루게 되며 공기 덩이의 가속도는 0으로 된다. 이것이 공기 덩이에 대한 지균크형이다.

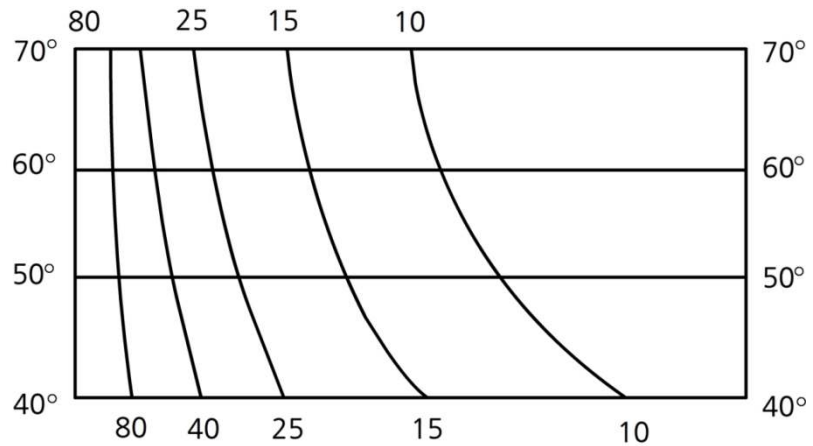
3.4.4 지균크사의 응용

지균크사는 기압 경도와 풍속 사이의 관계를 보여 준다. 지균크 풍속은 기압 경도에 비례하므로 일기도에서 지균크 풍속은 등압선 간격에 반비례한다.

지균크사를 실제로 응용하기 위하여 ‘지균크 바람 척도(Geostrophic Wind Scale)’를 그릴 수 있다. 이 척도는(일기도에서 주어진 눈금에 대하여) 등압선 간격으로부터 지균크 풍속을 직접 구하게 한다. 실제 풍속을 결정하는데 있어서는 지균크풍과의 편차를 위해 몇 가지 허용될 사항이 있다. 지균크풍에 대한 표현에서 생각해야 할 두 가지 요소가 있다. 코리올리 파라미터 $f(=2\Omega\sin\phi)$ 와 공기 밀도 ρ 인데, 여기서 f 는 위도에 좌우된다. 지균크 풍속은 f 에 반비례하므로 주어진 등압선 간격에 대하여 위도가 낮을수록 지균크 풍속은 더 커진다.

따라서 그림 3.4와 같은 지균크 바람 척도가 일기도에서 지균크 풍속을 계산할 때 위도에 따른 변화를 고려하도록 편의를 준다.

3.4 지균큰사



[그림 3.4] 지균큰 바람 척도. 일기도에서(지정된 등압선 간격을 사용하여) 등압선 간격은 그림의 왼쪽 연직 축과 비탈진 선 사이의 거리로 측정된다. 해당 비탈진 선에 매겨진 값이 노트(knot) 단위의 지균큰 풍속이다.

한편 공기 밀도에 대한 지균큰 풍속의 의존도는 일기도에 있는 바람 척도에는 뚜렷하지 않다. 그러나 상층 일기도에서 지균큰풍을 구하려 할 때 지상 일기도에서 사용하는 지균큰 바람 척도를 사용해서는 안 된다. 또한 기온과 기압 변동 모두 지균큰 풍속에(기체 법칙에서 밀도변동을 거쳐) 영향을 주나 그 의존도가 작다는 것을 명심할 필요는 있다.

지균큰 균형의 개념은 대기역학의 많은 부분을 지탱하고 있다. 대기 흐름이 완전하게 지균큰적이지 않은(즉 비지균큰적인) 곳에서는 대기 흐름을 흔히 ‘표준’ 지균큰 상태(지균큰 성분)와 이로부터의 편차(비지균큰 성분)의 향으로 기술한다. 다음 장에서 우리는 이 편차에 해당하는 *비지균큰풍(Ageostrophic Wind)*을 논의할 것이다.

부록

수평 운동방정식의 단순화된 형태(방정식 (3.2)와 방정식 (3.3))는 다음과 같이 벡터 형태로 나타낼 수 있다.

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p - f\vec{k} \times \vec{V}$$

여기서 \vec{V} 는 수평 운동만을 나타내는 속도 벡터이다. 즉, $\vec{V} = (u, v, 0)$ 이다.

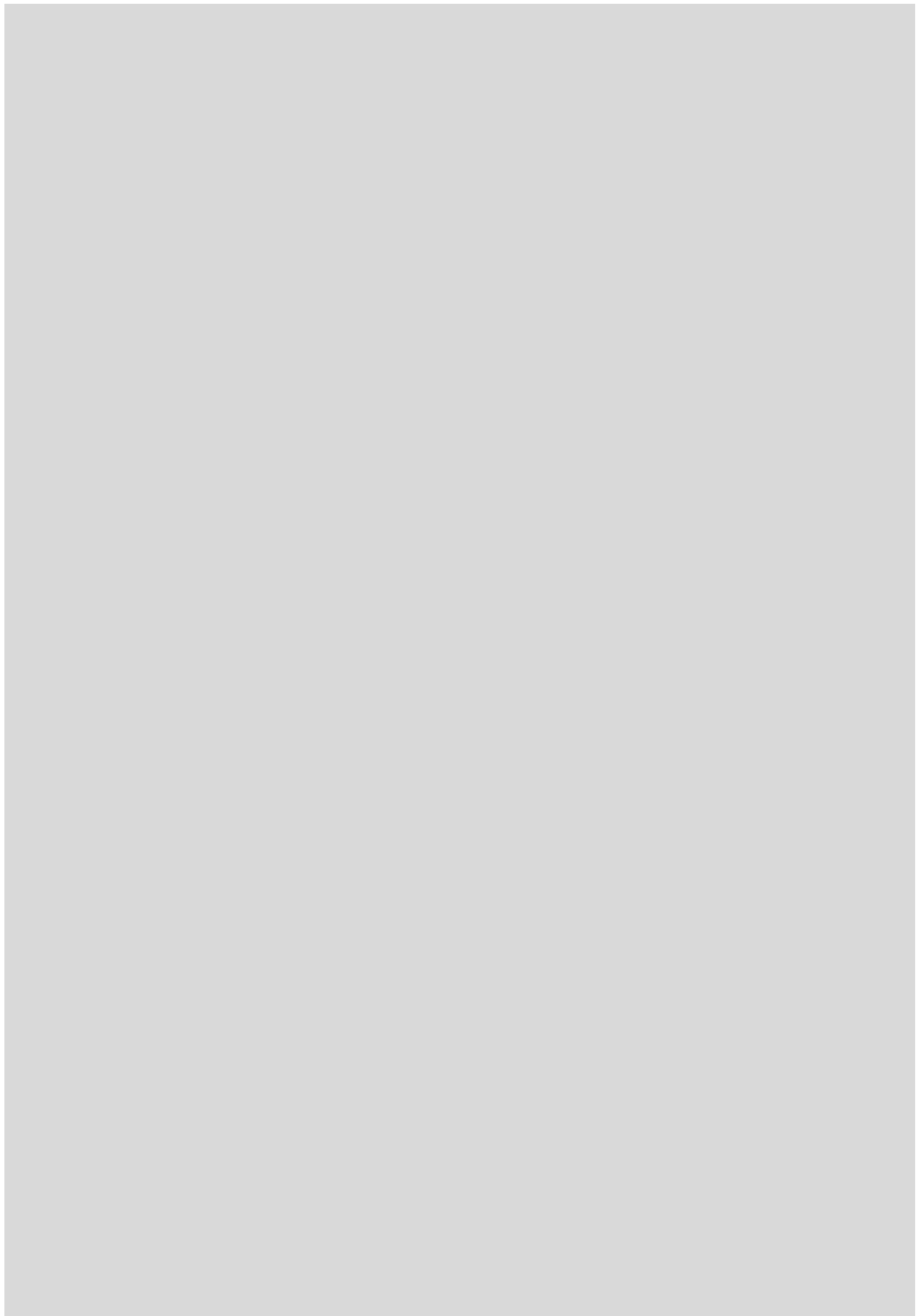
\vec{k} 는 z 방향의 단위 벡터이고 ∇ 은 경도 연산자이다.

비슷하게 지균풍(방정식 (3.6))은 다음과 같이 벡터 형태로 표현된다.

$$\vec{V}_g = \frac{1}{\rho f} \vec{k} \times \nabla p$$

연습문제

1. 북반구 중위도를 대표하는 45°N 에서 코리올리 파라미터 f 값을 계산하라.
2. 수평 운동 방정식에 포함된 마찰력의 크기는 어느 정도 크기의 차수를 갖는지 계산하라.
3. 정역학 방정식을 이용하여 지면 근처에서 상공으로 100m씩 올라갈수록 기압이 얼마나 낮아지는지 계산하라.
4. 종관 규모 운동과 중규모 운동에 대한 로스비 수의 크기를 비교하라.
5. 지상 일기도에서 우리나라를 지나는 이웃한 두 등압선 사이의 거리가 200km 일 때 지균풍속을 계산하라.



4장. 비지균형

- 4.1 서론
- 4.2 마찰 효과
- 4.3 곡률 효과
- 4.4 비정상 상태



학습목표

- 마찰력이 바람에 미치는 효과가 무엇인지 논의한다.
- 아지균풍과 초지균풍의 개념을 이해한다.
- 경도풍의 특성을 파악한다.
- 비정상 상태에서 기압경도의 변화와 풍향의 변화를 고찰한다.

4.1 서론

앞 장에서 우리는 지균 흐름의 원리를 논의하였다. 대기 운동은 흔히 크기가 같고 방향이 서로 반대인 두 힘 기압경도력과 전향력 사이의 균형에 의하여 근사적으로 기술된다. 이 결과 순 가속도 없이 직선으로 운동을 하게 되는데, 이것이 지균 근사이다.

이 근사는 빈번히 좋은 근사로 사용되고 있으며, 대기의 흐름을 고려하기 위해 사용되는 훌륭한 밑바탕을 제공하고 있다. 그러나 지균 근사는 대기를 이해하는데 충분한 기틀을 주지는 않는다. 지균 세계에서는 균형 상태이므로 아무 것도 변할 수 없기 때문에 날씨 발생 과정이 존재할 수 없다. 실제 대기에서는 존재하는 지균풍으로부터의 바람 편차는 작기는 하지만 사실 극히 중요하다. ‘비지균’이라고 부르는 이 성분은 우리가 경험하는 모든 날씨 변화를 효과적으로 설명할 수 있는 부분이다.

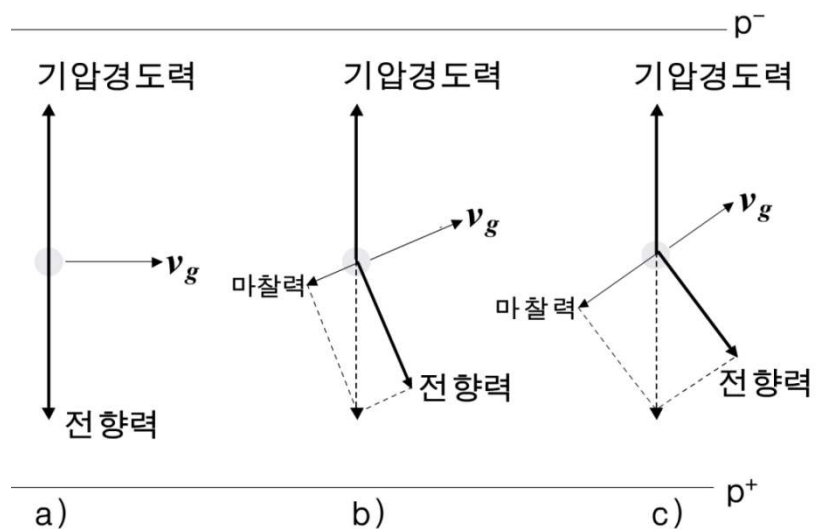
이제 바람이 왜 비지균적으로 되는지 세 가지 주요 이유를 살펴볼 것이다. 첫째는 마찰, 둘째는 흐름의 곡률 그리고 셋째는 기압경도의 변화 이 세 가지가 바람을 비지균적으로 만든다. 여기서 첫째와 둘째의 경우에는 대해서는 정상 상태의 상황만이 고려되고 셋째의 경우는 발달하거나 비정상 상태의 흐름에 대한 보다 복잡한 경우를 고려할 것이다.

4.2 마찰 효과

대기 경계층(대략적으로 말해서 대기의 최하층 1km 정도)에서는 추가적인 힘인 마찰력의 존재 때문에 힘의 균형이 복잡해진다. 바람이 불 때 지표면의 지형은 난류 에디(Eddy)를 일으키는데, 이 에디들이 대기에 항력(Drag)을 유발한다. 이 항력이 마찰력 역할을 하게 되고 마찰력의 크기는 지표면의 거칠기와 풍속에 따라 변한다. 즉, 예를 들면 마찰력은 바다 위에서보다 육지 위에서 더 크다. 마찰력에 포함된 물리는 복잡하지만, 여기서는 우리 목적상 마찰력을 바람의 정반대 방향으로 작용하는 단일 힘 F_f 로 취급해오 된다.

이제 고려해야 할 힘 세 가지가 있는데, 이 힘들의 균형을 생각할 것이다. 그림 4.1은 세 가지 경우를 보여 준다: 첫 번째는 지균 균형의 경우, 두 번째와 세 번째는 증가하는 마찰의 효과를 나타낸다. 균형이 유지되기 때문에 등압선에 직각인 방향으로 마찰력(FF)과 전향력(CF)의 성분 합은 기압경도력(PGF)의 크기와 같고 방향이 반대이다. 반면, 등압선 방향으로 마찰력의 성분은 전향력의 성분과 크기가 같고 방향이 반대이다.

그림 4.1에서 마찰력이 증가함에 따라 기압경도력과 균형을 유지하기 위해서는 전향력이 감소해야만 한다는 것을 볼 수 있다. 그러므로 풍속 역시 감소해야 한다. 마찰은 바람을 약하게 해야 하기 때문에 이 사실은 직관적으로 알 수 있다. 등압선에 평행한 방향으로 마찰력성분과 균형을 이루기 위해 전향력 성분이 반대 방향으로 생겨야 하는데 이를 위해 바람은 반시계 방향으로 돌아야 한다.



[그림 4.1] 일정한 기압 경도(고기압 p^+ 로부터 저기압 p^- 까지)를 가진 세 가지 시나리오에서 힘의 균형. a)는 마찰력 없이 기압경도력(PGF)과 전향력(CF)이 균형을 이루어 결과적으로 지균풍 v_g 가 불게 되는 경우를 보여 주고 있다. b)와 c)에서는 크기가 증가되는 마찰력(FF)이 추가되었다.

4.2 마찰 효과

그러므로 마찰력은 풍속을 감소시키고 풍향을 저기압 쪽으로 향하게 만든다. 전형적으로 바다 위에서 고도 10m 바람은 지균풍과 10-20°의 각을 이루어 불게 되고 풍속이 지균풍의 0.8배 정도이다. 보통 정도로 거친 육상에 서는 이 값들이 30-40°와 0.5배이다.

이와 같은 지상 바람 균형은 북반구에서의 결과이다. 남반구에서는 마찰 효과가 바람을 시계 방향으로 돌게 하지만, 마찰이 바람을 저기압 쪽으로 편향시키는 것은 북반구와 같다.

위와 아주 다른 힘의 균형이 저위도에서 발생할 수 있다. 저위도에서는 전향력이 작다. 그러므로 지균 균형에 도달하기 위해서는 풍속이 커야 한다. 적도 근처에서는 흔히 이 지균 균형이 되기 전에 기압경도력과 마찰력 사이에 정상 상태의 균형에 도달하게 된다. 이때 바람은 고기압에서 저기압으로 직접 불고 전향력은 유의하지 않을 정도로 아주 작다. 이와 같은 바람을 반대여정 바람(Antitriptic Wind)이라 한다. 이 바람은 고기압에서 저기압으로 불지만, 코리올리 가속도가 기압경도에 직각인 바람 성분을 증가시킴에 따라 시계 방향으로 풍향이 점점 바뀌려 한다.

반대여정 바람은 또한 고위도에서 생기는 해풍과 같이 짧은 시간 규모의 중규모 순환에서도 발생할 수 있다.

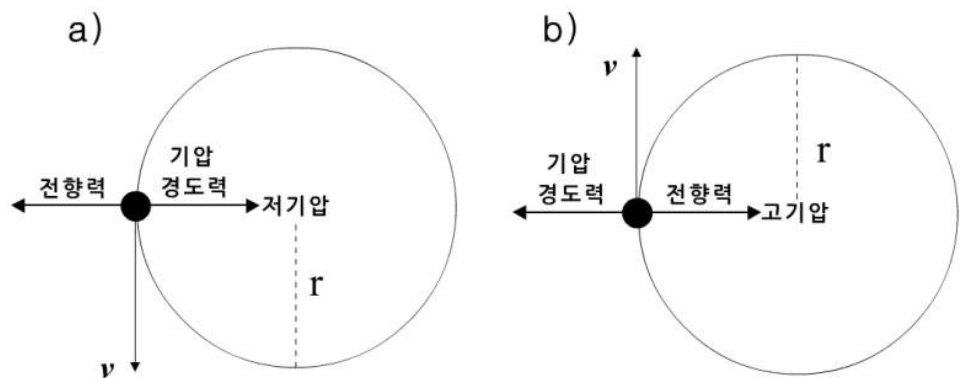
4.3 곡률 효과

앞 절에서 직선상 흐름의 경우를 고려했는데, 거기서는 기압경도력과 전향력이 균형을 이루어 직선 등압선에 평행하게 바람이 불거나 기압경도력, 전향력 및 마찰력이 균형을 이루어 직선 등압선을 비스듬히 횡단하는 바람이 불었다. 흐름이 곡선 궤적을 그리기 위해서는 곡률 중심을 향한 순 가속도 (v^2/r)가 존재해야만 한다. 이 경우에는 기압경도력과 전향력의 합이 0이 되어서는 안 되고 구심력까지 고려하여야 한다(여기서 가장 간단한 상황을 고려하기 위해 다시 한 번 더 마찰력을 무시할 것이다. 이 경우는 지면에서 멀리 떨어진 상공에 해당될 것이다.). 그러므로 모든 곡선 흐름은 비지균적임에 틀림없다.

4.3.1 아지균풍과 초지균풍

고기압이나 저기압 중심 영역 부근의 바람은 지균적이지 않은데, 이 바람의 속도는 지균 풍속보다 빠를까 아니면 느릴까?

먼저 저기압 중심 영역의 바람을 고려해 보자. 그림 4.2a가 이 경우를 나타내고 있다. 구심 가속도를 발생시키기 위해서는 기압경도력이 전향력보다 커야 한다. 다른 말로 표현하면, 이 경우의 전향력은 흐름이 지균적일 때 갖는 전향력 값보다 더 작아야 한다. 그러므로 이 경우의 풍속은 지균 풍속 값보다 작아야 한다. 즉 이 바람은 아지균풍(Sub-geostrophic Wind)이다.



[그림 4.2] a) 저기압 중심과 b) 고기압 중심으로부터 거리 r 만큼 떨어진 곳에서의 힘과 흐름의 방향

이와 유사하게 그림 4.2b는 고기압 영역 주위의 흐름에 대한 형태를 보여주고 있다. 이 경우, 전향력은 구심가속도를 발생시키기 위해 기압경도력보다 더 커야 한다. 그러므로 이때 전향력의 크기는 흐름이 지균적일 때 갖는 전향력 값보다 크게 된다. 따라서 이 풍속은 지균 풍속보다 커야 한다. 즉, 이 바람은 초지균풍(Super-geostrophic Wind)이다.

4.3 곡률 효과

4.3.2 경도풍

저기압과 고기압 영역 주위의 흐름을 논의하는데 있어서 지균풍에 이어 또 다른 하나의 이상적인 바람을 생각할 것이다. 이 바람이 경도풍이다. 지균풍처럼 경도풍에는 등압선을 횡단하는 흐름이 없고 마찰력도 없다. 그러나 흐름에 곡률이 포함되어 있어서 경도풍은 빈번히 지균풍보다 실제 바람에 가까운 더 좋은 근사이다.

경도풍에 대한 표현을 유도하는 것은 공부에 도움이 될 것이다. 먼저 그림 4.2a와 같이 저기압성 흐름을 생각하면, 두 힘 즉 기압경도력과 전향력은 다음과 같이 원운동에 필요한 구심가속도를 만든다.

$$PGF - CF = \text{구심가속도}(= v^2/r)$$

방향 n 이 흐름 v 에 직각이고 흐름의 왼쪽으로 향하게 되는 자연좌표계를 사용하면(이 경우 n 은 저기압 중심을 향함), 이 식은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\frac{v^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} - fv \quad (4.1)$$

방정식 (4.1)의 오른쪽 첫 항에 있는 기압경도력은 지균풍 v_g 와 다음과 같이 관련되어 있다.

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} = fv_g$$

이 식을 방정식 (4.1)에 대입하면

$$\frac{v^2}{r} = fv_g - fv$$

로 되고 다시 정리하면 다음과 같이 된다.

$$v^2 + rfv - rfv_g = 0$$

4.3 곡률 효과

위의 2차 방정식을 v 에 대하여 풀 수 있는데 근의 공식을 이용하면 다음과 같이 표현된다.

$$v = \frac{-rf \pm \sqrt{r^2 f^2 + 4rfv_g}}{2}$$

음의 근은 v 가 음이라는 것을 의미한다. 이 의미는 흐름이 저기압 주위에서 시계방향으로 흐른다는 뜻이다. 만일 r 이 크고 흐름이 대략적으로 지균적이라면, 음의 v 는 우리가 기대하는 것과 물리적으로 일치하지 않는다. 따라서 저기압성 경도풍에 대한 표현은 다음과 같다.

$$v = \frac{1}{2}(-rf + \sqrt{r^2 f^2 + 4rfv_g}) \quad (4.2)$$

이 과정을 고기압성 경도풍에 대해서도 반복할 수 있다. 양의 n 방향을 흐름의 왼쪽으로 잡는다는 의미를 계속 적용하면, 이번에는 n 방향이 고기압의 중심으로부터 바깥쪽으로 향한다. 따라서 기압경도력과 전향력은 다음과 같이 구심가속도를 발생시킨다(그림 4.2b).

$$PGF - CF = -v^2/r$$

그러므로 다음과 같이 힘의 균형이 이루어진다.

$$-\frac{v^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} - fv \quad (4.3)$$

전과 같이 방정식 (4.3)에 있는 기압경도력의 표현을 지균풍으로 치환하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{v^2}{r} = fv - fv_g$$

따라서 다음과 같이 v 에 대한 2차 방정식으로 표현된다.

$$v^2 - rfv + rfv_g = 0$$

v 에 대한 2차 방정식의 해는 다음과 같다.

$$v = \frac{rf \pm \sqrt{r^2 f^2 - 4rfv_g}}{2}$$

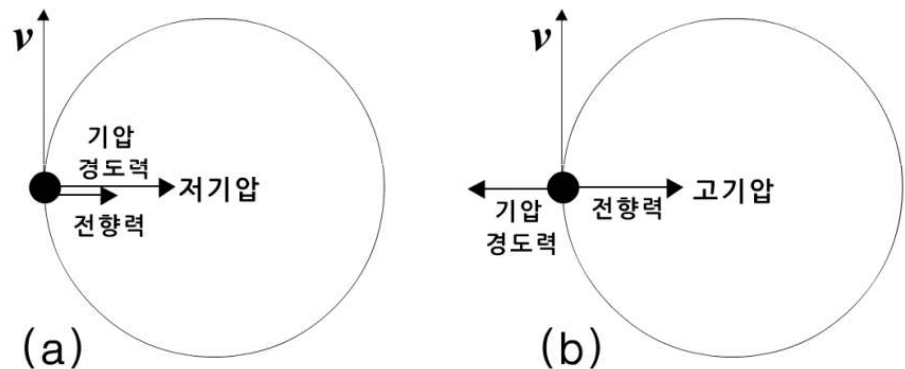
4.3 곡률 효과

이번에는 근호 앞의 양에 해당하는 근을 무시해야 한다. 그러므로 고기압성 경도풍에 대한 표현은 다음과 같다.

$$v = \frac{1}{2} \left(rf - \sqrt{r^2 f^2 - 4rfv_g} \right) \quad (4.4)$$

4.3.3 비정상 고기압과 저기압

앞 절 논의에서 2차 방정식의 근 두 개를 무시하고 버렸다. 사실 이 해들은 이론적으로는 가능한 해이고 ‘비정상(Anomalous)’ 순환으로 알려져 있다. 이 해들이 암시하고 있는 기압경도력과 전향력의 결합은 그림 4.3에 그려져 있다. 그러면 이 해들은 현실 세계에서 일어날 수 없는 것일까?



[그림 4.3] a) 비정상 저기압과 b) 비정상 고기압 주위의 흐름 방향과 작용하는 힘

버린 두 해 중에서 하나는 확실히 현실에서 발생할 수 있다. 저기압성 바람 방정식에서 음의 근에 해당하는 비정상 저기압(그림 4.3a)에서는 기압경도력과 전향력이 같은 방향으로 작용하여 이 힘의 합이 구심가속도를 발생시킨다고 할 수 있다. 흐름이 저기압 영역 주위로 흐르고 있을 지라도 이 흐름은 고기압성이다. 이와 같은 흐름은 정상적인 저기압 시스템에서는 발생하지 않으나, 기압경도력이 전향력보다 훨씬 더 우세할 때는 발생할 수 있다.

즉 전향력의 크기가 기압경도력의 크기에 비하여 무시할 만할 때 이 극한적인 경우가 생길 수 있다. 다시 말하면, 토네이도 주위와 같이 국지적으로 강한 원형 흐름의 경우에 이 극한적인 경우가 발생할 수 있다. 이 경우에 기압경도력이 구심가속도와 같다는 가정 아래 풍속이 계산될 수 있다. 이것은 ‘선형류(Cyclostrophic Flow)’로 알려져 있다.

4.3 곡률 효과

사실 고기압성 토네이도는 매우 드물고 비정상 저기압은 열대지방에서 먼지회오리와 연관되어 대부분 나타난다. 대부분의 토네이도는 저기압성이고 구심가속도를 일으키는 기압경도력을 갖고 있다. 이 경우가 방정식 (4.2)에서 r 이 매우 작을 때에 해당한다.

그러나 비정상 고기압(그림 4.3b)은 현실 세계에서 거의 나타나지 않는다(이것은 고기압성 2차 방정식의 다른 근에 해당한다.). 이 경우에 힘들은 정상 고기압과 같은 방향으로 작용하고 흐름도 정상 고기압과 유사하게 고기압성이다. 그러나 속도는 정상 고기압보다 훨씬 더 크고 실제 풍속은 이 해의 값에 도달되지 않는다. 기압경도력이 0이고 전향력이 구심가속도를 일으키는 특별한 경우는 때때로 해양에서 관측될 수 있다.

경도풍에 대한 생각은 중위도지방 일기도의 뚜렷한 특징을 설명하는데 도움이 된다. 즉, 고기압 주위의 기압경도는 항상 약한 반면, 저기압은 빈번히 조밀한 등압선을 갖고 기압경도가 강하다. 이처럼 고기압 주위의 바람 강도는 역학적으로 어떤 한계가 있다. 고기압성 경도풍에 대한 표현(방정식 (4.4))은 이 사실을 설명해 주고 있다.

방정식 (4.4)를 다시 쓰면 다음과 같다.

$$v = \frac{1}{2} \left(rf - \sqrt{r^2 f^2 - 4rfv_g} \right)$$

위 방정식의 근호 안에 있는 표현이 양이거나 0이어야 한다. 그러므로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$4rfv_g \leq r^2 f^2 \quad \therefore v_g \leq \frac{1}{4} rf$$

이 식은 지균풍의 한계 값을 제시하고 있다. 위 식으로부터 지균풍이 최대 값을 가질 때 경도풍이 최대 값을 갖게 됨을 알 수 있다. 즉, 지균풍의 최대 값은 다음과 같다.

$$v_{gMAX} = \frac{1}{4} rf$$

이 값을 방정식 (4.4)에 대입하면 다음과 같은 경도풍의 최대 값을 구할 수 있다.

$$v_{MAX} = \frac{1}{2} rf$$

4.3 곡률 효과

이것은 $v = 2v_g$ 임을 암시하고 있다.

이것을 좀 달리 생각해 보자. 어떤 지균풍이 주어지면 다음과 같은 최소 곡률반경이 존재하게 된다.

$$r \geq \frac{4v_g}{f}$$

저기압 영역에서는 이와 같은 이론적 제한 조건이 없음을 주목하라. 이 차이는 다음 사실에 기인한다. 즉, 저기압의 경우에 중심을 향하여 작용하는 힘은 기압경도력이므로, 밀집된 등압선과 연관된 기압경도력이 구심가속도를 증가시켜서 결국 원형 운동을 활발하게 일으킨다. 그러나 고기압의 경우에는 기압경도력이 고기압의 바깥쪽으로 작용하여서 밀집된 등압선이 존재한다면 오히려 원형 운동을 방해하게 된다.

4.4 비정상 상태

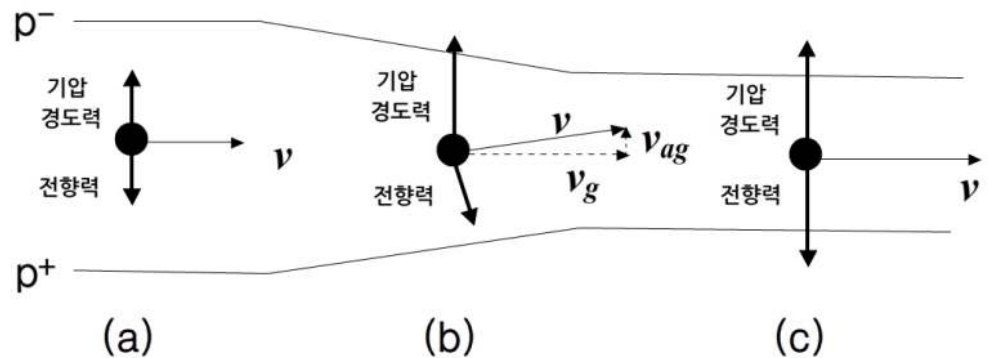
마찰 효과와 곡률 효과에서 언급한 것 같이 앞 절들에서 논의한 지균풍으로부터의 편차는 정상 상태의 상황이다. 이 논의가 두 가지 중요한 상황(마찰과 곡률이 존재하는 상황)에서 흐름을 이해하고 설명하는데 우리에게 도움은 주었지만, 비지균풍에 대한 주 내용 중 하나는 기술하지 않았다. 즉, 대기의 흐름 상태가 변하고 있을 때 날씨 시스템의 발달에서 비지균풍의 역할은 아직 설명하지 않았다. 이제 이것을 마지막 절인 이 절에서 논의할 것이다.

4.4.1 기압경도의 변화

지균이란 환경적 인자인 기압경도력과 속도에 비례하는 전향력 형태인 공기 덩이의 반응 사이에서 나타나는 완전한 균형을 말한다. 환경 기압경도가 공간적 또는 시간적으로 변하자마자 공기 덩이는 순간적으로 균형이 깨지고 그 변화에 반응하는데 시간이 걸린다. 이때 새로운 균형에 도달할 때까지 비지균 운동의 성분이 존재하게 된다.

여기서 고려하고자 하는 가장 간단한 경우는 기압경도가 공간적으로 변하는 경우이다(그림 4.4 참고). 만일 공기 덩이가 초기에 지균 균형 상태에 있다가 기압경도가 더 큰 지역으로 이동한다면, 공기 덩이에 작용하는 기압경도력이 전향력보다 더 커질 것이다. 그러므로 공기 덩이는 기압이 낮은 쪽으로 가속되어 등압선과 각을 이루며 운동할 것이다. 이 가속도는 운동에 직각으로 작용하는 전향력을 증가시킬 것이다(그림 4.4b). 그리고 전향력이 기압경도력과 같아질 때까지 전향력은 증가하고, 흐름은 보다 큰 지균 풍속을 갖고 다시 한 번 지균 균형에 도달하게 된다(그림 4.4c). 그림 4.4b는 흐름이 지균 균형으로부터 깨져 있는 동안 속도는 다음 두 성분으로 구성되어 있는 것처럼 나타낼 수 있음을 보여 주고 있다. 항상 등압선에 평행한 지균 성분(v_g)과 주로 등압선에 직각인 비지균 성분(v_{ag}). (이때 비지균 성분은 실제로 가속도 벡터에 직각이다.)

4.4 비정상 상태



[그림 4.4] 초기에 지균 상태에 있다가 보다 큰 기압경도 지역으로 이동하는 공기 덩이에 작용하는 힘과 흐름의 방향. 이 공기 덩이는 보다 빠른 속도에서 새로운 지균 균형에 도달한다. v_g 와 v_{ag} 는 각각 지균 균형이 깨져 있는 동안 공기 덩이 속도의 지균 성분과 비지균 성분이다.

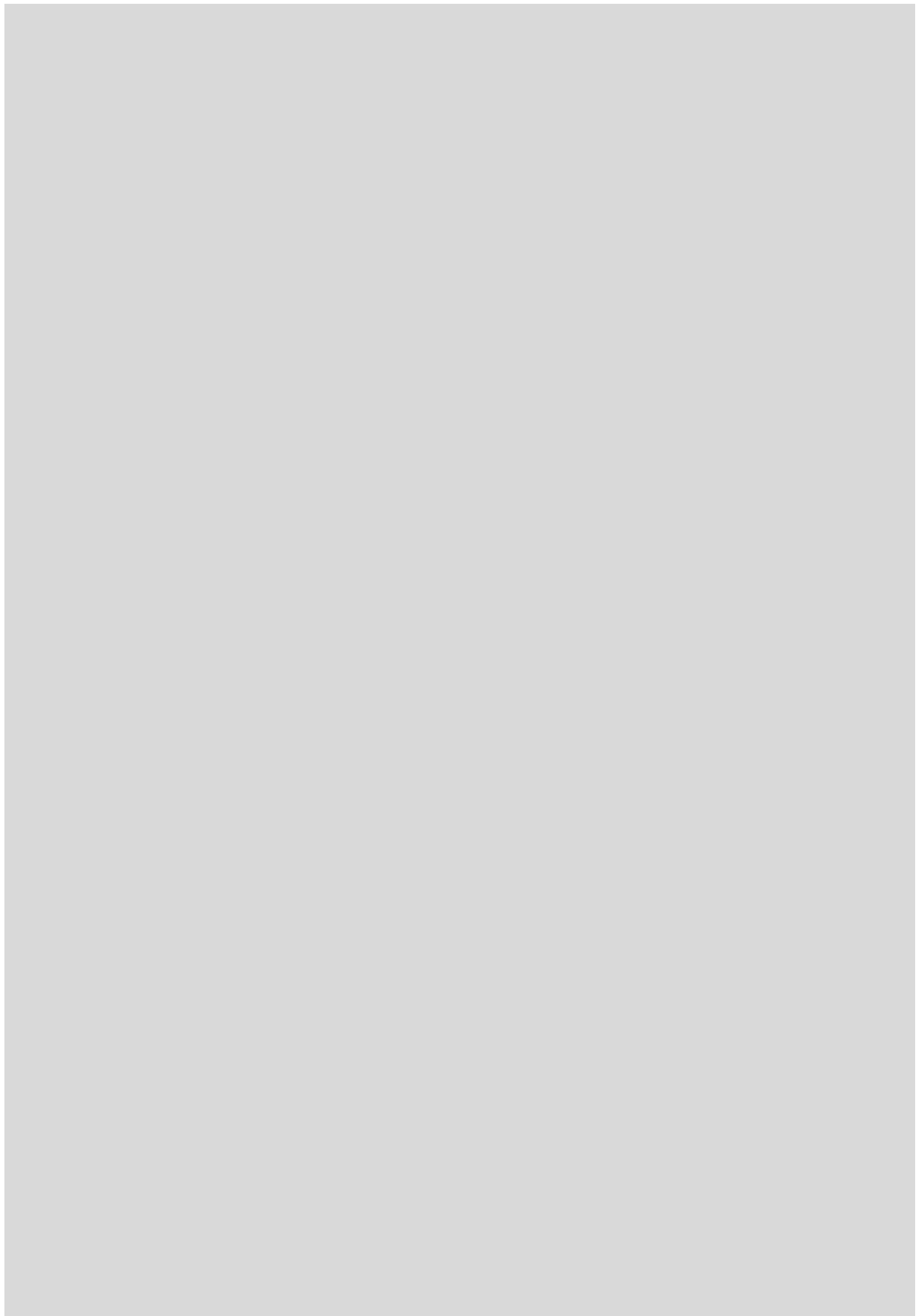
4.4.2 풍향의 변화

앞 절에서 본 것처럼 곡선 궤적의 대기 흐름은 경도풍 관계에서 기술했듯이 아지균적(저기압성 흐름에 대하여)이거나 초지균적(고기압성 흐름에 대하여)이다. 그러나 만일 곡률 반경이 흐름을 따라 변하게 되면, 지균 상태로 부터의 편차 정도가 또한 변한다. 어떤 곡률을 가진 흐름으로부터 다른 곡률을 가진 흐름으로 전이하는 동안(기압경도는 변하지 않고 그대로 있다고 가정하여), 흐름은 가속되거나 감속된다. 그리고 이와 같은 흐름 속도의 변화는 대기 현상의 발달을 암시하고 있다.

이 두 가지 시나리오, 즉, 기압경도의 변화와 풍향의 변화는 대기 현상의 발달에서 비지균 운동의 역할을 고려하기 위한 하나의 기본 틀을 제공한다 (뒤의 7장에 나오는 ‘연직 운동과 지면에서의 대기 현상 발달’ 또는 ‘대기의 연속성, 발산 및 비지균 운동’을 참고).

연습문제

1. 남반구에서 나타나는 마찰풍에 대한 세 힘의 균형을 그림으로 표시하라.
2. 북반구 중위도 지방에서 지균풍속이 20m/s 일 때, 반경 100km 인 원형 저기압과 고기압에 대한 경도풍속을 각각 계산하고 그 값을 서로 비교하라.
3. 전향력과 원심력이 균형을 이루며 부는 바람을 관성풍이라 한다. 북반구 30°N 에 중심을 둔 반경 100km 의 원형 흐름에 대한 관성풍속을 계산하라. 그리고 이 원형 흐름의 방향을 결정하라. 아울러 이 원형 운동의 주기를 계산하라.
4. 기압경도력과 원심력이 균형을 이루며 부는 바람을 선형풍이라 한다. 북반구 중위도 지방에서 지균풍속이 50m/s 인 경우에 반경 200m 의 원형 흐름에 대한 선형풍속을 계산하라. 그리고 이 원형 흐름의 방향을 결정하고 이 흐름의 중심에서 고기압이 나타나는지 저기압이 나타나는지 판단하라.
5. 직선 등압선 간격이 좁은 곳에서 넓은 곳으로 바람이 불 때, 힘의 균형이 어떻게 변해 가는지를 그림으로 표시하고 등압선이 넓어지는 곳에서 생기는 비지균풍을 표시하라.



5장. 층두께와 온도풍

5.1 등압면 고도

5.2 층두께

5.3 온도풍

5.4 온대 저기압 구조에 적용



학습목표

- 등압면 고도와 등압좌표계의 개념을 이해한다.
- 층두께와 기온 사이의 관계를 조사한다.
- 순압 대기와 경압 대기를 비교한다.
- 온도풍을 정의하고 온도풍 방정식을 고찰한다.
- 온도풍을 저기압 연직 구조와 이류에 적용한다.

5.1 등압면 고도

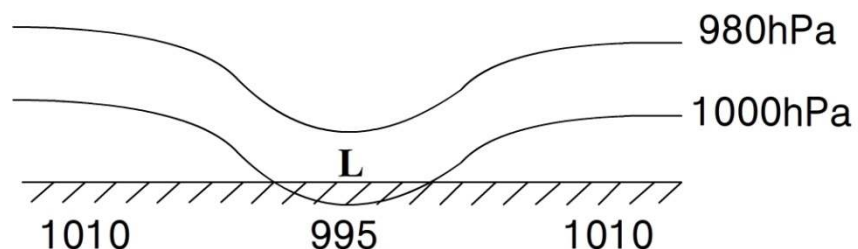
5.1.1 등압면 고도의 개념

지상에서 대기압이 공간적으로 변한다는 것은 잘 알려져 있다. 대기과학에서는 지상에서 무엇이 일어나는지에 대하여 알아야 할 뿐만 아니라(더욱 중요하게 어떤 방법으로) 상공에서는 무엇이 진행되고 있는지에 대하여 알 필요가 있다. 먼저 고려하고자 하는 주제는 상공 기압의 공간 변동을 어떻게 기술하느냐 하는 것이다.

우리가 지면에 살고 있고, 고도 0인 층이 어떤 양들을 비교할 수 있는 자연적 기준면을 제공하기 때문에 우리는 평균 해면 기압을 사용한다(대기과학에서는 비교를 더욱 쉽게 하기 위해 기준면으로 지면 대신 평균 해면을 사용한다.). 상공에서는 물리적 고도가 일정한 면을 기준면으로 사용할 특별한 이유가 없다. 오히려 반대로 하는 것이 더 쉽다. 즉, 고도가 일정한 면에서 기압을 비교하기보다는 평균 해면으로부터 기압이 일정한 면의 고도(예를 들어 m 단위)를 비교하는 것이 좋다. 이것은 다음 두 가지 관점에서 더욱 그러하다.

- 역학적으로 : 고도가 일정한 면은 대략적으로 등압면을 따라 움직이는 대기 흐름에 있어서 특별히 중요하지 않다.
- 관측적으로 : 라디오존데나 항공기에 실린 관례적인 측기가 기압을 측정한다. 고도는 이 기압으로부터 유도된 양이다.

물론 이들 등압면은 실제적인 물체는 아니다. 그러나 이 등압면들은 우리에게 도움이 되는 기준면을 제공한다. 대기역학에서는 이 등압면들이 아주 폭넓게 사용되고 있으며, 등압면을 눈으로 볼 수 있게 하는 것이 필수적이다.



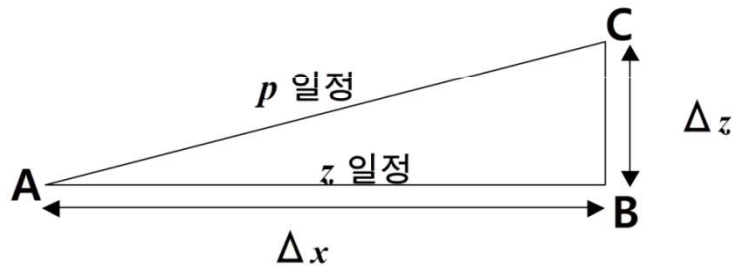
[그림 5.1] 저기압 영역에 대한 연직 단면. 지면으로부터 기압이 일정한 면까지의 고도는 저기압 중심에서 최소가 된다.

5.1 등압면 고도

평균 해면기압이 변하는 곳에서는 어디나 등압면이 기울어져야 하고 지면을 교차하게 된다. 그림 5.1은 지상 저기압 영역 주위에서 나타나는 지면 근처의 등압면 구조를 보여 주고 있다. 지상 저기압 근처에서 등압면의 고도가 더 낮은 것을 주목하라. 다른 말로 하면, 등고도면에서 기압으로 나타난 저기압과 등압면에서 고도로 나타난 저기압은 같은 의미를 갖는다.

5.1.2 등압좌표계

이와 같이 등압면이 우리에게 도움 되는 개념이기 때문에, 연직 좌표로 물리적 고도 z 대신에 기압 p 를 사용하는 좌표계를 사용하는 것이 유용하다. 이 등압좌표계는 빈번히 수치모델에서 사용되고 있다. 만일 지상 기압이 변하면, 이에 대응하여 등압면이 어떻게 기울어지는지 알아야 한다. 그림 5.2에서 보인 시나리오를 고려하면 이것을 알 수 있다.



[그림 5.2] 물리적 고도가 일정한 면(z 가 일정)인 $A-B$ 와 기압이 일정한 면(p 가 일정)인 $A-C$ 사이의 관계를 보여 주는 연직 단면. 점 A 와 점 C 사이에서 등압면은 거리 Δx 떨어진 곳에서 고도 Δz 만큼 올라가 있다.

A 와 B 사이의 기압 변화와 B 와 C 사이의 기압 변화는 각각 다음과 같이 표현된다.

$$\Delta x \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_z \quad \text{와} \quad \Delta z \frac{\partial p}{\partial z} \Big|_x$$

여기서 연직선들은 ‘ z 또는 x 가 일정한 면 위에서’라는 뜻이다. A 와 C 에서 기압은 같으므로 다음과 같이 된다.

$$\Delta x \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_z + \Delta z \frac{\partial p}{\partial z} \Big|_x = 0$$

5.1 등압면 고도

그러나 정역학 방정식에 의하면 연직 기압경도에 대한 표현이 $\partial p/\partial z = -\rho g$ 이므로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Delta x \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_z = \rho g \Delta z$$

$$\therefore \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_z = g \frac{\Delta z}{\Delta x} = g \frac{\partial z}{\partial x} \Big|_p$$

등압면 고도를 나타내기 위해서는 z 대신 h 를 사용하는 것이 관례적이다. 그리고 연직선에 붙어 있는 첨자는 보통 제거한다. 그러므로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho g \frac{\partial h}{\partial x} \quad (5.1)$$

이 식이 우리가 필요로 하는 $\partial p/\partial x$ 와 $\partial h/\partial x$ 사이의 관계식이다. 이 좌표계 사이의 관계가 완전히 성립하려면 대기가 정역학적이어야 함을 주목하라.

등압면 좌표계에서 연직 운동은 w 대신 ω 로 표현한다. p 축이 아래 방향으로 양(즉, z 축과 반대 방향)이기 때문에 연직 운동 또한 반대 부호를 갖는다. 즉, 공기가 상승한다면, ω 는 음이다. 운동의 수평 성분은 x - y 평면에 있게 된다.

5.1.3 등압좌표계에서의 운동방정식

등압 좌표계에서 운동방정식을 다시 쓰는 것은 아주 간단하다. 이제 운동방정식을 단순화된 형태로 고정시킬 것이다. 고도 좌표계에서는 이 방정식들이 다음 형태로 표현되었다.

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_z + fv + F_x \quad \frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \Big|_z - fu + F_y$$

식 (5.1)을 위 방정식들에 대입하면 다음 형태를 얻게 된다.

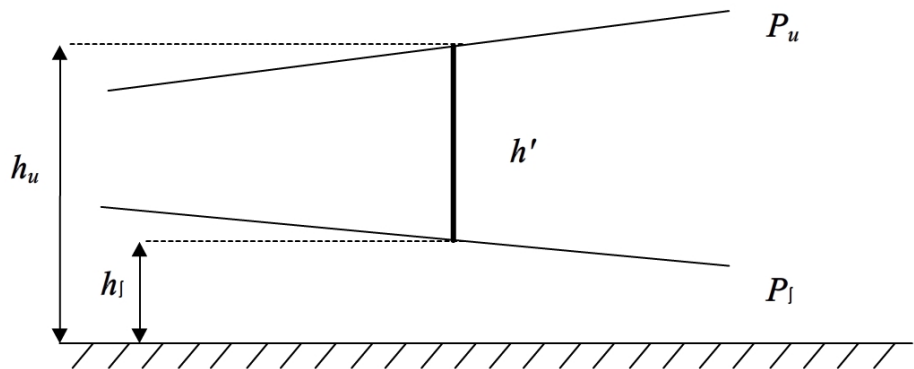
$$\frac{du}{dt} = -g \frac{\partial h}{\partial x} + fv + F_x \quad \frac{dv}{dt} = -g \frac{\partial h}{\partial y} - fu + F_y \quad (5.2)$$

5.2 층두께

5.2.1 층두께란 무엇인가?

공기의 어떤 층의 두께는 두 등압면 사이의 연직 거리로 정의된다(그림 5.3을 참고). 그 두께는 다음 두 가지에 좌우된다.

- 선택된 등압면(예를 들어, 1000hPa과 500hPa은 가장 폭넓게 사용되는 한 쌍의 등압면이다.)
- 공기 층의 온도



[그림 5.3] 공기 층의 두께 h' . 두께는 상층 등압면(p_u)의 평균 해면 위 고도(h_u)와 하층 등압면(p_l)의 평균 해면 위 고도(h_l)사이의 차($h_u - h_l$)이다.

층두께는 전형적으로 수평 방향의 위치와 시간에 따라 변할 것이다. 층의 두께와 등압면의 고도를 구별하기 위해 주의해야 한다.

5.2.2 층두께의 수학적 표현

층두께에 대한 표현을 얻기 위해 다음의 정역학 방정식으로부터 출발한다.

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$$

상태방정식을 사용하여 위 식의 ρ 를 치환하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{gp}{RT}$$

연직 좌표로 h 를 사용하면 위 식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{\partial h}{\partial p} = -\frac{RT}{gp} \quad (5.3)$$

5.2 층두께

이 방정식은 등압면 고도를 등압면의 압력과 온도의 함수로 표현한 식이다. 이제 h' 으로 부를 층두께는 두 등압면 사이의 고도차에 해당한다. 그러므로 두 등압면 사이에서 방정식 (5.3)을 적분함으로써 층두께를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\int_{h_l}^{h_u} dh = - \int_{p_l}^{p_u} \frac{RT}{gP} dp$$

$$\therefore h' = h_u - h_l = \int_{p_u}^{p_l} \frac{RT}{gP} dp \quad (5.4)$$

만일 p_l 이 지상 기압이라면, 이 표현은 단순히 등압면 p_u 의 고도를 계산하는 식임을 주목하라.

5.2.3 층두께로부터 온도 구하기

일반적으로 온도로부터 공기층의 두께를 계산하는 것은 별로 관심이 없다. 그 역과정 즉, 층두께로부터 공기의 온도를 추산하는 것이 실제적으로 더 유용하다.

만일 압력에 따른 온도의 변화를 무시하고, 공기 층이 평균 온도 \bar{T} 를 갖는다고 하면, 방정식 (5.4)를 다음과 같이 근사시킬 수 있다.

$$h' = \frac{\bar{RT}}{g} \int_{p_u}^{p_l} \frac{dp}{p} \quad \therefore h' = \frac{\bar{RT}}{g} \ln \left[\frac{p_l}{p_u} \right] \quad (5.5)$$

(이 근사는 아주 합리적인 근사이다. 여기서 T 는 절대온도이기 때문에 우리가 취급하는 기압 범위에서는 절대온도 값이 그다지 많이 변하지 않는다.)

그러므로 이와 같이 층두께 값으로부터 층평균 기온을 직접 추산할 수 있다. 따라서 층두께는 기온을 효과적으로 측정할 수 있는 척도라 할 수 있다. 한국 기상청에서는 60m의 등치선 간격으로 1000-500hPa 층두께 선도를 그리고 있는데, 이 간격은 대략적으로 층평균 기온의 3K 간격과 동등하다.

5.2 층두께

5.2.4 지오퍼텐셜 고도

고도와 층두께에 대한 앞의 논의에서 R 과 g 값은 상수라고 가정하였다. 그러나 g 는 위도와 고도에 따라 약간 변한다. g 는 지구 자전에 의한 원심력 때문에 극보다는 적도에서 더 작다: 극에서는 약 $9.82ms^{-2}$ 이고 적도에서는 약 $9.78ms^{-2}$ 이다. 그리고 g 는 고도에 따라 감소하는데, 그 이유는 두 물체 사이에 작용하는 만유인력이 거리에 좌우되기 때문이다. 지면에서는 약 $9.80ms^{-2}$ 이나 300hPa 고도에서는 약 $9.77ms^{-2}$ 이다.

이것은 등압면 고도를 계산하는데 불필요하게 복잡하게 만든다. 따라서 이 변화를 제거한다면 문제는 보다 단순화된다. 지오퍼텐셜 고도라는 다른 고도 척도를 사용하면 이 문제는 해결된다. 즉, 물리적 고도 단위인 m 대신 지오퍼텐셜 미터라는 고도 단위를 사용하면 된다. 지오퍼텐셜 미터는 다음과 같이 정의된다.

$$\text{지오퍼텐셜 미터} = \text{미터} \times \frac{g(ms^{-2})}{9.8} \quad (5.6)$$

여기서 g 는 중력 가속도의 지역 값이고 9.8(보다 정확하게는 9.80665)은 g 의 전지구 평균값을 나타낸다. g 값이 어디서나 9.8에 매우 가깝기 때문에, 물리적 고도 값과 지오퍼텐셜 고도 값은 서로 아주 비슷하다.

식 (5.6)에 있는 값 9.8은 무차원 상수이다. 따라서 지오퍼텐셜 고도는 거리의 단위를 갖고 있지 않고 에너지의 단위를 갖고 있다. 그러나 실제로는 지오퍼텐셜 고도 값을 간단히 지오퍼텐셜 미터 또는 g.p.m.으로 사용하고 있다. 엄격히 말하면 등압면 고도를 나타낼 때 g.p.m. 단위를 사용해야 하나, 실제로는 ‘지오퍼텐셜’이란 말을 빼고 흔히 미터라고 말하고 있다.

전지구 평균 중력가속도로 나누기 전에 지역 중력가속도와 물리적 고도를 곱한 값이 그 고도에서 지구 중력에 의한 단위 질량 공기의 위치 에너지이기 때문에 지오퍼텐셜 미터의 단위는 에너지의 단위이다. 이것은 공기 덩이의 지오퍼텐셜로 알려져 있다. 지오퍼텐셜이 일정한 면은 극보다 적도에서 지구 중심으로부터 더 멀리 떨어져 있다(2장의 그림 2.2에서 쇄선으로 표시된 ‘지오이드(Geoid)’가 지오퍼텐셜이 일정한 면을 나타낸다.).

5.3 온도풍

5.3.1 순압 대기와 경압 대기

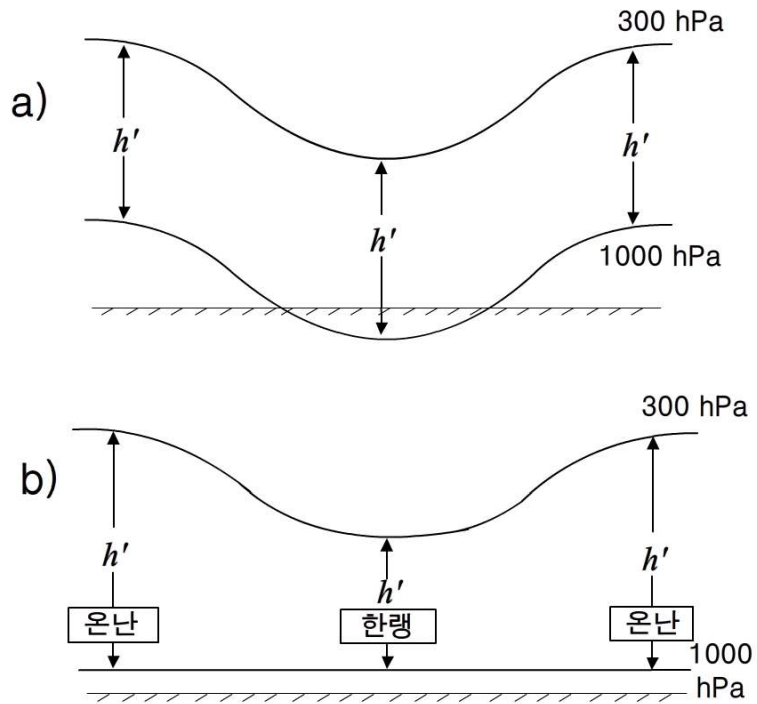
대기에서 등압면은 보통 기울어져 있다. 이것은 다음 이유 중 하나 또는 둘 다 때문일 수 있다.

- 평균 해면기압은 변한다. 이 경우에 등압면은 지면을 교차해야 하고 따라서 기울어져야 한다. 이때 기울음은 연직적으로 대기 전체에 걸쳐 나타날 수 있다.
- 수평 온도 경도가 존재한다. 만일 수평 온도 경도가 존재한다면 층두께의 수평 경도가 존재해야 한다고 앞 절에서 한 논의는 지적하고 있다. 즉, 두 등압면 사이의 연직 거리는 공간적으로 변한다. 그러므로 어떤 공기 층의 꼭대기와 밑바닥에서 등압면의 기울기는 서로 다를 수밖에 없다.

위 내용은 그림 5.4에서 보인 것처럼 두 가지 가능한 대기의 구조를 생각하게 한다.

5.3 온도풍

1. 순압 대기(그림 5.4a) : 기온은 오직 기압만의 함수($T = T(p)$)이다. 수평 온도 경도는 0이고, 두 등압면 사이의 층두께는 수평적으로 변하지 않는다.
2. 경압 대기(그림 5.4b) : 기온은 기압뿐만 아니라 공간적 위치의 함수($T = T(x, y, p)$)이다. 기온과 층두께는 수평면에서 자유롭게 변한다.



[그림 5.4] a) 순압 대기와 b) 경압 대기에서 기온과 층두께(h')의 수평 변화를 보여주는 개략적인 단면

열대지방에서 대기는 대략적으로 순압적이거나, 중위도지방에서는 수평 온도 경도가 일반적이기 때문에 대기가 보통 경압적이다.

5.3 온도풍

5.3.2 온도 경도와 지균풍

이와 같은 온도 경도 때문에 등압면의 기울기는 보통 고도에 따라 변한다. 이 사실로부터 다음과 같은 중요한 연결 고리를 찾을 수 있다. 등압면 좌표계에서

$$v_g = -\frac{g}{f} \frac{\partial h}{\partial n}$$

이기 때문에 등압면 기울기가 등압면에서의 지균풍과 관련되어 있음을 알 수 있다. 이처럼 등압면 고도에 따른 기울기 변화와 바람 사이에 연관성이 있다(좋은 근사로 상층 바람은 지균풍적이기 때문에, 앞으로 계속되는 논의에서 지균풍을 실제 바람으로 취급할 것이다.).

그림 5.5에서 보인 것처럼 대기층의 상층면과 하층면 사이에서 바람이 변하는 세 가지 경우를 고려하라. 그림 5.5a에서는 상층면과 하층면이 평행하고 바람이 두 면 사이의 전체 층에서 같으며 수평 온도 경도가 없다. 그림 5.5b에서는 바람이 고도와 함께 증가하나 같은 방향으로 불고 있다. 이 경우에는 왼쪽에 더 찬 공기가 놓이도록 온도 경도가 존재해야 한다. 그리고 이 경우는 가장 복잡한 그림 5.5c의 경우를 유도할 수 있는데, 이때에는 풍향까지 고도와 함께 바뀐다. 이때의 찬 공기는 두 등압면이 가장 가까워지는 곳(가장 먼 왼편 모서리)에 위치한다. 만일 두 등압면 사이에서 바람의 변화를 나타내기 위해 벡터 삼각형을 그린다면, 그리고 이 바람 변화를 v_{diff} ($v_{diff} = v_u - v_l$)로 표현한다면, 이 v_{diff} 바람을 등지고 있을 때 찬 공기는 왼편에 있게 된다는 것을 발견할 것이다. 그러므로 바이스 발로(Buys Ballot)의 법칙을 닮은 관계를 얻게 된다. 바이스 발로의 법칙은 기압과 바람과의 관계를 나타내고 있으나 여기서는 기온과 고도에 따른 바람 변화와의 관계를 나타내고 있다.

고도에 따른 바람의 변화를 온도풍(V_t)이라 부른다. 이것은 위에서 언급한 v_{diff} 와 같다. 온도풍은 상층면에서의 지균풍과 하층면에서의 지균풍 사이의 벡터 차 또는 시어로 정의된다. 온도풍을 벡터로 표시하면 다음과 같다.

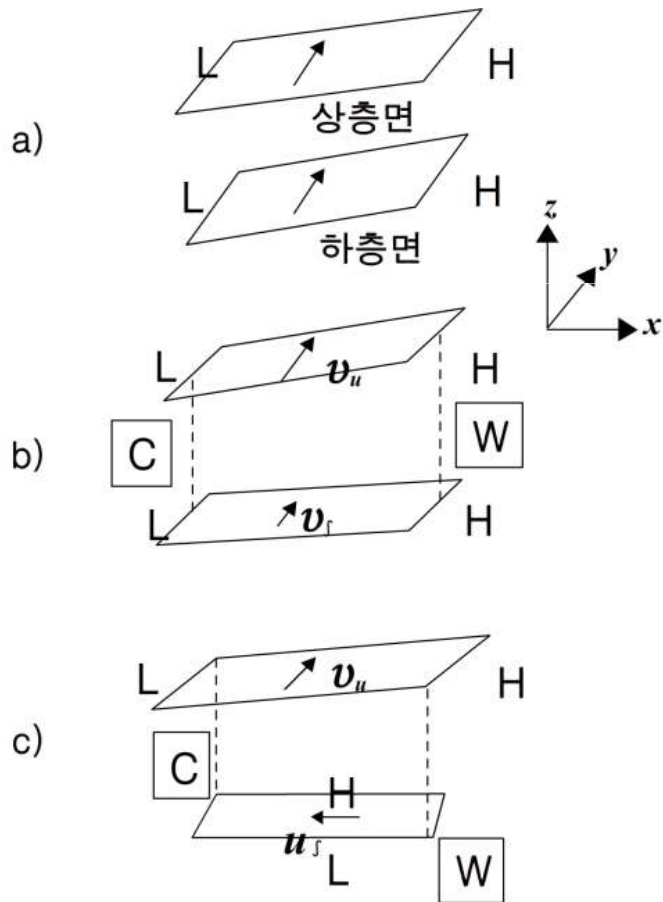
$$V_t = V_u - V_l \quad (5.7)$$

5.3 온도풍

지균풍이 기압 경도에 직각으로 부는 것과 같은 방식으로 온도풍은 기온 경도에 직각으로 분다(온도풍은 말의 진짜 의미대로 실제로 부는 바람이 아니라는 것을 주목하라. 이 용어는 인위적으로 정의한 것이다). 만일(순압 대기에서처럼) 기온 경도가 없다면 물론 온도풍도 없다.

여기서 기온 경도를 언급할 때는 5.2절에서 논의한 대로 층평균 기온을 말하는 것이다.

그러므로 수평 온도 경도에 대하여 말할 때 고도에 따른 지균풍의 변화로 설명하는 것이 유용할 때가 많다.



[그림 5.5] 온도풍. 위 그림은 상하층 등압면의 기울기와 다음 세 가지 시나리오에 대한 연직 지균풍 분포 사이의 관계를 보이고 있다: a) 수평 온도 변화가 없음, b) 지상풍에 직각 방향으로 수평 온도 변화가 있음, c) 지상풍에 어떤 각도를 갖는 방향으로 수평 온도 변화가 있음. H와 L은 각각 등압면의 고도가 높은 지역과 낮은 지역을 가리키고 있다. 그리고 W와 C는 각각 따뜻한 공기와 찬 공기(층두께 값이 높은 곳과 낮은 곳)를 가리키고 있다.

5.3 온도풍

5.3.3 온도풍 방정식

온도풍은 두 고도에서의 지균풍의 차이기 때문에, 지균풍에 대한 방정식으로부터 온도풍에 대한 표현을 유도할 수 있다. 상층과 하층의 지균풍은 각각 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\text{상층} : u_u = -\frac{g}{f} \frac{\partial h_u}{\partial y}, \quad v_u = \frac{g}{f} \frac{\partial h_u}{\partial x}$$

$$\text{하층} : u_l = -\frac{g}{f} \frac{\partial h_l}{\partial y}, \quad v_l = \frac{g}{f} \frac{\partial h_l}{\partial x}$$

$v_t = v_u - v_l$ 이기 때문에 $u_t = u_u - u_l$ 이고 $v_t = v_u - v_l$ 이며 다음과 같이 표현된다.

$$u_t = -\frac{g}{f} \left(\frac{\partial h_u}{\partial y} - \frac{\partial h_l}{\partial y} \right) = -\frac{g}{f} \frac{\partial}{\partial y} (h_u - h_l) = -\frac{g}{f} \frac{\partial h'}{\partial y}$$

그리고 v 성분에도 이와 유사하게 표현된다. 따라서 온도풍은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$u_t = -\frac{g}{f} \frac{\partial h'}{\partial y}, \quad v_t = \frac{g}{f} \frac{\partial h'}{\partial x} \quad (5.8)$$

바이스 발로의 법칙으로 이미 그려진 평행선과 일치하는 h 대신 h' 을 사용한 것을 제외하면 이 표현들은 지균풍에 대한 표현과 같다는 것을 주목하라. 바이스 발로 법칙으로 이 온도 해석을 다시 반복한다면, 우리가 온도풍을 등지고 서 있을 때 층평균 기온이 낮은 구역은 왼편에 있게 된다.

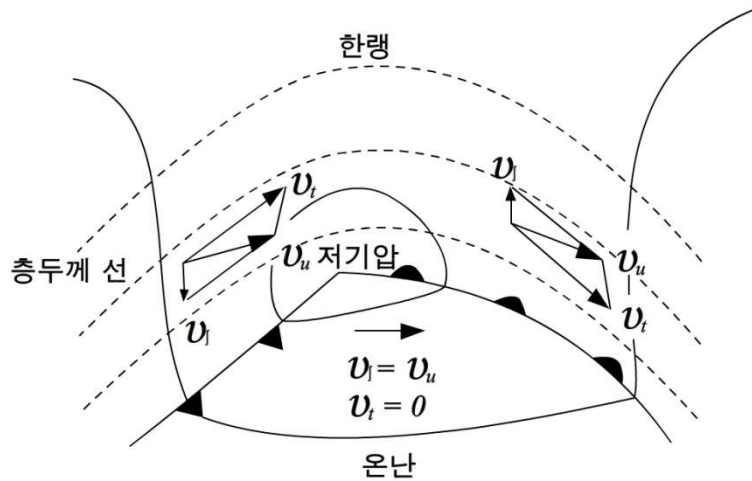
5.4 온대 저기압 구조에 적용

5.4.1 온도풍

가장 중요한 대기 시스템의 하나인 온난역 저기압을 조사하기 위한 도구를 소개할 것이다. 이 분석에서는 저기압 구조를 약간 이상화하기는 하지만 이를 이해하는데 유용한 틀을 제공하게 된다.

온난역 저기압은 경압 대기의 훌륭한 예이다. 여기서는 수평 온도 경도가 전선 영역 주위에서 압축되어 있다. 그러므로 이곳에서 온도풍은 클 것으로 기대된다. 그림 5.6은 이상화한 온난역 저기압에서 지상 기압과 1000-500hPa 층두께 형태를 보이고 있다. .

온난역은 층두께가 큰, 즉 따뜻한 공기의 ‘온도 마루(Thermal Ridge)’로 나타나고 있다. 따뜻한 공기는 지상보다는 상층에서 더 북쪽으로 확장되어 있어서 밀도가 작은 따뜻한 공기가 찬 공기 위를 타고 오르는 전선의 연직 구조와 잘 일치하고 있다. 온난 전선 앞에 그리고 한랭 전선 뒤에 주목할 만한 온도풍이 존재하는데, 이 두 전선은 온도 경도가 큰 영역에 있다. 그러나 온난역에는 온도풍이 존재하지 않는다.



[그림 5.6] 이상화한 온난역 저기압의 평면도. 실선은 평균 해면기압의 등치선이고 쇠선은 1000-500hPa 층두께의 등치선이다. 지상 온난 전선과 한랭 전선이 표시되어 있다. v_l 과 v_u 는 각각 1000hPa과 500hPa에서의 지균풍이고, v_t 는 1000-500hPa 층에 대한 온도풍이다.

5.4 온대 저기압 구조에 적용

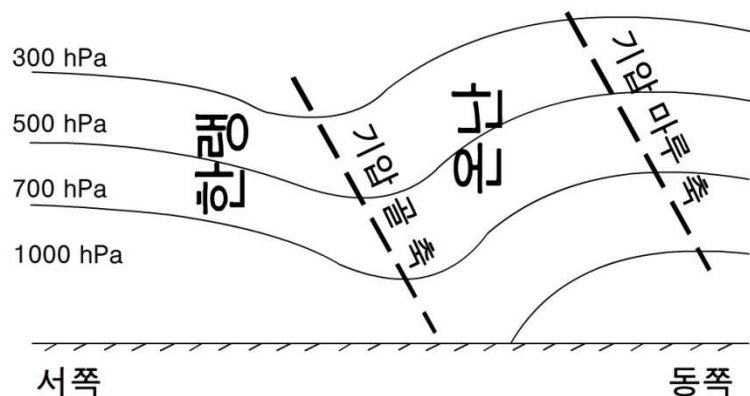
5.4.2 연직구조

그림 5.6에서 상층풍은 하층풍과 온도풍으로 구할 수 있다. 상층에서는 저기압 뒤에서 대략적으로 남서풍이 불고 저기압 앞에서 북서풍이 불고 있는데, 이것은 상층 흐름에서 지상 저기압 뒤와 앞에는 기압 골이 존재하고 지상 저기압 바로 위에는 기압 마루가 존재한다는 것을 제시하고 있다.

그러나 보다 빈번히 기압 마루는 이 중심 위치에서 벗어나 지상 저기압에 대하여 비대칭인 형태로 된다. 저기압 시스템이 진행하면서 따뜻한 공기는 저기압의 동쪽 옆구리를 타고 북쪽으로 밀리고 찬 공기는 저기압의 서쪽 옆구리에서 남쪽으로 밀린다.

그러므로 층두께는 서쪽보다는 동쪽에서 더 커진다. 만일 지상 기압 형태가 대략 동서 방향으로 대칭이라면, 상층 기압 형태(하층 등압면 고도와 층두께의 합)는 지상 저기압의 동쪽에 기압 마루와 서쪽에 기압 골을 보여야 한다. 평균 해면에서 저기압으로 명백한 기압 골이 대기 상층으로 갈수록 어떻게 되는지 추적할 수 있다.

이 열적 구조와 일치하여 기압 골의 축은 고도와 함께 서쪽으로 기울어져야 한다. 이 형태는 그림 5.7에 나타나 있다.



[그림 5.7] 이상화한 발달 중인 저기압의 단면

사실 이와 같이 서쪽으로 기울어지는 구조는 발달하는(즉, 저기압 중심에서 지상 저기압의 기압이 낮아지는) 저기압만이 갖는 특성이다. 이 이유는 상층 흐름과 지상 저기압 발달 사이의 상호작용과 관련되어 있는데, 나중에 논의할 것이다.

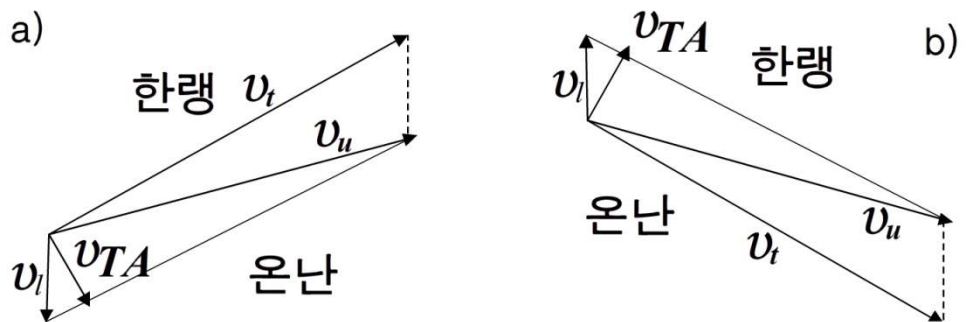
5.4 온대 저기압 구조에 적용

5.4.3 이류

마지막으로 한 가지 더 중요한 사실은 그림 5.6에서 추론할 수 있다: 고도에 따른 풍향의 변화가 중요하다. 그림 5.8은 $v_t = v_u - v_l$ 벡터 삼각형의 확장된 해석을 보여 주고 있다. 한랭 전선 뒤에서는 (그림 5.8a) 바람이 반전(Backing, 고도와 함께 반시계 방향으로 도는 것)하는 반면, 온난 전선 앞에서는 (그림 5.8b) 바람이 순전(Veering, 고도와 함께 시계 방향으로 도는 것)한다. 고도에 따른 바람의 순전은 ‘온난 이류(Warm Advection)’의 징후이고 고도에 따른 바람의 반전은 ‘한랭 이류(Cold Advection)’의 징후이다.

온난 이류와 한랭 이류는 각각 정지해 있는 관측자를 향하여 보다 따뜻한 공기와 보다 찬 공기가 이동하는 것이다. 그리고 온난 이류나 한랭 이류는 층두께(또는 온도) 경도와 층두께 등치선(또는 등온선)을 직각으로 횡단하는 바람의 성분과의 곱이다. 이 관계를 암기하기 쉽게 다음과 같이 약어를 사용한다. VW(Veering Warm)와 BC(Backing Cold).

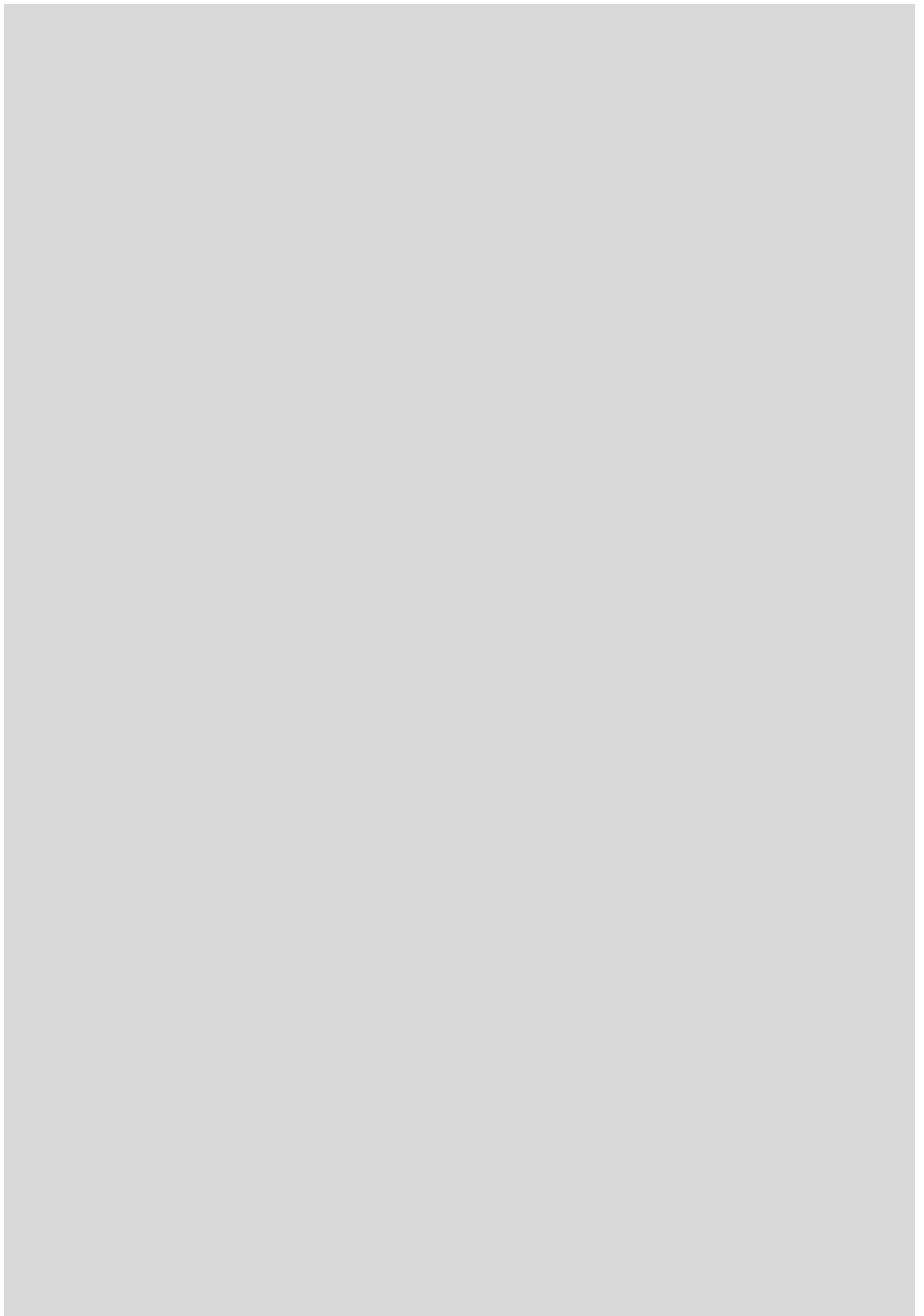
고도에 따른 풍향 변화와 이류 사이의 이 관계는 전선 주위에 집중되어 있는 온도 경도에 국한되지 않고 공기 이류가 있는 곳에서는 어디서나 있는 일반적 특징이다.



[그림 5.8] (a) 한랭 전선 뒤와 (b) 온난 전선 앞에서 고도에 따른 바람의 변화 (그림 5.6의 확장). 벡터 v_{TA} 는 전선과 연관된 열적 이류의 크기와 방향을 나타내고 있다.

연습문제

1. 등압 좌표계를 사용하면 등고도 좌표계에 비하여 어떤 장점이 있는지 언급하라.
2. 등압면 일기도에서 등고선 값이 작은 쪽이 저기압에 해당한다. 그 원리를 설명하라.
3. 500hPa 고도와 1000hPa 고도 사이 공기층의 평균 온도가 -10°C 이다. 이 두 고도 사이의 층두께를 계산하라.
4. 지오펜셜 고도와 기하학적 고도 사이의 차이를 설명하라.
5. 온도풍의 모든 특징을 종합하여 기술하라.
6. 500hPa 고도와 700hPa 고도 사이의 층평균 온도가 동쪽 방향으로 100km당 3°C 감소한다. 만일 700hPa면 지균풍이 남동쪽으로부터 20m/s로 불 때, 500hPa면 지균풍의 풍속과 풍향을 계산한다. 단 $f = 10^{-4} \text{s}^{-1}$ 이다.



6장. 이류의 기본 원리

- 6.1 서론
- 6.2 기본 원리
- 6.3 합성도로부터의 이류
- 6.4 이류 강도
- 6.5 신속한 이류 결정 방법
- 6.6 이류와 안정도
- 6.7 이류 분석의 이용

학습목표

- 이류에 대한 기본 원리를 이해한다.
- 합성도로부터 이류를 구하는 방법을 습득한다.
- 이류의 강도를 계산하는 능력을 키운다.
- 이류와 안정도 사이의 관계를 고찰한다.
- 이류 분석의 용도를 조사한다.

6.1 서론

층두께 선은 선도에서 따뜻한 공기와 찬 공기의 분포를 한 눈에 볼 수 있게 한다. 그 다음 단계는 온도 이류를 고려하는 것이다. 따뜻한 공기와 찬 공기의 분포가 어떻게 시간에 따라 변하게 될 지는 온도 이류 분석을 통해 알 수 있다.

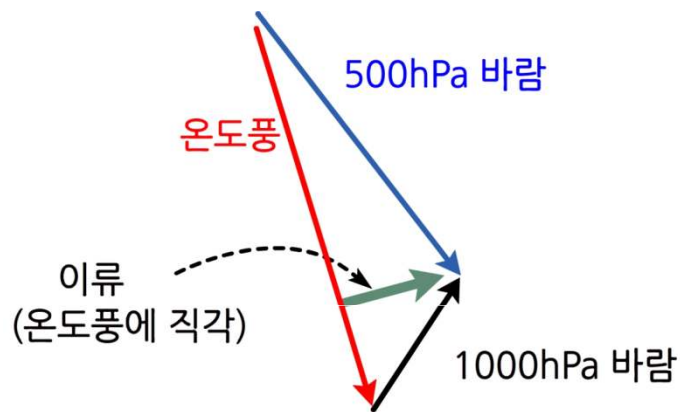
이류란 단순히 한 장소에서 다른 장소로 어떤 성질을 수송하는 것이다.

온도 이류는 호도그래프를 사용하거나 등고선도/층두께 선도를 조사함으로써 계산될 수 있다. 먼저 호도그래프를 사용하여 이류의 기본 원리를 보일 것이고 그 다음에 층두께 선도로부터 이류를 계산할 것이다.

6.2 기본 원리

6.2.1 온도풍과의 관계

그림 6.1은 하나의 예로서 1000hPa면과 500hPa면에서의 바람 벡터를 보여 주고 있다. 1000hPa면에서 바람은 대략 남서쪽으로부터 불어오고 500hPa면에서는 대략적으로 북서쪽에서 불어오고 있다. 온도풍이란 어떤 층에서 상층면에서의 바람으로부터 하층면에서의 바람을 벡터적으로 뺀 것이므로 그림과 같이 표시된다. 이때 이류의 양은 온도풍에 직각인 즉, 온도 경도에 평행한 방향으로의 실제 바람의 성분으로 계산된다. 이것은 도표 위에서도 표시될 수 있다. 상층면에서의 바람이나 하층면에서의 바람 중 하나가 이류의 양을 계산하는데 사용될 수 있는데 그 결과는 같다.



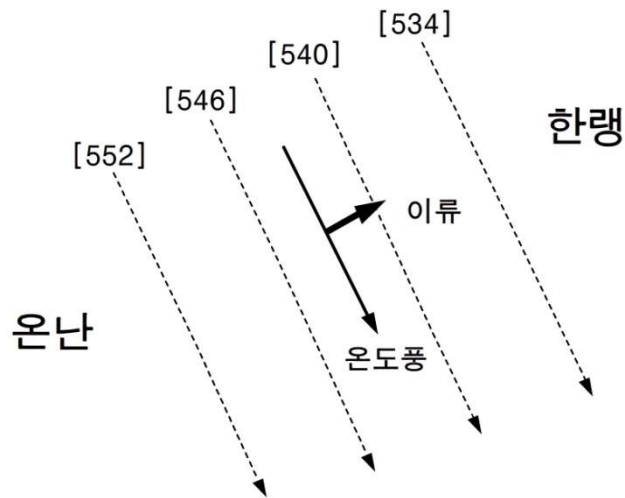
[그림 6.1] 온도풍으로부터 계산되는 이류

6.2.2 층두께 선도에서의 이류

층두께 선은 그 층에 대한 평균 등온선으로 간주될 수 있기 때문에, 층두께 값의 변화는 보다 따뜻한 상태 또는 보다 찬 상태로의 변화를 의미한다. 바이스 발로의 법칙과 유사한 규칙에 의하여(북반구에서는) 보다 낮은 층두께 값은 온도풍의 왼쪽에 있음을 알 수 있다.

그림 6.2는 층두께 선도에서 그림 6.1로부터 얻은 온도풍을 보여 주고 있다. 이류는 240도 방향으로부터 오고 있으며 보다 높은 값을 관측소 쪽으로 나르고 있다. 즉, 온난 이류가 발생하고 있다.

6.2 기본 원리



[그림 6.2] 층두께 선도에서 나타낸 이류와 온도풍

그림 6.1에서 볼 수 있듯이, 온도풍에 직각으로 작용하는 500hPa 흐름의 성분이 존재한다. 그러므로 넓은 영역에서 층두께 변화를 계산하기 위하여 온도 형태와 등고선 형태를 포함하는 어떤 선도가 필요하다.

현재 사용하고 있는 이런 종류의 가장 일반적인 선도는 1000-500hPa 등고선/층두께 선도이다. 이와 같이 등고선과 층두께에 대한 합성도가 주어지면, 이류의 성질을 찾아내기 위하여 호도그래프 예에서 보여준 지식을 이용할 수 있다.

• 호우 예보를 위한 층두께 선도의 이용

여러 가지 층두께 선도 중에서 1000-500hPa 층두께 선도는 온난 이류 지역에서 대류성 호우 구역을 찾아내는데 유용하다. 그림 6.3에서 보인 층두께 분류 영역(Thickness Diffluence Area)은 대류성 강수가 잘 나타나는 곳이다.

그 이유를 알아 보자. 층두께 분류 영역이란 그림 6.3에서 보여 준 것처럼 층두께 등치선이 밀집되어 있는 곳에서 온도풍을 따라 갈 때 층두께 등치선 간격이 갑자기 넓어지는 곳이다.

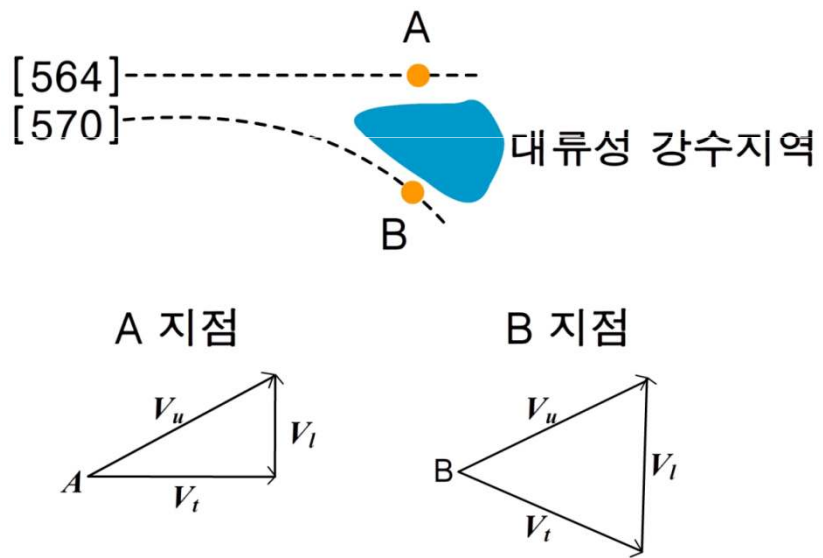
그림 6.3에서 A, B 지점 모두 하층에서 상층으로 갈수록 바람이 순전하는 온난 이류의 영향을 받고 있는 곳임을 알 수 있다.

6.2 기본 원리

왜냐 하면 온난 이류는 층두께 등치선에 직각으로 층두께가 두꺼운 쪽(즉 온난한 쪽)으로부터 층두께가 얇은 쪽(즉 한랭한 쪽)으로 향하기 때문이다.

그러나 그림 6.3에서 보듯이 A 지점과 B 지점에서 상층 바람이 서로 비슷할 경우에 B 지점에서는 A 지점에 비해 하층 바람의 풍속이 크다. 이것은 B 지점에서 층두께 등치선을 가로 지르는 온난 이류가 A 지점에서 층두께 등치선을 가로 지르는 온난 이류보다 크다는 것을 암시하고 있다.

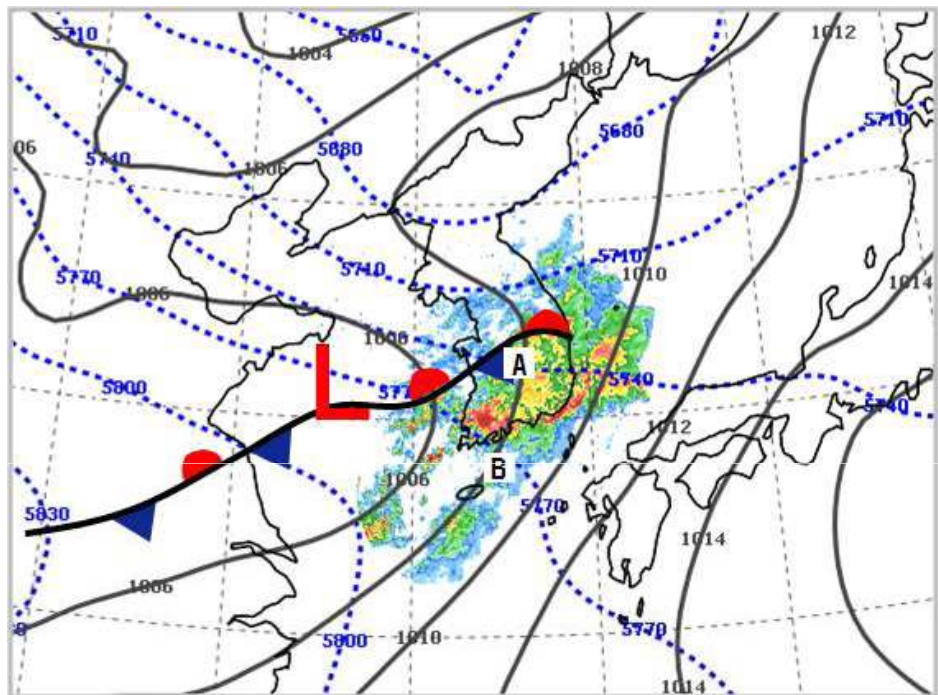
따라서 B 지점과 A 지점 사이의 지역에 온난 이류의 수렴이 형성되고 이 수렴이 수분을 함유한 따뜻한 공기의 상승 운동을 유발시켜 대류성 강수가 발생하기 쉽게 된다. 그러므로 이 지역이 대류성 강수 지역으로 알려져 있다. 이 지역은 상승 기류가 강한 지역으로서 대류성 강수에 의한 호우가 자주 발생하는 지역이기도 하다.



[그림 6.3] 1000-500 hPa 층두께 분류 지역에 발생하는 대류성 강수 지역. V_u 는 상층 바람, V_l 은 하층 바람, V_t 는 온도풍

6.2 기본 원리

그림 6.4는 여름철 우리나라 근처 1000-500hPa 층두께 분류 영역에서 호우가 발생한 사례이다. 서해상에 위치한 지상 저기압의 동쪽 지역에 우리나라가 위치할 때 지상에서는 남~남서풍이 불고, 대기 중층인 500hPa 고도에서는 남서~서풍의 바람이 불어 1000-500hPa 층 사이에 순전 현상과 온난 이류가 발생한다. 이 일기도에 수증기량과 불안정 지수인 K-지수를 중첩하면 호우 구역을 보다 상세하게 찾아낼 수 있다.

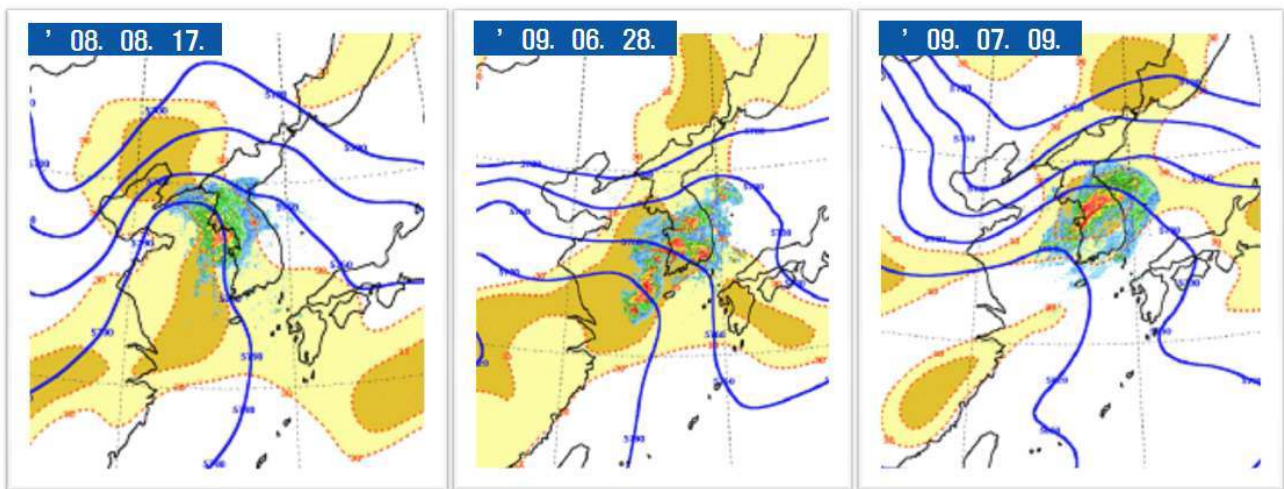


[그림 6.4] 남부지방에 호우가 발생한 사례: 2009년 7월 7일 00UTC의 1000-500 hPa 층두께 등치선(파선)과 지상 등압선(실선) 및 레이더 영상(채색). A와 B는 각각 그림 6.3의 A 지점과 B 지점에 해당한다.

6 6장 이류의 기본 원리

6.2 기본 원리

그림 6.5는 몇몇 주요 호우 사례에 대하여 1000-500hPa 층두께 등치선, K-지수 등치선 및 레이더 영상을 중첩한 그림으로서 실제 호우 구역이 이론과 비교적 잘 일치하는 것을 볼 수 있다

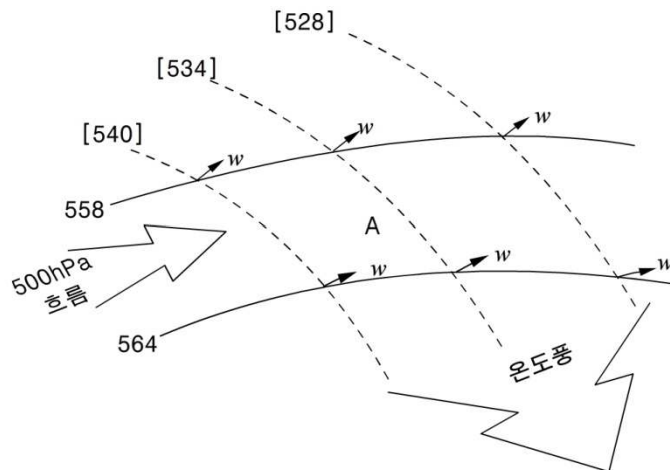


[그림 6.5] 주요 호우 사례별 1000-500hPa 층두께 등치선(실선), K-지수 등치선(30 이상은 노란색) 및 레이더 영상(채색)

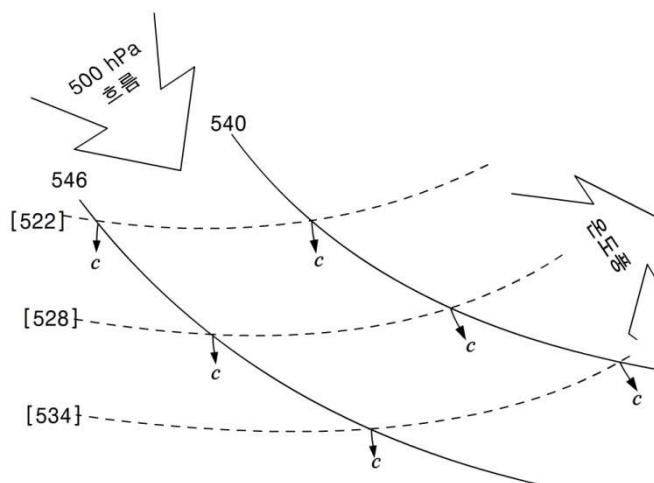
6.3 합성도로부터의 이류

그림 6.6에서 층두께 선에 직각인 방향으로 500hPa 고도 흐름의 성분은 그림의 영역에서 큰 층두께 값이 이루어지고 있음을, 즉 온난 이류가 존재함을 보여 주고 있다. 시간이 지나감에 따라 점 A 위에 있는 500-1000hPa 층두께는 증가할 것이고, 이는 이 점 위에 있는 공기가 더워질 것임을 보여 주고 있다. 한랭 이류의 예는 그림 6.7에서 볼 수 있다. 이 경우에는 층두께 값이 낮은 찬 흐름이 이동하고 있음을 주목하라.

그림 6.8에서 온난 이류와 한랭 이류가 함께 있음을 볼 수 있고, 한랭 이류와 온난 이류 사이에 온도 이류가 없는 곳도 있음을 보게 된다. 온도 이류가 없는 곳에서는 등고선과 층두께 선이 서로 평행하다. 여기서는 층두께 선을 횡단하는 500hPa 흐름의 성분이 없고 따라서 이류도 없다.

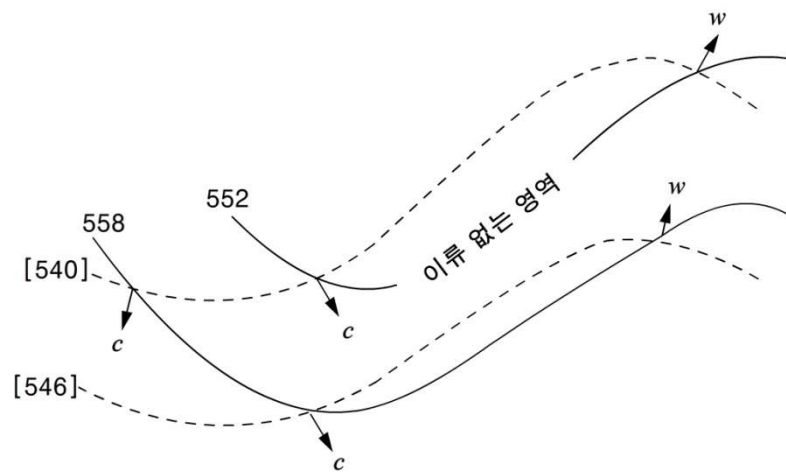


[그림 6.6] 온난 이류의 예



[그림 6.7] 한랭 이류의 예

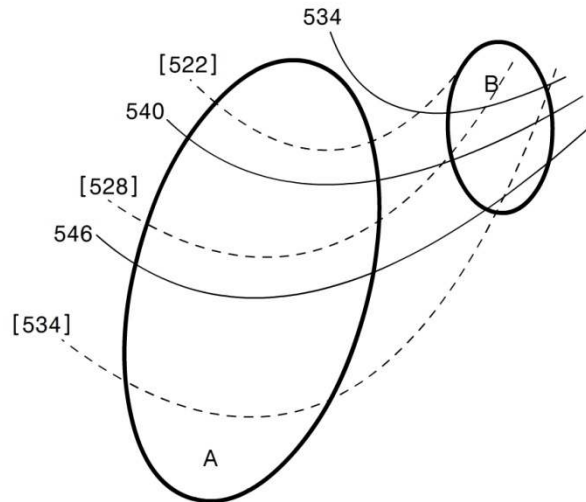
6.3 합성도로부터의 이류



[그림 6.8] 합성도 위에서 온난 이류와 한랭 이류

6.4 이류 강도

이류의 강도는 온도 경도와 층두께 선을 횡단하는 500hPa 고도 흐름의 성분을 고려함으로써 측정될 수 있다.



[그림 6.9] 이류의 강도

층두께 선의 경도가 크고 층두께 선을 횡단하는 바람 성분이 크면 강한 이류가 발생한다. 그림 6.9에서 영역 A는 이류가 없거나 매우 약한 곳이고, 반면에 영역 B에는 강한 온도 경도를 횡단하는 강한 흐름이 있어서 강한 이류가 존재한다. 그러면 이 이류는 온난 이류일까 아니면 한랭 이류일까?

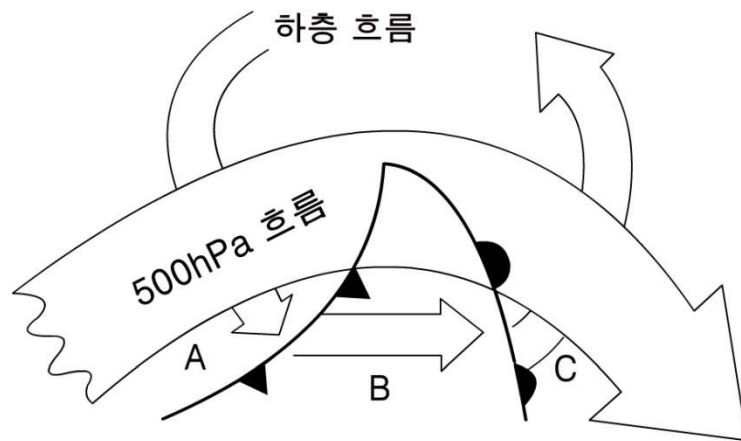
그래서 층두께 이류를 분석할 때, 주요 관심영역은 층두께 선이 밀집되어 있는 곳이고 또한 등고선이 밀집되어 있는 곳이다. 이 영역에서 층두께 선과 등고선이 어떤 각도를 갖고 서로 만난다면 따뜻한 공기나 찬 공기의 뚜렷한 이류가 존재할 것이다.

6.5 신속한 이류 결정 방법

한 관측소에서 이류의 유형을 결정하는 방법은 연직 바람 분포를 고려하는 것이다.

- 만일 풍향이 고도와 함께 시계 방향으로 바뀌면 그 곳에는 온난 이류가 존재한다.
- 만일 풍향이 고도와 함께 반시계 방향으로 바뀌면 그 곳에는 한랭 이류가 존재한다.

이것은 그림 6.10으로부터 알 수 있다.

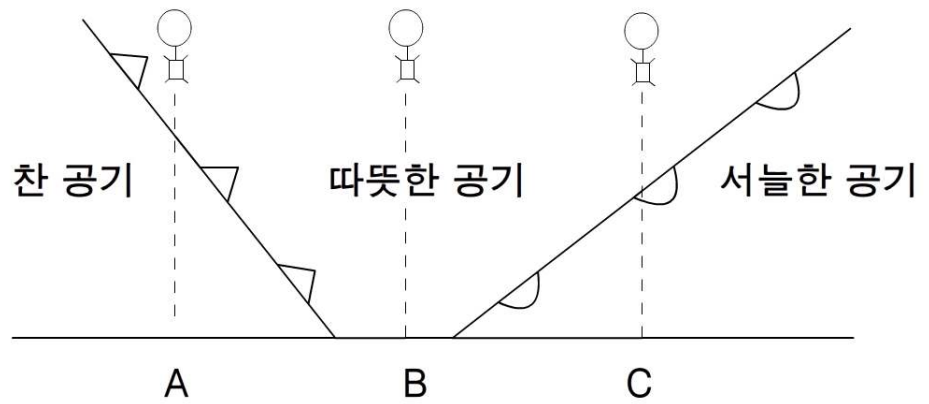


[그림 6.10] 전형적인 저기압에서 나타나는 고도별 공기의 흐름

온난 전선 앞에서는 지상 바람이 남서풍이지만 이 지역 상공 500hPa 흐름은 서풍이다. 즉 풍향은 고도와 함께 시계 방향으로 바뀌고(순전하고) 있다. 비슷하게 한랭 전선 뒤에서는 지상 바람이 북서풍이지만 상층 흐름은 서풍 내지 남서풍이다. 즉 풍향은 고도와 함께 반시계 방향으로 바뀌고(반전하고) 있다. 강한 온도 이류가 발생하기 위해서는 풍속이 상대적으로 강해야 함을 또한 명심하라. 5노트의 순전하는 바람은 강한 온난 이류를 발생시킬 수 없다.

그림 6.11은 전형적인 저기압에 대한 단면도를 보이고 있다. 점 C에서 풍선이 위로 올라감에 따라 전선면을 지나게 되는데, 이 풍선이 따뜻한 공기층으로 들어가면서 바람의 순전을 경험하게 됨을 볼 수 있다. 점 A에서 올라가는 풍선은 따뜻한 공기층으로 들어가면서 바람의 반전을 경험하게 된다. 점 B에서 올라가는 풍선은 따뜻한 공기층으로만 올라가게 되므로 아무 이류도 경험하지 못 할 것이다.

6.5 신속한 이류 결정 방법



[그림 6.11] 전형적인 저기압을 자른 단면도

그러므로 온난 이류는 관측소를 향해 오고 있는 온난 전선과 연관되어 있다고 주관적으로 평가할 수 있고, 한랭 이류에 의해 발생하는 반전은 한랭 전선이 이미 관측소를 지나 멀어져 가고 있음을 말해 주고 있다.

6.6 이류와 안정도

전선이 없는 상황에서 이류 분포를 분석하면 안정도 변화를 결정하는데 도움을 줄 수 있다. 만일 중간층과 상층에 온난 이류가 존재한다면, 대기는 점점 더 안정해진다. 그러나 만일 중간층과 상층에 한랭 이류가 존재한다면, 대기는 점점 덜 안정해진다.

한 번 상승하는 동안 이류의 유형이 여러 번 변하는 것이 보다 일반적이다. 이 경우에 결과적으로 나타나는 이류의 효과는 환경 기온 감율을 주의 깊게 조사함으로써 결정해야 한다.

6.7 이류 분석의 이용

1. 이류가 지상 분석과 일치하는지(온난 이류가 온난 전선 앞에서 일어나는지와 한랭 이류가 한랭 전선 뒤에서 일어나는지) 점검하기.
2. 온도 분포로부터 지상 기상현상 발달의 기여도를 평가하기. 일반적으로 온난 이류는 지상에서 기압을 떨어뜨리도록 기여하며 한랭 이류는 지상에서 기압을 상승시키도록 기여함을 볼 수 있다. 만일 이것이 동역학적인 효과와 함께 일어난다면 지상에서 급격한 발달이 일어난다.

한 가지 주의해야 할 점 : 500-1000hPa 층두께 선도를 사용할 때, 강한 이류는 보통 활동적인 전선과만 연관되어 있다. 많은 경우에 이류와 덜 연관된 지상 전선을 볼 수 있다. 이 경우에(비록 전선과 연관된 구름과 날씨가 나타난다 할지라도) 전선은 약할 것으로 추측할 수 있다.

그러나 파동 형태의 한랭 전선은 뚜렷한 파동으로 발달하기까지는 이류가 거의 없음을 보여 준다. 이 경우에 이류가 없다고 하여 이것이 반드시 약한 전선을 암시하지는 않는다. 이 경우에는 온도 경도의 강도가 더 좋은 지표가 될 수 있다.

요약

이류 : 한 장소에서 다른 장소로 어떤 성질의 수송.

온도풍 : 어떤 층의 꼭대기면 바람과 밑바닥면 바람 사이의 벡터 차.

온난 이류 : 어떤 영역을 횡단하는 높은 층두께 값의 이동. 이것은 온난 전선(또는 보다 따뜻한 공기)이 그 영역을 향해 움직이고 있음을 암시한다.
온난 이류를 신속히 알 수 있는 방법 : 바람이 고도와 함께 순전한다.

한랭 이류 : 어떤 영역을 횡단하는 낮은 층두께 값의 이동. 이것은 한랭 전선이 그 영역으로부터 멀어져 움직이고 있어 보다 찬 공기를 오게 함을 암시한다.

한랭 이류를 신속히 알 수 있는 방법 : 바람이 고도와 함께 반전한다.

층두께 선도 : 가장 일반적으로 볼 수 있는 선도는 1000-500hPa 등고선/층두께 선도이다. 그러나 1000hPa 등압면과 500hPa 등압면 이외의 어느 두 등압면도 선택될 수 있다. 층두께 선도는 다음과 같은 목적으로 사용된다.

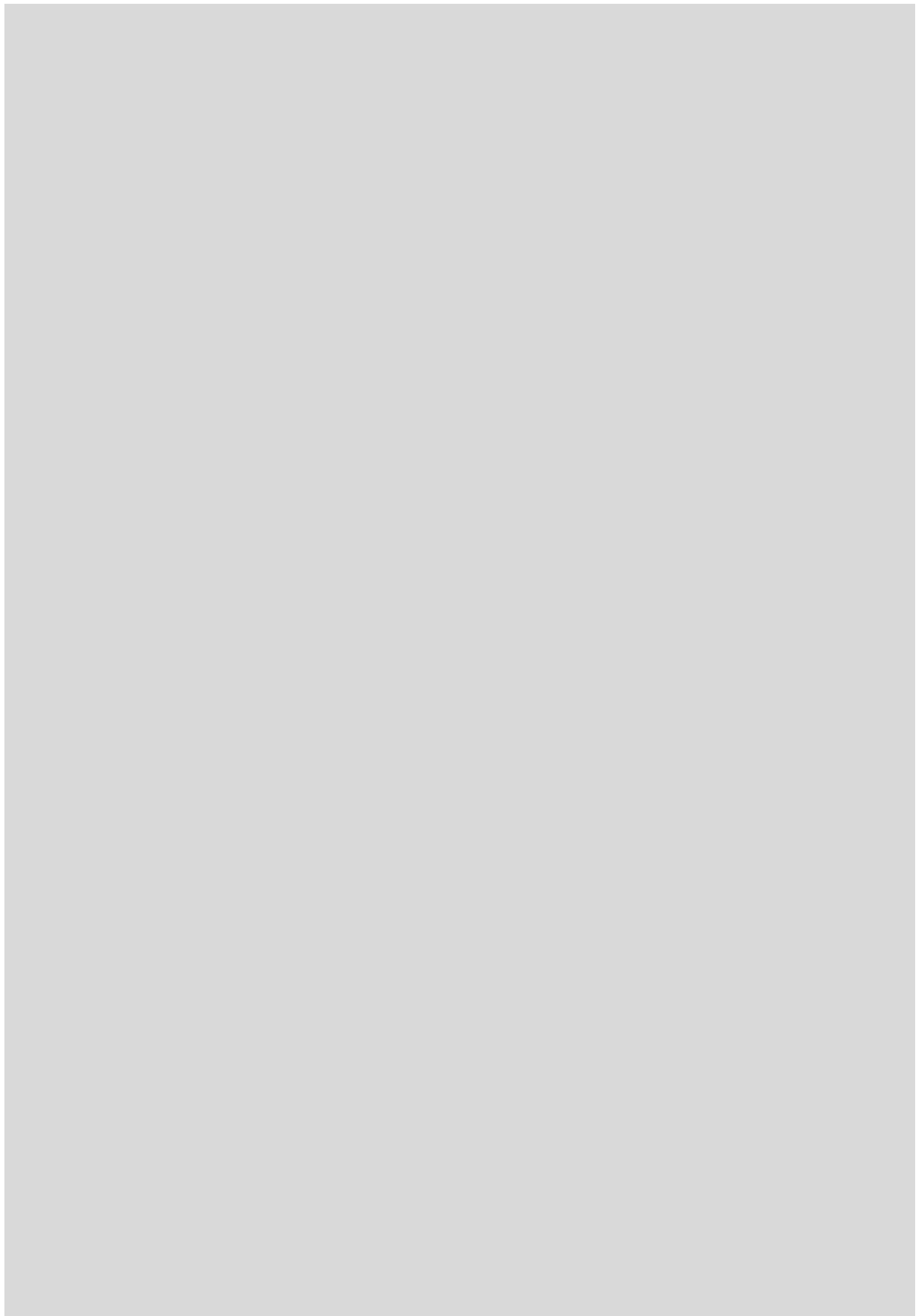
1. 온난 영역, 한랭 영역 및 경압 지역을 찾아내기 위하여 사용.
2. 온도 분포 형태를 지상 전선 위치와 관련시키기 위하여 사용.

연습문제

1. 위도선에 평행한 등온선이 $5^{\circ}\text{C}/100\text{km}$ 의 율로 북쪽으로 갈수록 감소하는 기온 분포를 보이고 있다. 이때 북서풍이 10m/s 의 속도로 분다면 온도 이류값이 얼마인지 계산하고, 어떤 종류의 온도 이류인지 판정하라.
2. 이류는 항상 온도풍에 직각 방향으로 향한다고 할 수 있다. 그 이유를 설명하라.
3. $1000\text{-}500\text{hPa}$ 층두께선도와 이 중간 층에 대한 일기도로부터 온도 이류 분포를 알 수 있다. 이 온도 이류 분포가 어떤 면에서 중요한지 설명하라.
4. 어떤 관측소에서 바람을 관측하여 다음과 같은 자료를 얻었다.

고도	풍향	풍속
1000hPa	SW	5 m/s
850hPa	S	10 m/s
700hPa	SW	20 m/s
500hPa	W	30 m/s

- (1) 한랭 이류가 존재하는 층은 어디인가?
- (2) 온난 이류가 존재하는 층은 어디인가?
- (3) 안정도는 어떻게 변할 것인지 설명하라.



7장. 연속방정식과 비지균 운동

7.1 서론

7.2 연직속도의 척도 오메가(ω)

7.3 연속방정식

7.4 바람장의 발산

7.5 비지균 운동

7.6 실제 대기의 비지균 운동

학습목표

- 연속방정식의 개념을 이해한다.
- 대기 운동에서 발산의 중요성을 습득한다.
- 비지균 운동에서 변압풍 성분의 특성을 고찰한다.
- 합류지역과 분류지역에서의 비지균 운동을 고찰한다.
- 비지균 운동에서 곡률 효과와 위도 효과를 이해한다.
- 마찰과 비지균 운동과의 관계를 조사한다.

7.1 서론

2장에서 대기 중 공기의 운동을 기술하기 위하여 방정식 시스템을 유도하였다. 그리고 나서 중요한 항을 결정하고 여러 유형의 균형류를 기술하기 위해 방정식들을 조사하였다. 지금까지 공기의 수평 운동에 집중하였고 연직 운동을 알려는 시도는 하지 않았다. 순수한 지균류의 경우에 연직 운동이 없음을 진술한 바 있다.

그러나 날씨 예보에서는 어느 곳에서 공기가 상승하고 어느 곳에서 하강하는지 결정하는 것이 매우 중요하다. 그 이유는 연직 운동이 구름, 비 및 날씨 시스템의 발생과 소멸을 이끌기 때문이다.

이 장에서는 공기의 연직 운동에 대하여 공부할 것이다. 수평 흐름 형태로 부터 연직 운동을 결정하는 방법을 조사할 것이고, 대기에서 대규모 상승 및 하강이 발생할 가능성 있는 곳을 확인할 것이다.

그러나 이 장에서 논의하는 방법을 예보 기법으로 간주해서는 안 된다. 그 대신 이 방법을 알면 대기가 어떻게 순환하는지 그리고 대규모 연직 운동이 왜 특정한 장소에서 발생하는지에 대한 일반적 통찰력을 얻을 것이다.

7.2 연직속도의 척도 오메가(ω)

5장에서 우리는 연직 좌표로 흔히 기압을 사용하는 것이 좋다는 것을 배웠다. 그러므로 고도보다는 기압으로 연직 속도를 나타내어 연직 속도의 척도를 정의할 필요가 있다. 공기 덩이의 운동을 따른 기압의 변화율은 오메가(ω)를 사용하여 다음과 같이 정의된다.

$$\omega = \frac{dp}{dt}$$

기압은 고도에 따라 감소하기 때문에 양의 ω 는 공기 덩이가 하강함을 가리키고 음의 ω 는 공기 덩이가 상승함을 의미한다.

물론 기압은 수평 방향으로 그리고 시간에 따라 변할 수 있다. 따라서 다음과 같이 ω 를 국지 변화율과 이류 변화율로 전개시킬 수 있다.

$$\omega = \frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} + w \frac{\partial p}{\partial z}$$

정역학 방정식을 사용하여 $\partial p/\partial z$ 를 치환하면 다음 형태로 표현된다.

$$\omega = \frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} - w\rho g$$

대기에서 기압의 수평 이류는 매우 작다. 이에 대한 두 가지 이유는 다음과 같다. 첫째, 수평 기압경도가 연직 기압경도보다 그 크기에서 몇 차수 더 작기 때문이고 둘째, 바람이 대략적으로 등압선에 평행하게 부는 경향이 있어서 등압선을 횡단하는 바람 성분(이 성분이 이류에 필요함)이 작기 때문이다. 그러므로 수평 이류 항은 무시될 수 있다. 또한 지표면에서는 공기가 지면을 통과하며 흐를 수 없기 때문에 $\omega=0$ 이다. 따라서 다음과 같은 근사식을 쓸 수 있다.

$$(i) \text{ 자유 대기에서 } \omega = -g\rho w$$

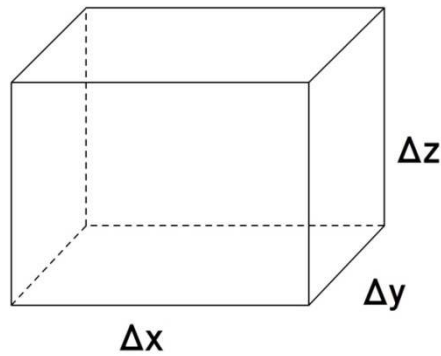
$$(ii) \text{ 지면에서 } \omega = \frac{\partial p_s}{\partial t}$$

7.3 연속방정식

연속성의 원리는 질량 보존에 대한 진술이라 할 수 있다. 어떠한 과정에서도 공기 덩이의 질량은 변하지 않고 같은 상태로 유지된다. 따라서 질량은 창조되지도 않고 파괴되지도 않는다.

$$\text{질량}(M) = \text{밀도}(\rho) \times \text{부피}$$

그림 7.1에서 보인 것처럼 가로, 세로, 높이가 각각 Δx , Δy , Δz 인 상자로 정의된 공기 부피를 고려하라. 이 공기 부피가 대기 중을 움직여 다니면서 기압 변화 때문에 자유롭게 팽창하거나 수축하도록 놓아둔다.



[그림 7.1] 어떤 공기의 부피

여기서 이 공기 부피의 질량은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$M = \rho \Delta x \Delta y \Delta z$$

그런데

$$\Delta z = - \frac{\Delta p}{\rho g}$$

이므로 공기 부피의 질량은 다음과 같이 표현된다.

$$M = - \frac{\Delta x \Delta y \Delta p}{g}$$

연속성에 따르면 $dM/dt = 0$ 이다. g 를 상수로 취급하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{d(\Delta x \Delta y \Delta p)}{dt} = 0$$

7.3 연속방정식

도함수를 전개하면 다음과 같다.

$$\frac{d\Delta x}{dt} \Delta y \Delta p + \frac{d\Delta y}{dt} \Delta x \Delta p + \frac{d\Delta p}{dt} \Delta x \Delta y = 0$$

그러나 $d\Delta x/dt = \Delta u$, $d\Delta y/dt = \Delta v$, $d\Delta p/dt = \Delta \omega$ 이므로 위 식은 다음과 같이 된다.

$$\Delta u \Delta y \Delta p + \Delta v \Delta x \Delta p + \Delta \omega \Delta x \Delta y = 0$$

이 식의 각 항을 $\Delta x \Delta y \Delta p$ 로 나누면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\Delta u}{\Delta x} + \frac{\Delta v}{\Delta y} + \frac{\Delta \omega}{\Delta p} = 0$$

이 식에서 Δx , Δy , Δp 를 모두 0에 접근시키는 극한을 취하면 다음과 같은 편미분 방정식을 얻는다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0 \quad (7.1)$$

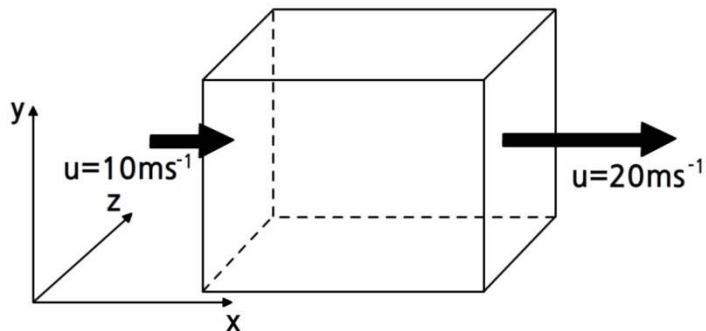
식 (7.1)을 연속방정식이라 부르는데, 이 식은 대기의 수평 속도와 연직 운동 사이에 기초적인 연결 고리를 제공하고 있다.

7.4 바람장의 발산

수학적으로 벡터 장의 발산은 단순히 벡터 편미분 연산자 ∇ 과 그 벡터의 내적으로 정의된다. 따라서 속도 벡터에 대해서 발산은 다음과 같이 표현된다.

$$\text{속도 발산} = \nabla \cdot \vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \quad (7.2)$$

물리적 의미로 발산은 단위 부피당 공기의 시간적 감소율을 나타내고 있다. 그림 7.2는 공기가 서쪽에서 동쪽으로 어떤 부피를 지나는 단순한 경우를 보이고 있다. 여기서 바람의 v 와 w 성분은 0이다. 바람의 u 성분이 동쪽으로 갈수록 증가하므로 $\partial u/\partial x$ 는 양이다. 이것은 공기가 상자를 들어가는 것보다 더 빠르게 상자를 떠나고 있다는 것을 의미한다. 따라서 상자 속의 공기가 감소하게 되는데, “상자로부터 공기의 발산이 존재한다.”고 말한다. 만일 $\partial u/\partial x$ 가 음이면, 공기는 이 상자 안에 쌓이게 된다. 이 같은 음의 발산 상태를 수렴이라 한다.



[그림 7.2] 속도 벡터의 u 성분 때문에 생기는 발산을 보여 주는 대기의 부피

기상학에서는 흔히 수평 바람 성분인 u 와 v 로 생기는 발산에 관심이 있다. 수평 발산은 다음과 같이 표현된다.

$$\text{수평 발산} = \nabla_H \cdot \vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \quad (7.3)$$

사실 수평 바람 성분만을 포함한다는 말을 명확히 하지 않아도 발산이란 용어는 보통 수평 발산을 의미한다.

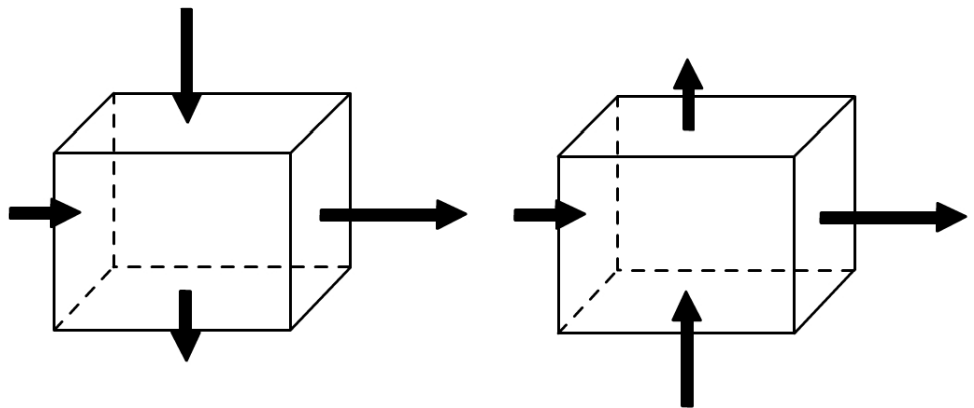
연직 속도와 수평 운동 사이를 직접 연결시키기 위하여 이 수평 발산 표현은 연속방정식(방정식 (7.1))에 대입하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

7.4 바람장의 발산

$$\text{수평 발산} = \nabla_H \cdot \vec{V} = -\frac{\partial \omega}{\partial p} \quad (7.4)$$

방정식 (7.4)는 수평 발산이나 수렴이 연직 운동에 의해 보상되어야 함을 말하고 있다. 다른 말로 하면, 대기의 한 점에서 질량은 감소될 수도 없고 증가할 수도 없다. 그림 7.2에서 보인 부피를 고려하라. 순수한 의미에서 볼 때 수평 바람 흐름은 상자로부터 공기가 제거되고 있다. 그러므로 이 공기의 손실을 보충하기 위하여 연직 운동이 일어나야 한다.

수평 발산과 균형을 이루는 연직 운동의 부호에 대해서 이 방정식은 아무 것도 말하지 않고 있다. 연속성은 하강이나 상승에 관계없이 똑 같이 만족 될 것이다. 그림 7.3은 연속성을 만족하나 반대 방향의 연직 속도를 갖게 되는 두 가지 경우를 보여 주고 있다.



[그림 7.3] 연속방정식을 만족하는 수평 발산에 대한 두 가지 반대 방향의 반응

7.4.2절에서 단순화한 대기 모델을 다루게 되는데, 그 모델은 수평 발산을 결정함으로써 연직 운동의 부호를 알 수 있게 한다.

7.4 바람장의 발산

7.4.1 발산측정

연직 속도는 구름과 강수의 형성과 소멸을 이끌고 대기 안정도와 지상 기압을 변화시키기 때문에, 이 연직 속도는 날씨 예보하는데 중요한 파라미터이다. 연직 속도는 직접 측정하기가 어려워서 방정식 (7.4)를 이용하여 수평 발산을 계산함으로써 연직 속도를 추론할 수 있다.

가장 간단한 바람장은 기압장이나 고도장으로부터 지균풍을 계산함으로써 얻을 수 있다. 지균풍 방정식은 다음과 같다.

$$u_g = -\frac{g}{f} \frac{\partial h}{\partial y} \quad v_g = \frac{g}{f} \frac{\partial h}{\partial x}$$

이 식을 방정식 (7.3)에 대입하면 다음 식을 얻는다.

$$\nabla_H \cdot \vec{V}_g = \frac{g}{f} \left[-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) \right] = \frac{g}{f} \left[-\frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 h}{\partial y \partial x} \right] = 0$$

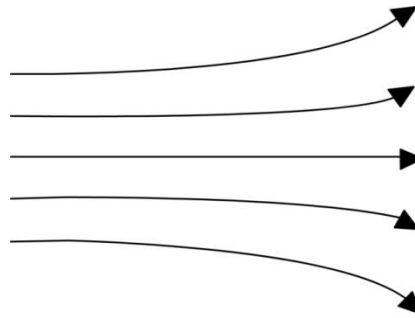
이와 같이 f 를 상수로 가정하면 지균풍은 비발산적이고, 발산이나 수렴을 이끄는 것은 오직 지균적이 아닌 바람 성분임을 알 수 있다. 흐름이 지균 균형으로부터 떨어져 있는 경우는 이미 앞에서 취급하였다. 마찰의 영향을 받는 흐름과 곡선 궤적을 그리는 흐름은 지균적이지 않다. 따라서 이와 같은 유형의 흐름은 발산과 연관되어 있다고 기대하게 된다. 이 장의 뒤 부분에서 비교적 작은 비지균 바람 성분을 고립시켜 집중 토의할 것이다.

발산의 단위는 $ms^{-1}m^{-1} = s^{-1}$ 이다. 이것은 회전의 척도인 각속도와 같은 단위이다. 소용돌이도에 대한 장에서 우리는 발산이 대기의 회전에 밀접하게 관련되어 있기 때문에 이들 단위가 서로 부합됨을 볼 것이다.

대기의 발산을 직접 측정하는 것은 불가능하다. 따라서 측정된 수평 바람장으로부터 발산을 계산하는 것이 논리적인 듯하다. 그러나 $\partial u/\partial x$ 와 $\partial v/\partial y$ 항의 크기는 작지 않고 거의 같지만 부호가 서로 반대이므로 발산은 보통 작은 나머지 항에 불과하다. 따라서 u 와 v 의 관측에서 발생하는 작은 오차는 발산 계산 과정에서 큰 오차를 초래하게 될 것이다.

그림 7.4는 제트 출구에서 $\partial u/\partial x$ 와 $\partial v/\partial y$ 가 서로 상쇄되는 등고선 형태를 보여 주고 있다.

7.4 바람장의 발산



[그림 7.4] 제트 출구에서 발산적일 수도 있고 수렴적일 수도 있는 분류 형태

7.4.2 다인스(Dines)의 대류권 2층 모델

수평 바람장의 발산, 연직 운동 및 기압 변화 사이의 관계는 영국 기상학자 다인스(W. H. Dines, 1855-1927)에 의해 처음 추론되었다. 그가 일할 당시에는 기상 관측에서 지상 관측만 가능한 시기였다. 따라서 대기의 3차원 구조는 거의 알려지지 않았다. 다인스는 저기압 주위에서 관측한 지상 바람장으로부터 수렴을 계산하였다. 그리고 그는 이 수렴이 저기압 중심 상공의 대류권 전체 공기 기동을 대표한다고 가정하였다. 그는 연속방정식을 적분하였고 이 수렴값을 이용하여 지상 기압 변화율을 계산하였다. 그가 계산한 값은 기압이 시간당 36hPa씩 상승해야 한다는 것이었다. 이것은 명백히 틀렸는데, 그 이유는 크기가 너무 크기도 했지만 기압이 실제로 떨어지고 있었으므로 부호가 반대로 나왔기 때문이다.

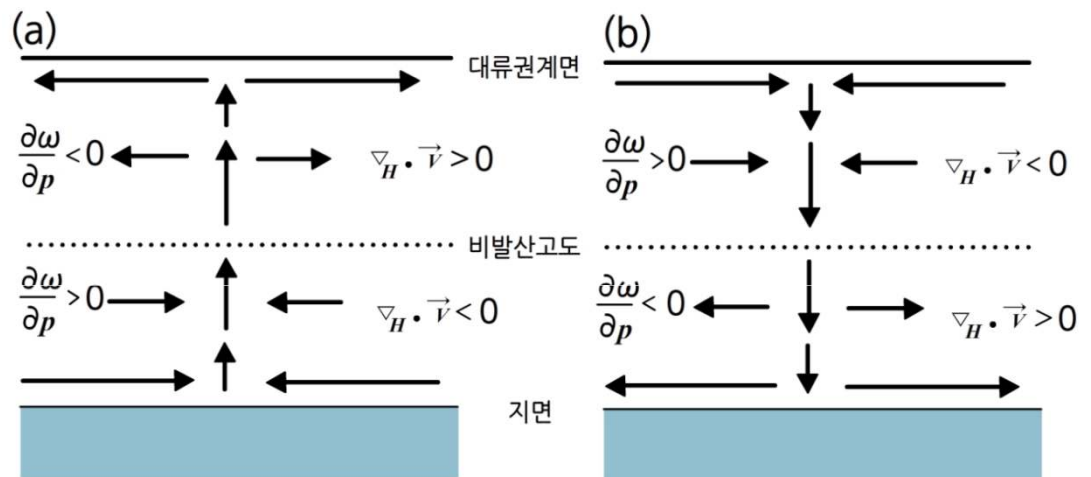
이로부터 다인스는 대기 전체에 걸쳐 발산이 고도에 따라 일정하다는 가정은 잘못되었다고 판단하였다. 그러므로 대기에는 서로 반대 부호의 발산을 가진 층이 적어도 두 개는 존재해야만 한다. 즉, 한 층에서는 수렴이, 그리고 다른 층에서는 이와 거의 균형을 이루는 발산이 존재해야 한다. 지상 기압의 변화는 이 둘 사이의 상대적으로 작은 차에 의해 생길 것이다. 이 생각은 상하층에 반대 부호의 발산을 가진 간단한 대기 개념 모델의 개발을 가져왔다.

이 모델이 매우 간단하지만, 발달하는 많은 날씨 시스템은 1차 근사로 이 방식으로 행동하고 있다. 연직 운동은 모델의 상하층 경계에서 0이어야 하고, 연직 운동의 부호는 두 층에 나타나는 발산장의 부호에 의해 결정된다.

7.4 바람장의 발산

그림 7.5a는 저기압 발달 영역에서 발산과 연직 운동의 연직 분포를 보여 주고 있다. 하층에 수렴과 상층에 발산이 존재하여 중층 대류권에서 최대로 되는 상승 운동과 연결되어 있다. 만일 상층 발산이 지상 수렴보다 약간 더 크면 이 공기 기둥에 질량의 순 손실이 있을 것이고 따라서 지상 기압은 하강할 것이다.

그림 7.5b는 고기압 발달 영역에 대한 것으로서 그림 7.5a와 반대 경우를 보이고 있다. 하층에 발산과 상층에 수렴이 존재한다. 그리고 상하층을 연결하는 하강 운동이 나타난다. 만일 상층 수렴이 지상 근처의 발산보다 약간 더 크다면 지상 기압은 상승할 것이다.



[그림 7.5] (a) 저기압 발달 영역에 대한 연직 운동과 발산 분포. (b) 고기압 발달 영역에 대한 연직 운동과 발산 분포

다인스 모델에서 발산 부호가 바뀌는 고도에서는 발산이 0이어야 한다. 이 고도에서 ω 는 최대이거나 최소임을 연속방정식으로부터 알 수 있다. 즉, 이 고도에서 가장 큰 상승 또는 하강 운동이 일어남을 알 수 있다. 이처럼 발산이 0이 되는 고도를 비발산 고도라 부르고, 이 고도는 대략 500-600 hPa 고도에서 나타난다. 비발산 고도는 대기역학에서 유용한 개념이다.

다인스의 모델은 매우 간단한 개념적 모델이고 실제 대기는 훨씬 더 복잡하다는 것을 기억해야 한다. 그러나 이 모델은 발달하는 날씨 시스템의 메커니즘에 대한 유용한 통찰력을 제공하고 연직 운동이 어떻게 수평 발산과 관련되어 있는지를 보여 준다.

7.5 비지균 운동

지금 우리는 수평 발산 분포를 결정함으로써 연직 운동의 부호에 대하여 추론할 수 있게 하는 간단한 모델을 살펴 보았다. 그러나 발산과 수렴을 실제로 계산하는 방법이 필요하다. 이 계산을 하는 한 가지 방법은(지균 흐름이 비발산적이라는 것을 이미 앞에서 알았기 때문에) 흐름이 지균 상태로 부터 많이 떨어진 대기 영역을 찾아내는 것이다.

어떤 점에서의 바람은 다음 식과 같이 두 벡터 성분인 지균 성분과 이보다 작은 비지균 성분으로 분리할 수 있다.

$$\vec{V} = \vec{V}_g + \vec{V}_{ag} \quad (7.5)$$

일반적으로 지균 성분은 비지균 성분보다 훨씬 더 크다. 그러나 발산과 수렴을 만들어 연직 운동을 일으키는 것은 비지균 성분(때때로 지균 편차로 부름)이다. 여기서는 흐름 중 비지균 성분을 뽑아내서 집중 논의할 것이다.

지균 흐름은 기압경도력과 전향력 사이에 정확하게 균형을 이루는 흐름이다. 따라서 비지균 운동은 이 두 힘의 균형이 깨질 때 발생한다. 우리는 앞에서 이미 비지균 운동에 해당하는 두 가지 경우 즉, 경도풍 흐름과 마찰력 영향을 받는 경계층 흐름을 다루었다. 이제 이 두 경우와 비지균 운동이 일어나는 또 다른 경우들을 조사하기 위하여 비지균 바람에 대한 수학적 표현을 유도하겠다.

먼저 다음과 같은 x 방향 운동 방정식과 지균 균형에 대한 표현을 조사함으로써 유도를 시작하겠다.

$$\frac{du}{dt} = -g \frac{\partial h}{\partial x} + fv + F_x$$

$$0 = -g \frac{\partial h}{\partial x} + fv_g$$

두 번째 식을 첫 번째 식에 대입하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{du}{dt} = f(v - v_g) + F_x$$

방정식 (7.5)를 사용하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{du}{dt} = fv_{ag} + F_x$$

7.5 비지균 운동

그러므로 비지균 바람의 y 성분을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

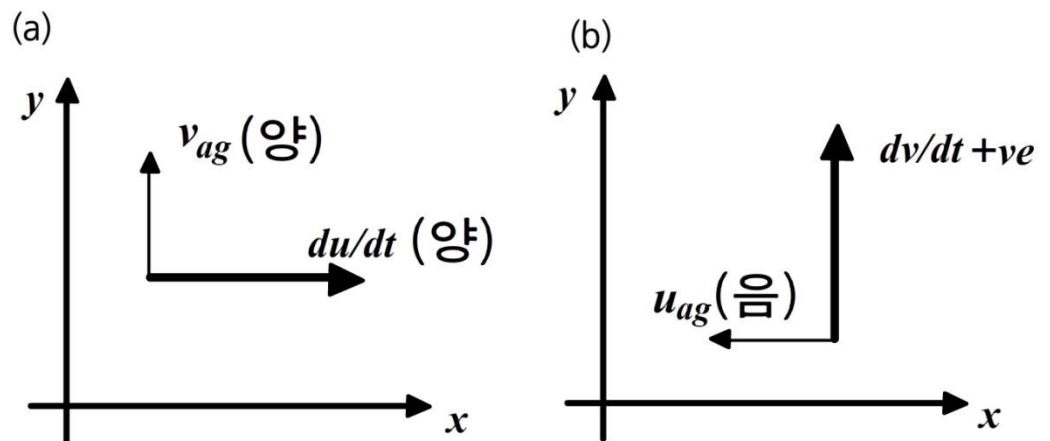
$$v_{ag} = \frac{1}{f} \frac{du}{dt} - \frac{1}{f} F_x \quad (7.6)$$

비슷한 방법으로 비지균 바람의 x 성분도 다음과 같은 형태로 유도할 수 있다.

$$u_{ag} = -\frac{1}{f} \frac{dv}{dt} + \frac{1}{f} F_y \quad (7.7)$$

그러므로 비지균풍은 두 성분을 가지고 있다. 그 중 한 성분은 마찰로부터 생기는데, 앞에서 배웠듯이 마찰은 북반구에서 바람을 반시계방향 회전의 효과를 나타낸다. 나머지 다른 한 성분은 흐름의 가속도에 관련되어 있다. 먼저 양의 x 방향으로 가속도가 있는 경우를 고려하라.

방정식 (7.6)으로부터 이 가속도는 비지균풍의 v 성분 즉, 가속도의 원편 직각 방향 바람에 양의 기여를 하게 된다는 것을 알 수 있다. 이제는 양의 y 방향으로 흐름의 가속도가 있는 경우를 고려하라. 방정식 (7.7)로부터 이 가속도는 비지균풍의 u 성분 즉, 가속도의 원편 직각 방향 바람에 음의 기여를 하게 된다는 것을 알 수 있다. 이 사실을 그림 7.6에서 도식적으로 보이고 있다.



[그림 7.6] (a) x 방향 가속도와 (b) y 방향 가속도의 반응으로 나타나는 비지균 운동

7.5 비지균 운동

그러므로 마찰을 무시하면 북반구에서 다음과 같은 유용한 법칙을 발견하게 된다.

비지균풍은 흐름의 가속도에 비례하고 그 가속도의 왼편 직각 방향으로 향한다.

이와 같은 가속도가 실제로 어떻게 생기는지 보기 위하여 방정식 (7.6)과 방정식 (7.7)을 전개할 것이다. 방정식 (7.5)를 이용하여 방정식 (7.6)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$v_{ag} = \frac{1}{f} \frac{du_g}{dt} + \frac{1}{f} \frac{du_{ag}}{dt} - \frac{1}{f} F_x$$

지균풍의 가속도에 포함되어 있는 항의 성분들을 해부해서 조사하기 위하여 라그랑지(Lagrange) 변화율을 오일러 (Euler) 변화율과 이류 변화율의 합으로 표현할 것이다. 이것은 다음과 같이 전개된다.

$$v_{ag} = \frac{1}{f} \left(\frac{\partial u_g}{\partial t} + u \frac{\partial u_g}{\partial x} + v \frac{\partial u_g}{\partial y} + w \frac{\partial u_g}{\partial z} \right) + \frac{1}{f} \frac{du_{ag}}{dt} - \frac{1}{f} F_x$$

그런데 지균풍의 x 성분은 다음과 같이 표현된다.

$$u_g = - \frac{1}{\rho f} \frac{\partial p}{\partial y}$$

따라서 $\partial u_g / \partial t$ 는 다음과 같다.

$$\frac{\partial u_g}{\partial t} = - \frac{1}{\rho f} \frac{\partial^2 p}{\partial y \partial t} = - \frac{1}{\rho f} \frac{\partial(\partial p / \partial t)}{\partial y}$$

그러므로 다음과 같은 식을 얻게 된다.

$$v_{ag} = - \frac{1}{\rho f^2} \frac{\partial(\partial p / \partial t)}{\partial y} + \frac{1}{f} \left(u \frac{\partial u_g}{\partial x} + v \frac{\partial u_g}{\partial y} \right) + \frac{1}{f} \left(w \frac{\partial u_g}{\partial z} \right) + \frac{1}{f} \frac{du_{ag}}{dt} - \frac{1}{f} F_x \quad (7.8)$$

이와 비슷하게 비지균풍의 동서 성분도 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$u_{ag} = - \frac{1}{\rho f^2} \frac{\partial(\partial p / \partial t)}{\partial x} - \frac{1}{f} \left(u \frac{\partial v_g}{\partial x} + v \frac{\partial v_g}{\partial y} \right) - \frac{1}{f} \left(w \frac{\partial v_g}{\partial z} \right) - \frac{1}{f} \frac{dv_{ag}}{dt} + \frac{1}{f} F_y \quad (7.9)$$

7.5 비지균 운동

7.5.1 변압풍

방정식 (7.8)과 방정식 (7.9)의 오른쪽 첫 번째 항인 다음 항을 변압 항이라 부른다.

$$\left(-\frac{1}{\rho f^2} \frac{\partial(\partial p / \partial t)}{\partial x}, -\frac{1}{\rho f^2} \frac{\partial(\partial p / \partial t)}{\partial y} \right)$$

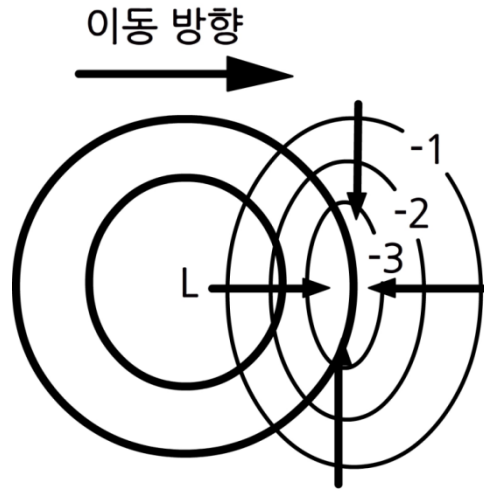
이 항은 $\partial p / \partial t$ 또는 기압 경향의 공간적 경도를 포함하고 있다. 이것은 등기압변화 경도에 비례하는 것으로 가시화시킬 수 있는데, 여기서 등기압변화선은 기압 경향이 같은 곳을 이은 선이다.

3장에서 보인 것처럼, 기압경도력이 작용할 때, 공기 덩이는 지균 균형 상태에 도달하기 전까지 초기에 기압경도력만의 영향 아래 고기압에서 저기압으로 움직인다. 이것은 크기가 fV 인 전향력이 속도에 비례하고, 공기 덩이가 유의한 속도에 도달한 후에야 전향력이 중요해지기 때문이다. 중위도에서 f 값은 $10^{-4} s^{-1}$ 의 차수이므로 운동의 오른쪽으로 작용하는 속도가 지균풍 속도와 같은 크기가 되려면 약 10^4 초(약 3시간)이 걸린다. 이 시간 지연은 기압경도력의 변화가 전향력 변화와 서서히 균형을 이룬다는 것을 의미한다.

만일 기압이 어떤 영역을 가로질러 같은 율로 변하고 있다면, 기압경도력의 변화가 없을 것이고 결과적으로 비지균 운동도 일어나지 않을 것이다. 그러나 만일 차등 기압 변화가 존재한다면, 즉, 기압이 영역에 따라 다른 율로 증가한다면, 기압경도력은 변하게 된다. 이와 같은 기압 변화는 전향력이 새로운 기압경도력과 즉시 균형을 이루기 위해 작용하지 않기 때문에 비균형 상태를 초래하게 된다. 따라서 공기는 등기압변화경도가 낮은 쪽으로 흐를 것이다. 즉, 지균 편차는 기압이 상승하는 쪽으로부터 기압이 하강하는 쪽으로, 또는 기압이 하강하는 쪽으로부터 기압이 더 빨리 하강하는 쪽으로, 또는 기압이 상승하는 쪽으로부터 기압이 덜 빨리 상승하는 쪽으로 향할 것이다.

만일 기압 경도가 시간과 함께 증가한다면, 지균풍의 가속도가 존재하게 된다. 앞에서 유도한 규칙에 따르면 이것은 가속도의 원편으로 향하는 비지균 운동을 이끌어낼 것이다. 이것이 고기압에서 저기압으로 향하는 흐름을 이끌어낸다는 것을 여러분이 증명할 수 있고, 따라서 앞에서의 결과를 확인할 수 있다.

7.5 비지균 운동



[그림 7.7] 등기압변화경도가 낮은 쪽으로 향하여 수렴을 만들어내는 비지균 운동 (등기압변화 단위는 중요하지 않음)

이동하는 저기압을 그림 7.7에서 볼 수 있다. 저기압 앞의 한 점에서 기압이 가장 급속히 하강하고 있다. 그리고 등기압변화경도가 낮은 쪽으로 향하는 비지균 바람은 기압이 가장 급속히 하강하는 곳에서 수렴을 발생시킨다. 이 수렴이 상층 발산과 위치가 일치하여 연직 운동을 강화시키고 결국 구름과 강수 증가를 일으킨다. 이와 같은 기압 하강 지역에 호우가 매우 자주 발생한다. 보고된 기압변화 경향을 사용할 때, 중요한 것은 순간적인 변화율이라는 것을 기억하라. 지금 기압이 증가하고 있을지라도 과거 3시간 동안 전반적으로 기압 하강이 일어났을지도 모른다는 것이다.

상층에서 등기압변화 효과는 차등 온도 이류 지역에서 중요하다. 그 이유는 이 지역에서 지오펜설의 국지적 경도가 급속히 변하여 온난 이류 영역에 상층 발산과 한랭 이류 영역에 수렴을 일으키기 때문이다. 이 효과는 9장에서 자세히 다룰 것이다.

7.5.2 바람 방향으로의 지균풍 변화

방정식 (7.8)과 방정식 (7.9)의 오른쪽 두 번째 항을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\left[-\frac{1}{f} \left(u \frac{\partial v_g}{\partial x} + v \frac{\partial v_g}{\partial y} \right), + \frac{1}{f} \left(u \frac{\partial u_g}{\partial x} + v \frac{\partial u_g}{\partial y} \right) \right]$$

이 항들은 기압 패턴의 모양에 의한 바람 방향으로의 지균풍 변화를 나타낸다. 두 항을 합해서 말하면 이 항들은 라그랑지 변화율의 전개로 나타낸 수평 이류항으로서 다음과 같이 한 항으로 표현할 수 있다.

7.5 비지균 운동

$$\frac{1}{f} V \frac{\partial V_g}{\partial s}$$

이 항은 지균풍 방향의 변화(즉 곡률)와 지균풍 속도의 변화(즉 합류 또는 분류)에 의한 지균 편차를 나타낸다. 이 항이 흐름을 따른 바람 변화뿐만 아니라 풍속에도 비례함을 주목하라. 만일 바람이 약하면 큰 곡률이나 강한 가속도가 존재한다 할지라도 비지균 운동은 일반적으로 작다는 것을 명심해야 한다.

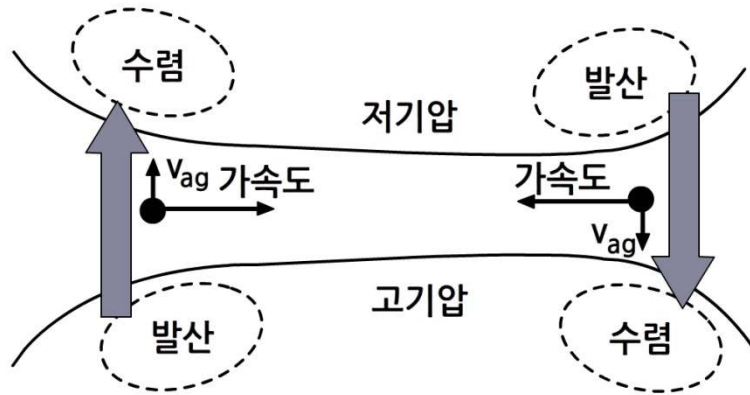
7.5.2.1 합류와 분류

먼저 합류와 분류의 경우 즉, 풍하쪽 지균풍의 속도 변화를 조사할 것이다.

합류 또는 분류(그림 7.4의 경우) 지역에서 기압 경도는 흐름 방향으로 급격히 변하고 있다. 전향력이 이 변화에 조절되기 위해서는 어느 정도의 시간이 걸리므로 당분간은 기압경도력과 전향력이 같지 않고 흐름과 함께 이동하는 공기 덩이는 가속되거나 감속된다. 이 같은 현상은 상층 대류권 제트류 영역에서 가장 현저하게 발생한다. 이 제트류 영역에서는 공기 덩이가 제트 중심으로 들어감에 따라 짧은 수평 거리에서 100노트를 초과하는 속도까지 가속되고, 공기 덩이가 제트 중심을 떠나면서 이와 비슷한 감속을 나타낸다. 이처럼 제트 입구와 출구는 뚜렷한 비지균 운동을 예상할 수 있는 영역이다.

그림 7.8은 동서 제트류를 이상화시킨 경우를 보여 준다. 공기는 서쪽으로부터 제트 중심으로 가속되고 있고 동쪽으로 제트 중심을 떠나면서 감속되고 있다. 이것이 제트 입구와 출구에서 비지균 운동을 유발시킨다. 그림 7.8에서 회색 큰 화살은 순 비지균 운동을 가리킨다. 제트 입구에서 공기는 제트의 오른쪽에서 고갈되고 왼편에 쌓이게 된다. 따라서 그림에서 표시한 것같이 발산과 수렴이 각각 분포하게 된다. 제트 출구에서는 이와 반대의 경우가 되는데, 발산과 수렴 영역의 위치가 바뀐다.

7.5 비지균 운동



[그림 7.8] 가속 및 감속과 연관된 비지균 운동과 발산 형태를 보여 주는 이상화시킨 동서 제트류

제트류는 대류권 상부에서 발생하기 때문에 다인스 모델을 적용하면 연직 운동 분포와 기압 상승 및 하강 영역을 추론할 수 있다. 제트 입구의 오른쪽과 출구의 왼쪽에서 공기가 상승하고 기압이 하강할 것으로 예상된다. 이 지역을 저기압 발달 영역으로 볼 수 있다. 한편 제트 입구의 왼쪽과 출구의 오른쪽에서 공기가 하강하고 기압이 상승할 것으로 예상된다. 이 지역을 고기압 발달 영역으로 볼 수 있다.

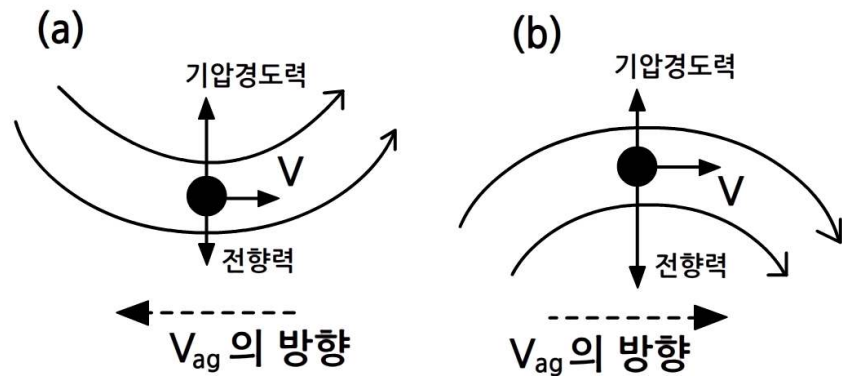
7.5.2.2 곡률

이제 곡률 즉, 풍하쪽으로 지균풍의 방향 변화를 생각해 보자.

앞에서 경도풍을 공부할 때 곡선 궤적의 흐름은 곡률 중심을 향하여 가속을 받아야 한다는 것을 알았다. 이 가속도는 기압경도력과 전향력 사이의 불균형에 의해 생기고 저기압성 흐름을 아지균적(Sub-geostrophic)으로, 고기압성 흐름을 초지균적(Super-geostrophic)으로 만든다. 이처럼 비지균 운동 성분은 저기압성 흐름의 경우에 지균풍의 반대 방향에 있게 되고, 반면 고기압성 흐름에서는 지균풍과 같은 방향에 있게 된다. 이 경우들이 그림 7.9에 예시되어 있다.

등기압 변화 항과 마찬가지로 지균풍 편차(곡률 중심으로 작용하는) 순 가속도의 왼쪽으로 작용한다는 것을 주목하라.

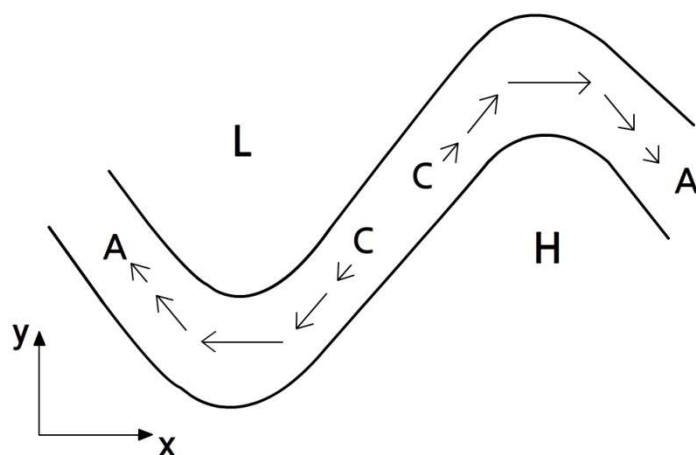
7.5 비지균 운동



[그림 7.9] (a) 저기압성 흐름과 (b) 고기압성 흐름에 의해 유도되는 비지균 운동

이제 그림 7.10에서 보인 것처럼 북반구에 있는 능-골 시스템을 고려하라. 화살표는 비지균 운동 성분의 방향을 가리킨다. 가장 긴 화살표는 곡률이 가장 큰 곳에 있고, 골과 능 사이의 흐름이 직선인 곳에서 비지균 운동은 0이 된다. 비지균 운동은 골 동쪽(앞)과 능 서쪽(뒤)에서 발산을 일으킨다. 이와 비슷하게 골 뒤와 능 앞에서 수렴이 존재한다.

만일 이 시스템이 대류권 상부에 있다면, 다시 다인스의 모델을 적용시켜서 수렴/발산 형태와 연관된 연직 운동과 기압 변화의 부호를 추론할 수 있다. 그림 7.10의 경우에 골의 앞과 능의 뒤에서 공기가 상승하고 기압이 하강하는 것을, 그리고 골의 뒤와 능의 앞에서 공기가 하강하고 기압이 상승하는 것을 예상하게 된다.



[그림 7.10] 상층 능-골 형태에 대한 비지균 운동과 결과적으로 나타나는 능-골 발달 영역

7.5 비지균 운동

사실, 발달하는 지상 고기압이 통상적으로 상층 능의 동쪽에서 발생하듯이 발달하는 지상 저기압도 거의 항상 상층 골의 동쪽에서 발견된다.

따라서 정리하면 다음과 같다.

분류 : 왼쪽에 저기압 발달, 오른쪽에 고기압 발달

합류 : 오른쪽에 저기압 발달, 왼쪽에 고기압 발달

저기압성 곡률 : 앞쪽에 저기압 발달, 뒤쪽에 고기압 발달

고기압성 곡률 : 뒤쪽에 저기압 발달, 앞쪽에 고기압 발달

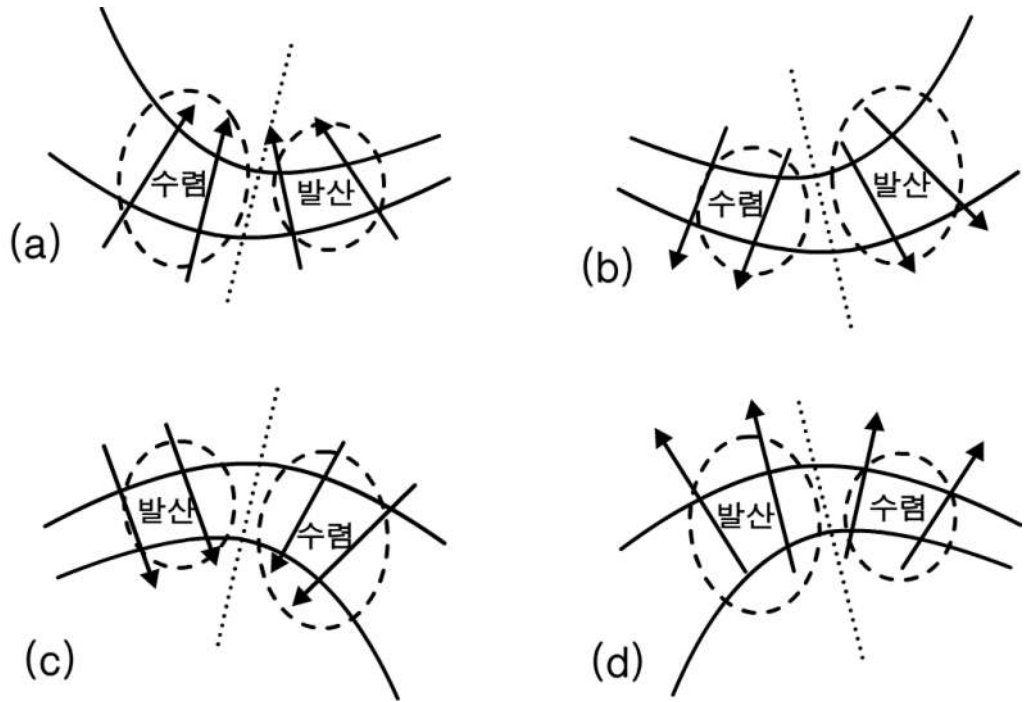
7.5.2.3 분류와 곡률의 결합

대기에서 곡률 없이 완전히 동서로 흐르는 제트류는 거의 존재하지 않고, 또한 흐름을 따라 합류나 분류가 없이 완전히 대칭적인 능이나 골을 보기도 매우 어렵다. 대부분의 경우에 앞에서 논의한 두 가지 효과는 실제로 함께 일어나므로 서로 강화시키거나 아니면 서로 상쇄시키거나 완전히 소멸시킨다.

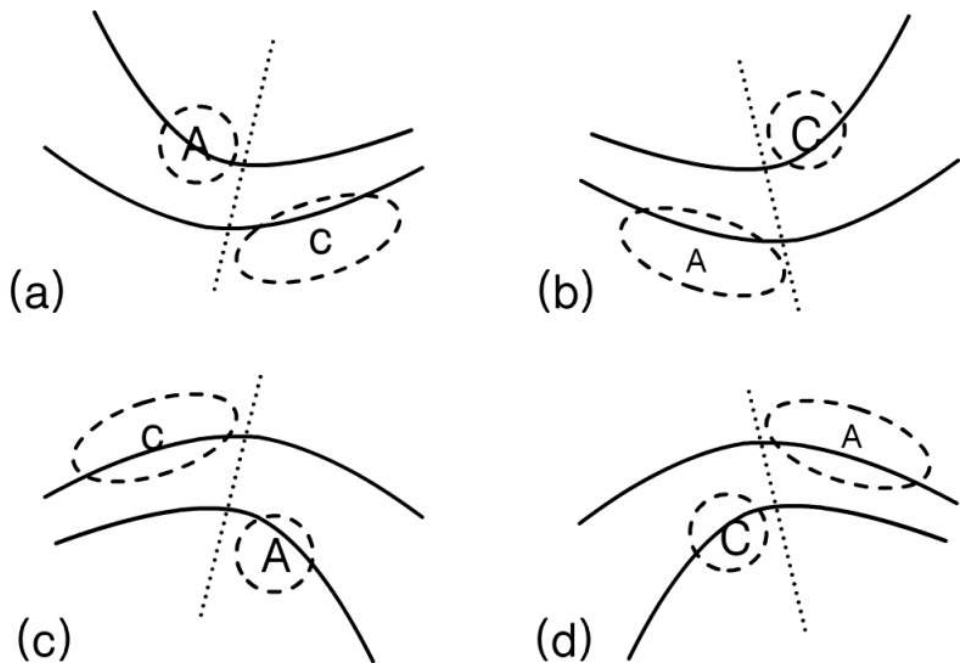
모든 능, 골 및 제트류는 같은 것이 없기 때문에, 등고선의 모양을 봄으로써 간단히 각 능, 골 및 제트류와 연관된 발달 영역의 크기를 주관적으로 평가하는 것은 사실상 불가능하다. 그러나 네 가지 이상적인 경우 즉, 분류적 골, 합류적 골, 분류적 능, 합류적 능과 연관된 발달 영역을 정성적으로 평가하는 것은 가능하다. 그림 7.11은 합류/분류에 기인한 비지균 운동 벡터를 화살표로 나타내고, 곡률과 연관된 발산/수렴 영역을 타원형 쇄선으로 나타내고 있음을 보여 주고 있다.

이 효과를 결합하기 위해 먼저 그림 7.11a에 보인 합류적 골을 고려할 것이다. 화살표는 골 안쪽의 공기 축적이 골 바깥쪽의 공기 소모보다 더 집중되어 있음을 가리킨다. 골 축 뒤에서는, 합류에 기인한 축적이 골 안쪽의 곡률에 기인한 수렴 영역과 겹치고 있다. 따라서 이 두 효과가 주 고기압 영역을 강화시킨다. 한편 골 앞에서는 골 바깥쪽의 공기 소모가 곡률에 기인한 발산과 겹치고 있다. 따라서 이 두 효과가 또한 강화된다. 그러나 골 바깥쪽의 공기 소모가 아주 약하기 때문에, 여기서 저기압 영역은 골 뒤의 고기압 영역보다 더 넓기는 하지만 크기에 있어서는 더 약하다. 이 결과는 그림 7.12a에서 볼 수 있다. 나머지 세 가지 경우에 대해서도 비슷한 논리로 설명할 수 있고, 그림 7.12b부터 그림 7.12d까지의 결과를 얻을 수 있다.

7.5 비지균 운동



[그림 7.11] (a) 합류적 골, (b) 분류적 골, (c) 합류적 능, (d) 분류적 능에 대하여 합류/분류(화살표) 및 곡률과 연관된 수렴/발산(타원형 쇄선)에 기인한 비지균 운동



[그림 7.12] 그림 7.11의 특징과 연관된 주 발달 영역과 2차 발달 영역. 여기서 A는 고기압, C는 저기압을 나타내고 있으며, 굵고 큰 글자는 강도가 강한 것을, 가늘고 작은 글자는 강도가 약한 것을 의미한다.

7.5 비지균 운동

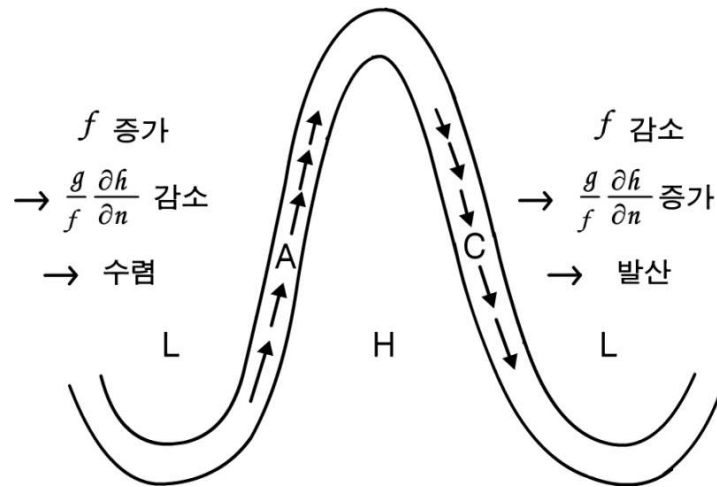
7.5.2.4 위도 효과

그림 7.10에서 보인 경우를 고려하라. 지상에서 하강하는 기압은 온난 이류가 없을 때 모든 고도에서 등고선 값을 감소시킨다. 그러므로 골은 그림 7.10의 C 영역으로 진행하려 할 것이고, 반면 비슷한 논리로 능은 A 영역으로 이동하려 할 것이다. 따라서 이와 같은 파동 형태는 서쪽에서 동쪽으로 진행하려는 경향이 있다. 그리고 곡률이 클수록 또한 흐름이 강할수록 파동의 진행은 더욱 현저해진다.

그러나 만일 남북 방향으로 큰 운동이 있다면, 다른 말로 말해서 파동 형태가 큰 진폭의 모습을 보인다면, 또 다른 효과가 나타난다. 극 쪽으로 진행하면 위도가 증가하여 코리올리 파라미터 f 가 증가한다. f 가 증가하면 지균 풍은 감소한다. 이 지균 풍 감소가 수렴을 일으킨다. 수렴이나 발산을 일으키는 것은 오직 지균 편차라는 규칙의 예외를 이 사실은 보여 주고 있다. 유사하게 적도 쪽으로 진행하면 f 는 감소하고 지균 풍은 증가하여 발산을 유도한다. 그림 7.13에서 보듯이 이 위도 효과에 의하여 능의 서쪽에서 발생하는 수렴은 이 위치에서 A (고기압) 영역으로 되게 할 것이다. 이로 말미암아 능은 역행, 즉 바람의 흐름에 맞서 동쪽에서 서쪽으로 이동하게 된다. 비슷한 방법으로 골도 역행하는 것을 볼 수 있다.

그러므로 두 가지 경쟁적인 효과, 즉 그림 7.10에서 설명한 곡률 효과와 그림 7.13에서 보인 소위 위도 효과가 존재한다. 일반적으로 곡률 효과가 우세하여 파동 형태는 동쪽으로 진행하지만, 파동의 진폭이 위도로 수십 도가 넘으면 위도 효과는 곡률 효과를 상쇄시킬 수 있다. 이것은 장파의 능 및 골과 연관된 발달 영역이 약해지거나 사라지려는 경향이 있어서 장파가 정체하거나 심지어 역행하려는 경향이 있음을 의미한다. 위도로 30도 또는 그 이상의 큰 진폭을 가진 파동은 전지구 날씨 형태를 지배할 수 있어서 수 주간에 걸쳐 거의 변화 없는 ‘저지’ 상태의 날씨가 지속될 수도 있다.

7.5 비지균 운동



[그림 7.13] 역행을 일으킬 수 있는 위도 효과

7.5.3 연직 이류 항과 비지균풍의 가속도 항

방정식 (7.8)과 방정식 (7.9)에 있는 다음의 비지균 성분 항들을 생각해 보자.

$$\left[-\frac{1}{f} \left(w \frac{\partial v_g}{\partial z} \right), +\frac{1}{f} \left(w \frac{\partial u_g}{\partial z} \right) \right], \quad \left[-\frac{1}{f} \left(\frac{dv_{ag}}{dt} \right), +\frac{1}{f} \left(\frac{du_{ag}}{dt} \right) \right]$$

이 항들은 평가하기 어렵고 다른 항보다 훨씬 더 작은 경향이 있다. 첫 번째 큰 괄호 속 항들은 상층이나 하층으로부터 오는 지균풍의 연직 이류 효과를 포함하고 있다. 반면 두 번째 큰 괄호 속 항들은 비지균 바람 성분의 가속도에 좌우된다.

7.5.4 마찰 항

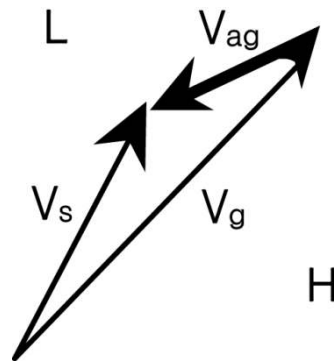
방정식 (7.8)과 방정식 (7.9)에서 마찰 항은 다음과 같다.

$$\left(+\frac{1}{f} F_y, -\frac{1}{f} F_x \right)$$

이 항은 바람의 가속도에 의해 생기지 않는 나머지 항이다. 앞에서 이미 보인 것처럼 기압경도력, 전향력 및 마찰력 사이의 3자 균형을 유지하기 위하여 바람은 느려지고 저기압을 향하여 편향된다.

7.5 비지균 운동

마찰 편향에 의한 지균 편차는 지균풍으로부터 지상풍을 벡터적으로 빼면 알 수 있다(그림 7.14를 참고). 이것은 마찰로 인한 비지균 운동은 지균 흐름에 반대 방향으로 향하고, 보다 중요하게는 저기압을 향한다는 것을 보여주고 있다. 이제 마찰의 영향을 받는 흐름이 갖게 되는 수렴 또는 발산 특성을 조사해 보자.



[그림 7.14] 지상에서 바람의 마찰 편향에 기인한 비지균풍. 여기서 V_s 는 지상풍을 나타낸다.

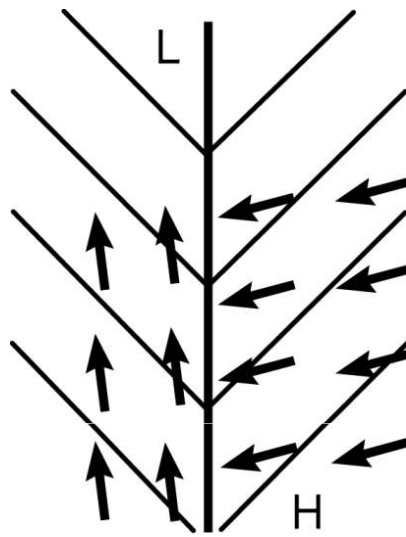
저기압 주위의 흐름을 고려하라. 지균풍의 강도가 어디서나 같다고 가정하면, 경계층 위에서 지균 편차는 등고선을 따라 놓이게 되고 비발산적이다. 그러나 마찰은 바람을 편향시키고 지균 흐름과 반대 방향으로 등고선을 횡단하는 지균 편차를 가져온다. 이때 수렴을 일으키는 것은 등고선을 횡단하는 성분이다. 유사하게, 고기압은 경계층 안에서 발산 흐름을 발생시킨다는 것을 볼 수 있다. 그러므로 마찰 강제력은 저기압 영역에서 상승 운동을, 고기압 영역에서 하강 운동을 일으킨다.



[그림 7.15] 저기압 및 고기압과 연관된 경계층 비지균 운동

7.5 비지균 운동

수렴과 발산이 마찰로 인해 생기기 위해서 고기압과 저기압의 중심이 필요한 것은 아니다. 골이나 능 하나 만으로도 충분하다는 것을 보일 수 있다. 그림 7.16에서 보인 전선 지역을 고려하라. 지상 전선을 따라 나타나는 예리한 골 때문에 골 양쪽의 비지균풍은 수렴적인 반면, 각 기단 안에서의 흐름은 비발산적이다. 이 수렴은 상승 운동에 대한 메카니즘일 뿐만 아니라 전선 발생의 원인이다. 즉, 이 수렴은 경계층 안에서 전선 횡단 방향으로 온도와 습도의 경도가 강하게 되도록 작용한다.



[그림 7.16] 전선 형태의 골과 연관된 경계층 비지균 운동

7.6 실제 대기의 비지균 운동

지금까지 이상화된 경우를 집중적으로 공부하였고 매우 이상적인 다인스의 2층 모델을 사용하였다. 그러나 실제 대기는 앞에서 다룬 예보다 훨씬 더 복잡하므로, 단순히 상층 흐름 형태의 모양을 봄으로써 연직 운동 형태를 정확하게 진단하는 것은 불가능하다. 만일 상층 흐름을 보고 연직 운동을 진단하려 시도한다면, 완전히 틀린 부호의 연직 운동을 진단할 지도 모른다. 그러나 비지균 운동을 고려함으로써 발달이 일어날 것 같은 어떤 대기 영역이 존재함을 앞에서 보였다.

대부분의 발달하는 중위도 저기압은 상층 골 동쪽에 위치하고 고기압은 일반적으로 상층 능 동쪽에서 발달한다. 관측 연구는 영국과 서부 유럽에 영향을 주는 대부분의 저기압이 초기에 합류적 골과 연관된 저기압 영역에서 발달한다는 것을 보여 왔다. 더욱이 저기압은 흔히 상층 제트류의 오른쪽 입구 또는 왼쪽 출구 밑에 있을 때 발달하고 강해진다.

상층 특징과 연관된 저기압 영역이 존재해야만 항상 지상 저기압이 발달하는 것은 아니다. 따라서 지상 저기압 발달이 일어나는 다른 조건들을 찾아낼 필요가 있다. 그래도 상층 저기압 영역은 국지적 기압 하강을 이끌고 위성 영상에서 보는 뚜렷한 높은 구름을 가진 대류 구름을 발달시킬 것이다.

요약

- 연직 속도는 비교적 작지만 대기 흐름에서 중요한 부분이다. 이 연직 속도는 구름의 형성 및 소멸과 강수 그리고 지상 기압 변화를 일으킨다. 이 속도는 직접 측정하기가 매우 어렵다.
- 질량 보존(연속성)의 개념으로 수평 바람장과 연직 속도 사이의 간단한 관계를 얻을 수 있다.
- 현저하게 발달하는 환경에서 대기를 두 연직 층으로 나누어 조사할 수 있다. 한 층에는 주로 발산 형태의 수평 흐름이 존재하고 다른 하나에는 주로 수렴 흐름이 존재한다. 이 모델은 연직 운동의 부호를 추론할 수 있게 한다. 지상 기압의 변화는 공기 기둥 안에 있는 질량의 작은 순 변화에 기인한다.
- 대기에서 발산과 수렴을 찾을 때, 바람의 지균 성분은 비발산적이기 때문에 흐름의 비지균 성분에 집중하여야 한다.
- 비지균 운동은 두 성분을 가지고 있는데, 하나는 마찰에 의한 것이고 다른 하나는 가속도에 의한 것이다. 비지균 운동은 이 운동을 일으키는 가속도의 직각 왼쪽으로 향한다.
- 등기압변화 경도는 $\partial p/\partial t$ 경도가 감소하는 쪽으로 향하는 비지균풍을 발생시킨다. 이것은 기압이 크게 하강하는 영역으로 수렴을 일으키고 기압이 크게 상승하는 영역으로부터 떨어져 가는 쪽으로 발산을 일으킨다. 상층에서는 등기압변화 효과가 온난 이류 영역에 발산을, 한랭 이류 영역에 수렴을 일으킨다.
- 흐름을 따른 가속도는 오른쪽에 공기 감소(발산)를, 왼쪽에 공기 축적(수렴)을 일으킨다. 따라서 제트 입구에서는 이것이 입구 왼쪽에 고기압 영역을, 오른쪽에 저기압 영역을 만든다. 제트 출구에서는 이와 반대로 된다.
- 흐름에서 곡률의 변화는 골의 앞과 능의 뒤에서 발산을, 골의 뒤와 능의 앞에서 수렴을 일으킨다.
- 분류/합류 및 곡률의 효과는 비대칭형 골과 능에서 결합되어 다른 크기와 다른 수평 범위의 고기압과 저기압 영역을 만든다.

요약

- 위도 변화에 따른 지균풍의 변화 또한 발달 영역을 만든다. 이 변화는 곡률 효과와 반대로 작용되어서 큰 진폭을 가진 파동은 주로 정체한 채로 머물러 있거나 심지어 역행하기도 한다.
- 경계층의 마찰은 저기압 쪽으로 향하는 비지균 성분을 발생시킨다. 이것은 저기압에서 경계층 수렴을, 고기압에서 경계층 발산을 일으킨다. 두 경우 모두 마찰은 현존하는 비지균 운동과 연직 운동을 강화시킨다.

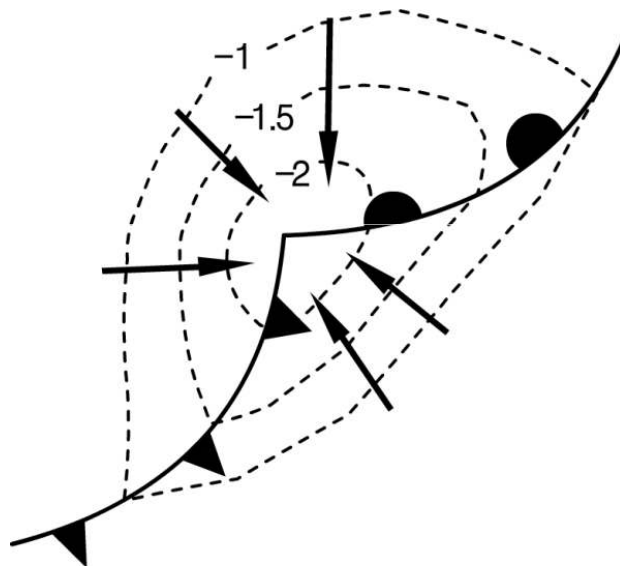
부록

기압 변화 경향

비지균 운동은 기압 패턴 변화에 대응하여 일어나고 비지균 성분은 등기압 변화선을 가로질러 높은 값(기압 상승) 지역에서 낮은 값(기압 하강) 지역으로 향한다는 것을 앞에서 배웠다. 일반적으로 이 효과는 작으나 그 효과가 매우 중요한 경우도 있다.

1) 발달하는 파동 저기압

전선 파동은 한랭 전선 위 한 점에서 기압이 하강하기 시작할 때 발달한다. 이와 같이 발달하는 파동에 대한 등기압변화 분석 예가 그림 7.17에 나타나 있다.



[그림 7.17] 발달하는 한랭 전선 파동과 연관된 비지균 운동. 쇠선은 0.5hPa hr^{-1} 간격의 등기압변화선이다.

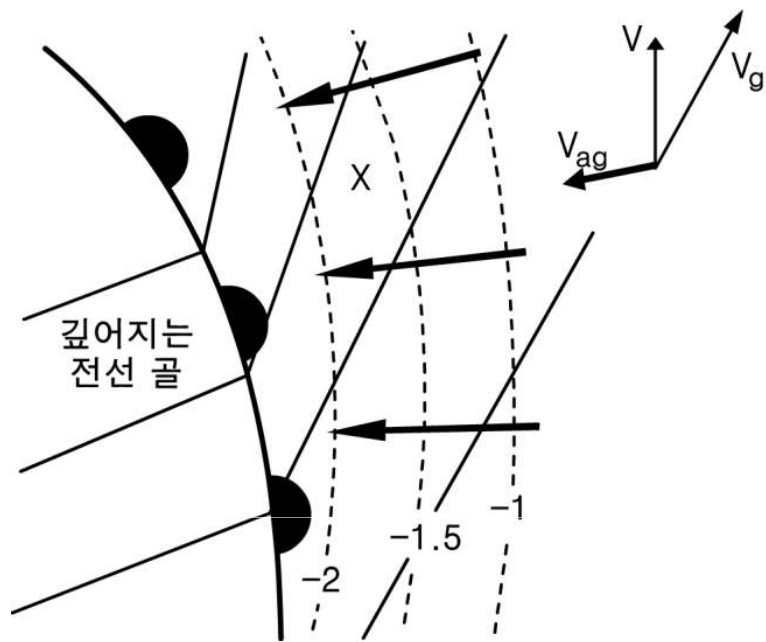
하부 대류권의 결과적 비지균 운동은 파동 첨단 주위에 뚜렷한 수렴 영역을 일으켜서 공기 상승, 구름 및 강수를 유발시킨다.

2) 깊어지는 전선 골

3시간 기압변화 경향 보고를 이용하여 전선 시스템 근처의 등기압변화선을 분석할 때 특히 주의해야 한다. 전선이 통과하면서 기압변화 경향이 급하게 변할 때, 3시간 기압변화가 반드시 순간적 기압변화율은 아니다. 그러나 진짜 등기압변화 효과는 전선면을 따라 집중된 급격한 기압 하강과 함께 깊어지는 전선 골 앞에서 관측될 수 있다(그림 7.18).

부록

여기서 하부 대류권 비지균 운동은 전선면에서 수렴 영역을 만든다. 이것은 경압성을 증가시키고 전선을 더욱 활성화시켜서 구름을 두껍게 하고 강수량을 많이 만든다. 풍향에 대한 효과는 때때로 아주 현저하여 급격히 발달하는 전선 앞에서 지상 바람이 등압선 방향으로부터 뚜렷하게 반시계 방향으로 바뀐다.



[그림 7.18] 깊어지는 전선 골과 연관된 비지균 운동. 쇠선은 0.5hPa hr⁻¹ 간격의 등기압변화선이고, 가는 실선은 등압선이다. 그림의 오른쪽 위에 있는 벡터 표시는 점 X에서의 지균풍(\vec{V}_g), 비지균풍(\vec{V}_{ag}) 및 실제 바람(\vec{V})을 나타낸다.

3) 등기압변화 밀기

기압 경도가 아주 약한 영역에서 전선은 천천히 이동하거나 거의 정체를 이룬다. 이와 같은 환경에서 전선 부근에 기압 상승 및 하강 영역이 존재하면 이 영역이 비지균 운동을 충분히 발생시켜서 기압 경도가 없음에도 불구하고 전선을 전방으로 “밀어”낸다.

부록

등기압변화선 묘화

기압변화 경향 보고는 대기가 어떻게 시간에 따라 변하는지(이것은 현재 일어나고 있는 발달 정도의 지표)에 관하여 예보자들에게 가치있는 정보를 제공한다. 등기압변화선을 그릴 때는 다음 사항을 명심해야 한다.

1. 등기압변화선은 보통 전선을 횡단하면서 연속적이지 않다.

기압변화 경향은 보통 전선이 통과하면서 갑자기 변한다. 따라서 전선 면에서는 등기압변화선을 그려서는 안 된다.

2. 기압 특성을 점검하라.

3시간 기압변화 경향을 분석할 때, 그 특성은 보고된 기압변화 경향이 3시간 전체 기간을 대표하는지 또는 대표하지 않는지에 대한 실마리를 줄 것이다.

3. 선박 보고를 조심하라.

선박의 이동 방향을 참고. 급격한 기압 하강은 단순히 저기압 영역을 향하여 나오는 선박의 김 때문일 수 있다.

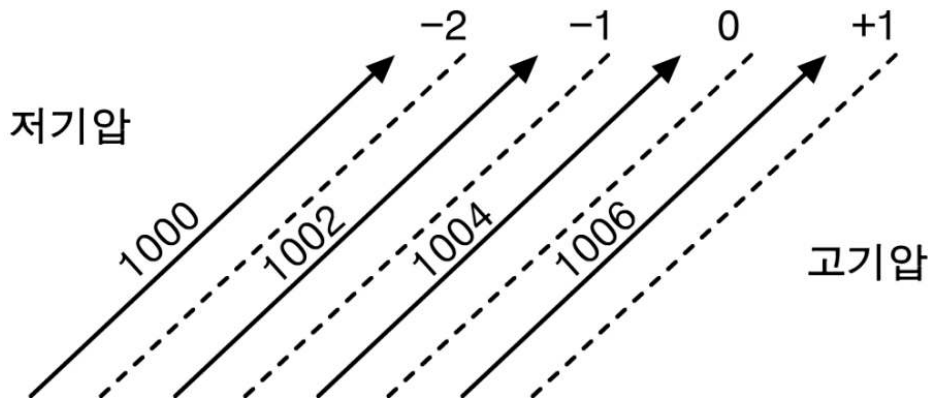
4. 기압계 이동을 예측하기 위해 등기압변화선을 이용하라.

저기압은 기압 상승 영역으로부터 기압 하강 영역으로 이동하려 할 것이다. 만일 전방 기압 하강이 후방 기압 상승보다 크면 저기압은 강화될 것이고, 반대로 후방 기압 상승이 전방 기압 하강보다 크면 저기압은 약화될 것이다. 고기압의 이동과 발달도 이와 비슷하게 탐지될 수 있다.

5. 등압선은 어떻게 변할까?

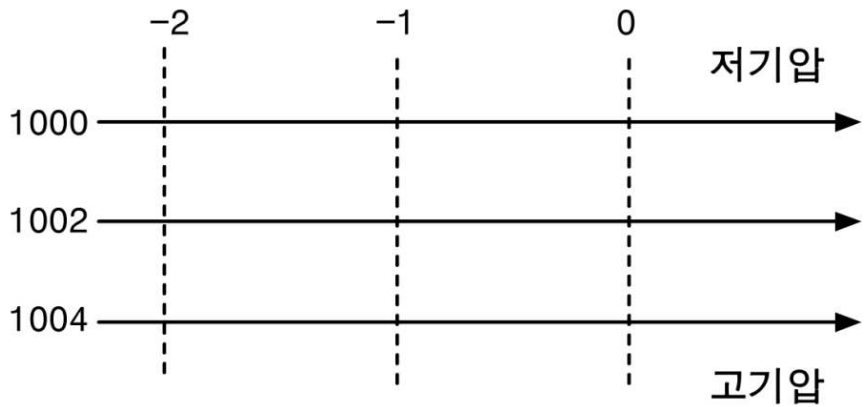
만일 등기압변화선이 등압선과 같은 방향으로 증가하는 값을 갖고 등압선에 평행하면, 등압선은 조밀해질 것이고 바람은 강해진다(그림 7.19). 만일 기압변화 경향이 기압 증가 방향으로 감소하면, 등압선은 드물어질 것이고 바람은 약해진다.

부록



[그림 7.19] 등압선에 평행한 등기압변화선이 암시하는 기압 경도의 강화

만일 등기압변화선이 등압선을 가로지르면, 등압선의 방향이 변할 것이고 따라서 바람은 시간에 따라 반시계 방향 또는 시계 방향으로 바뀔 것이다. 그림 7.20에서 보인 예는 서쪽에서 기압이 하강하고 동쪽에서 기압이 변하지 않는 경우이다. 이 경우는 바람이 시간에 따라 반전되어 남서풍으로 바뀌게 될 것이다. 만일 동쪽에서 기압이 하강하고 서쪽에서 기압이 변하지 않는다면, 서풍인 바람은 시간에 따라 순전하여 북서풍으로 바뀌게 될 것이다.

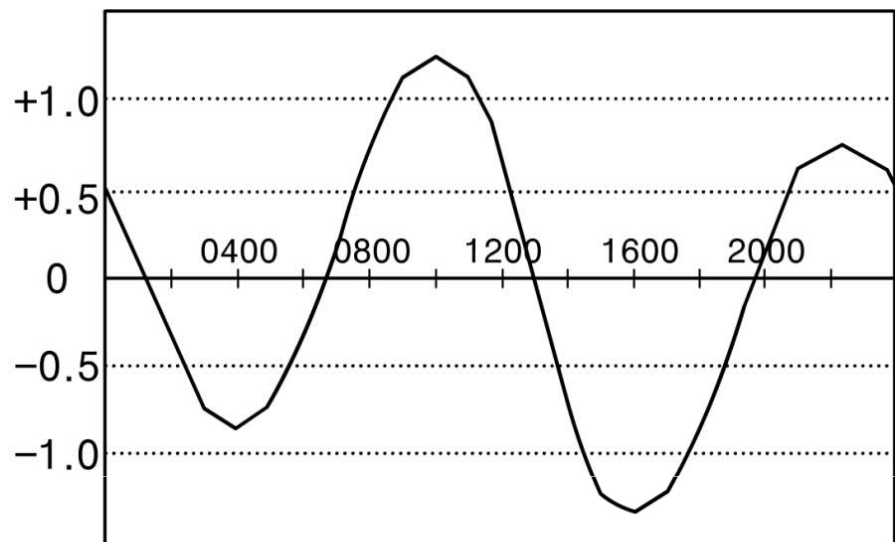


[그림 7.20] 등압선에 직각인 등기압변화선이 암시하는 기압 경도의 반전

부록

기압의 일변화

지상 기압의 장기 평균은 *반일 기압 파동*으로 알려진 일관된 일진동을 보이고 있다(그림 7.21). 기압은 지역시간으로 오전 10시에 최대로 상승하고, 오후 4시에 최소로 하강한다. 그리고 오후 10시에 2차 최대, 오전 4시에 2차 최소가 나타난다.



[그림 7.21] 적도에서 나타나는 기압(hPa)의 평균 일변화

이와 같이 하루에 두 번 극값이 나타나는 진동은 낮 동안 고층대기에서는 오존에 의해 그리고 대류권에서는 수증기에 의해 태양 복사의 흡수로 인한 가열의 복잡한 반응으로 일어난다.

진동의 진폭은 열대지방에서 가장 큰데, 여기서는 3hPa만큼 큰 일변화가 나타날 수 있다. 기상학적 인자에 의한 열대지방의 기압 변동은 비교적 작다는 것을 특별히 명심해 둘 필요가 있다. 이 효과를 무시하기 위해 열대지방 중관 관측은 3시간 기압변화 경향보다 24시간 기압변화 경향을 보고한다.

온대지방에서는 이 진동을 탐지하기가 훨씬 더 어렵다. 진동 진폭은 1hPa 미만이어서 중관 발달에 의한 기압 변화가 일반적으로 우세하다. 그러나 중요한 날씨 기간에는 반일 기압 파동이 관측될 수 있다. 따라서 관측된 기압 변화에 부당한 의미를 부여할 필요는 없다.

연습문제

- 어떤 관측소의 동쪽, 북쪽, 서쪽, 남쪽으로 50km 떨어진 지점으로부터 각각 다음 바람 관측 자료를 받았다.: 90° , 10m/s; 120° , 4m/s; 90° , 8m/s; 60° , 4m/s. 이 관측소에서의 수평 발산을 계산하라.
- 위 1번 문제에서의 관측 자료 값이 지상으로부터 상공 1km 고도까지 일정하다고 가정하고, 상공 1km 고도에서의 연직 속도를 계산하라. 단 지상에서 연직속도는 0이다.
- 변압풍이 다음 형태로 표현됨을 보여라.

$$\vec{V}_{isall} = -\frac{1}{f^2} \nabla \chi$$

여기서 $\chi = \partial\Phi/\partial t$ 이고, Φ 는 지오포텐셜이다.

- 풍하쪽으로 지균풍속의 변화가 비지균풍을 생성시키는 원리를 설명하라.
- 풍하쪽으로 지균풍의 방향 변화가 비지균풍을 생성시키는 원리를 설명하라.
- 과동의 역행을 일으키는 위도 효과에 대하여 설명하라.

...the first of these is the fact that the ...

...the second of these is the fact that the ...

...the third of these is the fact that the ...

...the fourth of these is the fact that the ...

...the fifth of these is the fact that the ...

...the sixth of these is the fact that the ...

...the seventh of these is the fact that the ...

...the eighth of these is the fact that the ...

...the ninth of these is the fact that the ...

...the tenth of these is the fact that the ...

...the eleventh of these is the fact that the ...

...the twelfth of these is the fact that the ...

...the thirteenth of these is the fact that the ...

...the fourteenth of these is the fact that the ...

...the fifteenth of these is the fact that the ...

...the sixteenth of these is the fact that the ...

...the seventeenth of these is the fact that the ...

...the eighteenth of these is the fact that the ...

8장, 소용돌이도

- 8.1 서론
- 8.2 지구 소용돌이도
- 8.3 절대 소용돌이도와 상대 소용돌이도
- 8.4 자연 좌표계에서 소용돌이도 표현
- 8.5 직각 좌표계에서 소용돌이도 표현
- 8.6 지균 소용돌이도
- 8.7 소용돌이도 방정식
- 8.8 단순화된 소용돌이도 방정식의 적용

학습목표

- 지구와 대기의 소용돌이도를 정의한다.
- 자연좌표계와 직각좌표계에서 소용돌이도 표현을 이해한다.
- 소용돌이도 방정식을 유도하여 각 항의 의미를 파악한다.
- 발산과 소용돌이도를 비교 고찰한다.
- 일정 절대 소용돌이도 궤적으로 로스비파를 이해한다.
- 위치 소용돌이도 보존으로 풍하 저기압을 고찰한다.

8.1 서론

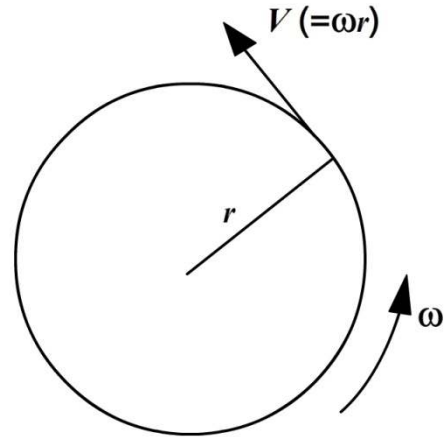
소용돌이도는 유체 회전의 한 척도이다. 이것은 단위면적당 순환과 같고 $\nabla \times \vec{V}$ 로 정의되는 운동의 벡터적 성질이다.

중관규모에서는 수평 운동이 우세하다. 그러므로 ζ 로 표시되는 연직축에 대한 소용돌이도가 가장 중요하다.

순환은 유체 영역의 경계를 따라 적분한 거리 요소와 속도의 곱, 즉 $\text{속력} \times \text{거리}$ 이다.

8.2 지구 소용돌이도

그림 8.1에서 보인 것처럼 각속도 ω 로 회전하는 반경 r 의 고체 원판을 고려하라.



[그림 8.1] 회전하는 원판

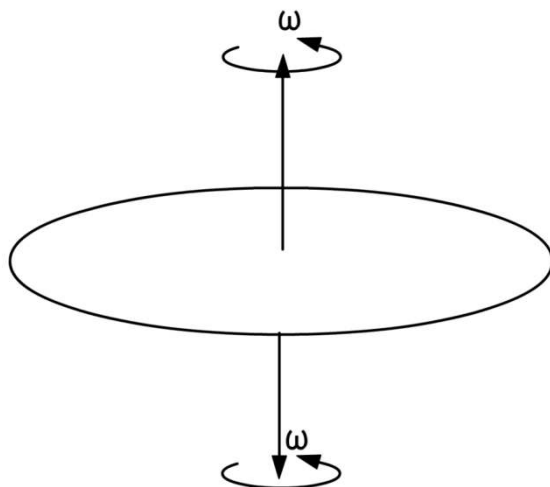
$$\text{순환} = 2\pi r V = 2\pi r(\omega r)$$

$$\text{면적} = \pi r^2$$

$$\text{회전축에 대한 소용돌이도} = \frac{\text{순환}}{\text{면적}}$$

$$= \frac{2\pi r \omega r}{\pi r^2} = 2\omega$$

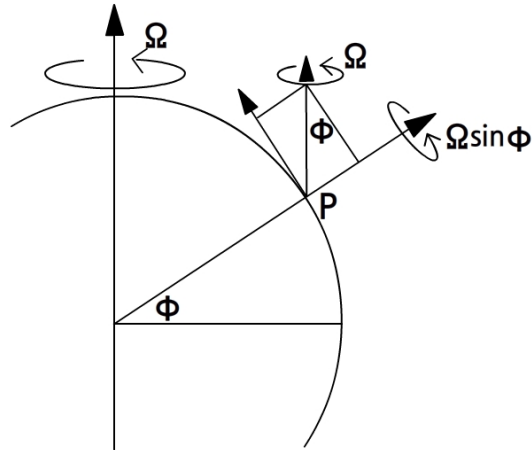
따라서 고체 원반의 경우, $\zeta = 2\omega$ 이고 소용돌이도는 원반의 평면에 직각인 두 축에 대한 각속도의 합으로 볼 수 있다(그림 8.2).



[그림 8.2] 회전 평면에 직각인 두 축에 대한 각속도

8.2 지구 소용돌이도

위도 ϕ 의 점 P에서 국지 연직선에 대한 지구 각속도의 성분은 $\Omega \sin\phi$ 이다 (그림 8.3). 따라서 점 P의 국지 연직선에 대한 지구 소용돌이도 성분 $= 2\Omega \sin\phi = f$ (코리올리 파라미터)이다.



[그림 8.3] 국지 연직선에 대한 지구 각속도의 성분

8.3 절대 소용돌이도와 상대 소용돌이도

공기가 정지해 있을 때에도 우주에서 관측하면 이 공기는 지구 소용돌이도 f 를 갖는다. 만일 공기가 기압 중심에서 회전한다면 이 공기는 지구 소용돌이도 뿐만 아니라 지구에 상대적인 소용돌이도를 갖게 될 것이다.

$$\zeta_a = \zeta + f$$

8.3.1 소용돌이도의 값, 단위 및 부호

50°N에서

$$\begin{aligned} f &= 2\Omega \sin 50^\circ = 2 \times \frac{2\pi}{24 \times 3600s} \times 0.766s^{-1} \\ &= 1.12 \times 10^{-4} s^{-1} \quad \text{또는} \quad 0.4 \text{ hr}^{-1} \end{aligned}$$

f 값은 적도의 0부터 북극의 $1.46 \times 10^{-4} s^{-1}$ 까지 변한다. 소용돌이도의 단위는 s^{-1} 임을 주목하고 각속도의 단위와 같음을 기억하라.

관례적으로 소용돌이도가 반시계 방향이면 양의 값을, 시계 방향이면 음의 값을 갖는다.

이와 같이 저기압성 소용돌이도는 북반구에서 양의 부호를, 남반구에서 음의 부호를 갖고, 반면 고기압성 소용돌이도는 북반구에서 음의 부호를, 남반구에서 양의 부호를 갖는다.

북반구에서 운동을 고려하면 지구 소용돌이도 f 는 양이다. 고기압성 운동의 지역에서 ζ 는 음이다. 그러므로 절대 소용돌이도는

$$\begin{aligned} \zeta_a &= \zeta + f \\ &= (\text{음의 수량}) + (\text{양의 수량}) \end{aligned}$$

이다.

원형 경로 주위의 고기압성 흐름에서는 주어진 기압 경도에 대해 최대 풍속 $rf/2$ 가 가능하다고 4장의 4.3.3절에서 보였다. 그러므로 최대 상대 소용돌이도는 다음과 같다.

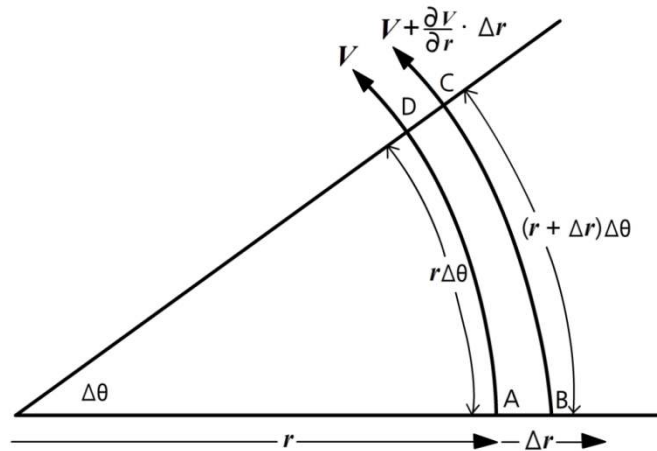
$$\frac{\frac{rf}{2} \times 2\pi r}{\pi r^2} = f$$

8.3 절대 소용돌이도와 상대 소용돌이도

따라서 원형 흐름에 대하여 $\zeta_a > 0$ 임을 알 수 있는데, 사실 ζ_a 가 북반구에서 음으로 관측되기는 아주 드물다.

남반구에서 위도 ϕ 는 음이다. 따라서 $\sin\phi$ 는 음이므로 f 도 음이다. 위와 비슷한 방법으로 남반구에서는 $\zeta_a < 0$ 임을 알 수 있다.

8.4 자연 좌표계에서 소용돌이도 표현



[그림 8.4] 회전하는 작은 유체 덩어리

두 개의 유선 AD와 BC 그리고 흐름에 직각인 두 개의 반경방향 선 AB와 DC는 작은 유체 덩어리 ABCD를 둘러싸고 있다.

순환 C는 다음과 같이 계산된다.

A에서 B쪽으로의 순환 = $0 \times \Delta r$

B에서 C쪽으로의 순환 = $(r + \Delta r)\Delta\theta(V + \frac{\partial V}{\partial r}\Delta r)$

C에서 D쪽으로의 순환 = $0 \times (-\Delta r)$

D에서 A쪽으로의 순환 = $(-r\Delta\theta) \times V$

A → B → C → D → A 의 순환:

$$C = V\Delta r\Delta\theta + r\frac{\partial V}{\partial r}\Delta r\Delta\theta + (\Delta r)^2\frac{\partial V}{\partial r}\Delta\theta$$

Δr 이 매우 작기 때문에 차수 $(\Delta r)^2$ 의 항을 무시하면, 면적(A)은 $\Delta r \times r\Delta\theta$ 로 표현할 수 있고 결국 소용돌이도는 다음과 같이 된다.

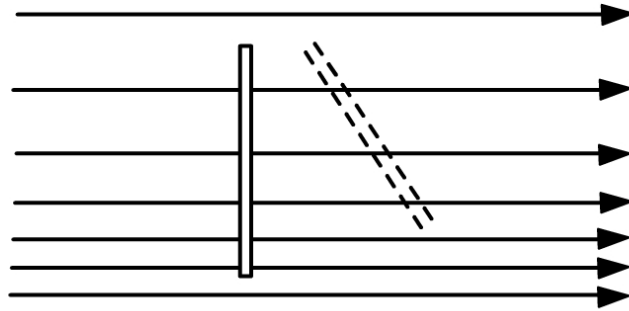
$$\begin{aligned} \zeta &= \frac{C}{A} = \frac{V}{r} + \frac{\partial V}{\partial r} \\ &= \frac{V}{r} + \frac{\Delta V}{\Delta r} \end{aligned}$$

여기서 V/r 는 흐름 형태의 곡률에 기인한 것이고 $\Delta V/\Delta r$ 는 흐름을 가로지르는 바람시어에 기인한 것이다. 이것을 자연좌표계에서 나타내면 다음과 같다. 좌표계에서 s 는 흐름을 따라 내려가는 방향을 뜻하고 n 은 흐름의 왼쪽 직각 방향을 의미한다(따라서 그림 8.4에서 $\Delta r = -\Delta n$ 이다). ΔV 와 Δr 을 모두 무한히 작게 하면 소용돌이도는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\zeta = \frac{V}{r} - \frac{\partial V}{\partial n} \tag{8.1}$$

8.4 자연 좌표계에서 소용돌이도 표현

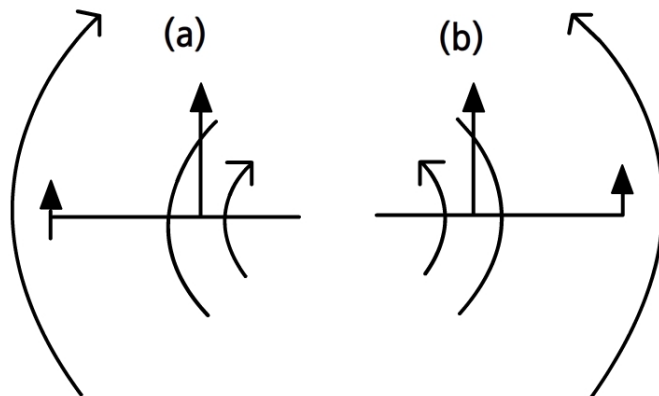
이때 r 은 흐름이 반시계 방향이면 양으로, 시계 방향이면 음으로 정의된다.



[그림 8.5] 제트의 찬 쪽 시어에 의한 양의 소용돌이도

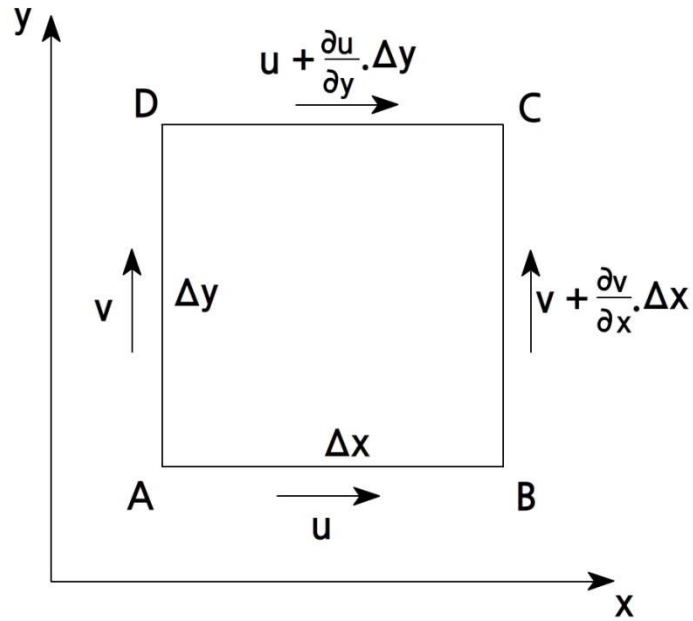
이 표현은 종관 일기도에서 중요한 소용돌이도 영역을 주관적으로 인식하는데 유용하다. 상층 일기도에서 곡률뿐만 아니라 뚜렷한 시어가 있는 지역을 찾아라. 예를 들면, 제트의 찬쪽을 나타내는 그림 8.5에서 흐름은 직선적이거나 시어항에 의해 강한 양의 소용돌이도가 존재한다. 우리는 물 속에서 이와 같은 흐름 형태에 직각으로 놓인 막대기를 상상함으로써 이 상황을 그릴 수 있다. 이 막대기는 반시계 방향으로 (즉, 북반구에서 저기압성 회전 방향으로) 회전할 것이다. 어떤 경우에는 시어항과 곡률항이 서로 반대로 행동할 것이다(그림 8.6).

또한 곡률항이 V 에 비례함을 주목하라. 일기도에서 등고선이 가리키듯이 매우 큰 곡률이 있을 수 있다. 그러나 바람이 약하다면 곡률항은 작을 것이다.



[그림 8.6] 시어와 곡률의 반대 기어. (a) 양의 시어와 음의 곡률, (b) 음의 시어와 양의 곡률

8.5 직각 좌표계에서 소용돌이도 표현



[그림 8.7] 소용돌이가 변하는 곳에서의 작은 유체덩이

그림 8.7은 가로와 세로의 길이가 각각 Δx 와 Δy 인 직사각형의 작은 유체덩이를 나타내고 있다. AB를 따르는 흐름의 x 성분 속도는 u 이고, DC를 따르는 x 성분 속도는 $u + (\partial u / \partial y) \Delta y$ 이다. AD와 BC를 따르는 흐름의 y 성분 속도도 이와 비슷하게 표현할 수 있다.

소용돌이도가 순환을 면적으로 나눈 것이고 순환이 거리와 속도를 곱한 것임을 기억하면, ABCDA 방향으로 계산한 순환은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$u \Delta x + \left(v + \frac{\partial v}{\partial x} \Delta x \right) \Delta y - \left(u + \frac{\partial u}{\partial y} \Delta y \right) \Delta x - v \Delta y$$

위 각 항을 $\Delta x \Delta y$ 로 나누면 다음과 같이 소용돌이도를 얻게 된다.

$$\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (8.2)$$

이 표현을 이용하여 관측지점망에 걸친 바람 성분으로부터 소용돌이도를 계산할 수 있다.

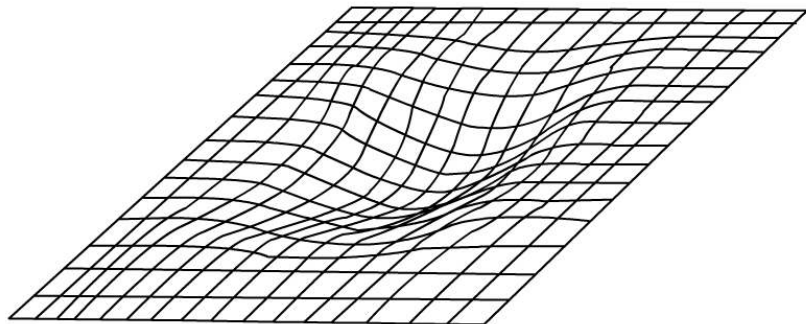
8.6 지귤 소용돌이도

지귤 소용돌이도 ζ_g 는 지귤풍의 소용돌이도로서 이것은 실제 소용돌이도의 근사값이다. 이 지귤 소용돌이도는 상층 등고선 일기도로부터 다음과 같이 계산될 수 있다.

$$\begin{aligned} u_g &= -\frac{g}{f} \frac{\partial h}{\partial y}, \quad v_g = \frac{g}{f} \frac{\partial h}{\partial x} \\ \zeta_g &= \frac{\partial v_g}{\partial x} - \frac{\partial u_g}{\partial y} \\ &= \frac{g}{f} \left[\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right] \\ &= \frac{g}{f} \nabla^2 h \end{aligned} \quad (8.3)$$

이와 같이 발산과는 달리 소용돌이도는 지귤 성분을 이용하여 계산할 수 있는 수평 바람장의 성질이다.

방정식 (8.3)은 고도장의 곡률의 표현으로 보아도 좋다. 고도의 2차 도함수는 등압면의 경사 방향으로 등압면의 경사 변화율 즉 곡률을 나타내기 때문이다. 어떤 함수가 최소값일 때, 그 1차 도함수는 0이고 2차 도함수는 양이다. 이와 같이 고도장이 지역적으로 최소값을 가질 때 즉, 저기압인 곳에서는 f 가 양이라면 소용돌이도가 양이다(그림 8.8 참고).

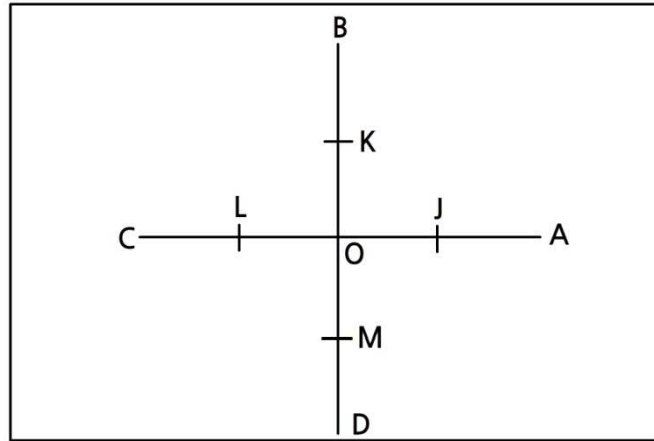


[그림 8.8] 저기압에서 등압면의 곡률. 중심에서 고도 h 는 최소값이 된다. 그러므로 $\nabla^2 h$ 는 양이고 따라서 소용돌이도가 양이다.

8.6 지균 소용돌이도

8.6.1 지균 소용돌이도 계산

만일 h 의 값이 알려져 있다면, 컴퓨터 모델의 규칙적인 사각 격자점에서 또는 보통의 상층 일기도에 나타난 등고선으로부터, 방정식 (8.3)에 대하여 유한차 근사를 적용함으로써 지균 소용돌이도를 구하는 것은 간단하다. 손으로 계산하려면 그림 8.9에서 보인 것처럼 투명한 플라스틱 위에 그려진 눈금이 사용된다. ‘소용돌이도 십자판’ 위의 점들 A, B, C, D, O 에 대한 등고선 일기도로부터 등고선 h 의 값을 읽어서 각각 h_A, h_B, h_C, h_D, h_O 를 얻는다.



[그림 8.9] 소용돌이도 십자판

만일 OA, OB, OC, OD의 길이가 모두 $2a$ 이고 J, K, L, M이 중간점들이라면, 지균 소용돌이도는 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} \zeta_g &= \frac{g}{f} \left[\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right] \\ &= \frac{g}{f} \left[\frac{\left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)_J - \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)_L}{2a} + \frac{\left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)_K - \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)_M}{2a} \right] \\ &= \frac{g}{2fa} \left[\left(\frac{h_A - h_O}{2a} \right) - \left(\frac{h_O - h_C}{2a} \right) + \left(\frac{h_B - h_O}{2a} \right) - \left(\frac{h_O - h_D}{2a} \right) \right] \end{aligned}$$

위 식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\zeta_g = \frac{g}{4fa^2} [(h_A - h_O) + (h_B - h_O) + (h_C - h_O) + (h_D - h_O)]$$

또는

$$\zeta_g = \frac{g}{fa^2} [\bar{h} - h_O] \quad \text{여기서} \quad \bar{h} = \frac{h_A + h_B + h_C + h_D}{4}$$

8.6 지균 소용돌이도

등고선 일기도로부터 지균 소용돌이도를 계산함에 있어서 절대값보다는 상대값에 더 관심을 가질 필요가 있다. 그러므로 $2a$ 의 값은 어떠한 편리한 값을 사용해도 되는데, 보통 300km 정도의 크기를 사용한다.

8.7 소용돌이도 방정식

이 식이 단순화된 소용돌이도 방정식으로 알려져 있다.

단순화된 소용돌이도 방정식을 유도하는 보다 간단하고 더욱 근사된 방법이 있는데, 다음과 같은 질량 연속에 대한 표현으로부터 출발한다.

$$\frac{d(\Delta x \Delta y \Delta p)}{dt} = 0$$

$\Delta x \Delta y$ 를 공기덩이의 단면적 A 로 치환하면 다음과 같다.

$$\frac{d(A \Delta p)}{dt} = 0$$

그러므로 이 식은 다음과 같이 전개할 수 있다.

$$\Delta p \frac{dA}{dt} + A \frac{d\Delta p}{dt} = 0$$

$d\Delta p/dt$ 를 $\Delta\omega$ 로 치환하고 $A\Delta p$ 로 각 항을 나누면 다음과 같이 된다.

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = - \frac{\Delta\omega}{\Delta p}$$

이제 각운동량을 고려하자. 각운동량은 $MrV = M\omega r^2$ 으로 표현된다(M 은 질량임). 공기덩이를 고체로 취급하는 근사를 취하면

$$\zeta_a = 2\omega_a$$

인데, 여기서 ω_a 는 절대 각속도이다.

A 가 r^2 에 비례하므로 $\zeta_a A$ 는 ωr^2 에 비례한다.

마찰이 없을 때 고체의 각운동량은 보존되고, 따라서 $\zeta_a A$ 가 일정하다. 즉,

$$\frac{dA\zeta_a}{dt} = 0 \tag{8.5}$$

이다, 그러므로

$$A \frac{d\zeta_a}{dt} + \zeta_a \frac{dA}{dt} = 0$$

이고, 결국 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{d\zeta_a}{dt} = -\zeta_a \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = -\zeta_a \text{Div}_{\text{H}} V$$

8.7 소용돌이도 방정식

단순화된 소용돌이도 방정식을 실제로 적용시키기 전에 이 단순화된 소용돌이도 방정식이 무엇을 의미하는지 생각해 보자. 방정식 (8.4)를 다음과 같이 다시 쓴다.

$$\frac{1}{\zeta_a} \frac{d\zeta_a}{dt} = \text{수렴}$$

수렴(즉 음의 발산)은 절대 소용돌이도의 분수 증가율 즉, 절대 소용돌이도의 현재 값으로 나눈 증가율과 같음을 볼 수 있다.

예를 들면, 만일 수렴이 $10^{-3} s^{-1}$ 이었다면, 절대 소용돌이도의 변화율은 소용돌이도가 매초당 그 값의 1/1000씩 증가했음을 의미한다. 보다 큰 시간 간격을 취하면, 이것은 절대 소용돌이도가 10^3 초마다 두 배가 될 것임을 제시하고 있다. 사실 분수율이 같게 유지된다 하여도 소용돌이도가 커질수록 증가율도 커지듯이 그 과정이 가속되기 때문에 10^3 초 이후의 증가는 이보다 더 커진다.

단순화된 소용돌이도 방정식은 각운동량 보존에 대한 설명과 유사하다. 이 각운동량 보존은 아이스 스케이팅 선수가 팔을 끌어 모음으로써 회전을 증가시키는 원리로 설명될 수 있다. 이와 유사한 설명으로 공기의 수렴은 절대 소용돌이도를 보다 작은 영역으로 집중시키는 것을 볼 수 있다. 즉, 수렴은 저기압성 회전을 증가시키고 동시에 공기를 연직으로 늘린다. 이 과정은 때때로 ‘선회 증가’라 부른다. 똑같이 공기를 연직 방향으로 늘려서 소용돌이도를 감소시키면 발산이 동반된다.

8.8 단순화된 소용돌이도 방정식의 적용

단순화된 소용돌이도 방정식은 측정하기 어려운 발산과 측정할 수 있는 소용돌이도 사이에 간단하고 유용한 연결을 설명해 준다. 수치예보 모델이 나오기 전에는 이 방정식이 현업 예보 기술의 기본이었다. 초기 수치예보에는 주요 예측변수로서 소용돌이도를 사용하였는데, 그 이유는 자료 균형에 대한 문제를 피할 수 있었고 계산 시간을 많이 절약할 수 있었기 때문이다.

약 1960년부터 수치 모델은 유도된 소용돌이도 성질을 취급하기보다 대기 운동을 기술하는 ‘원시’방정식을 사용하는 쪽으로 갔는데, 이는 이 모델이 대기를 보다 실제적으로 표현할 수 있기 때문이었다. 그러나 소용돌이도는 다른 대기 과정과 현상을 이해하게 하는 개념으로서 아직도 중요하다. 소용돌이도가 사용될 수 있는 몇 가지 방법이 이제 기술될 것이다.

8.8.1 수렴과 소용돌이도

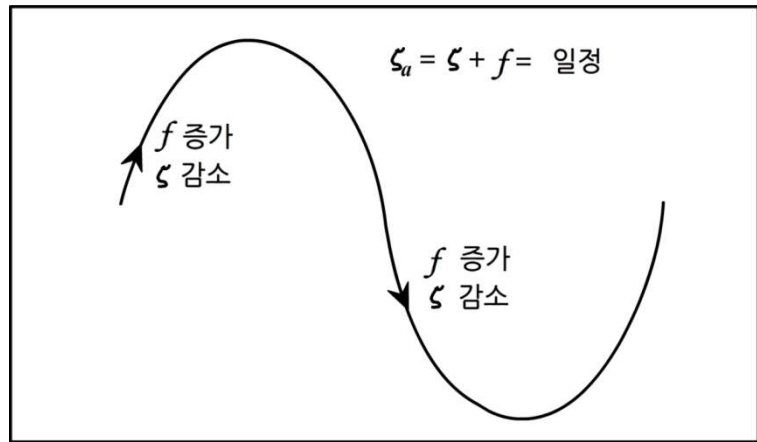
단순화된 소용돌이도 방정식을 조사해 보면 수렴이 절대 소용돌이도를 증가시킨다는 것을 알 수 있다. 이것이 토네이도의 초기 선회 증가에 대한 이유 중 하나일 수 있다. 토네이도 초기에 공기가 수렴하면 강한 상승기류를 만든다. 초기에 상대 소용돌이도가 없었던 곳에서도 지구 소용돌이가 집중되면 어느 정도의 상대 소용돌이도는 생길 수 있다. 지상 전선 영역은 공기가 수렴하여 상승하는 지역이다. 수렴은 소용돌이도가 증가하도록 행동하고, 결과적으로 생긴 큰 소용돌이도는 지상 흐름에서 골에 의해, 혹은 경우에 따라서 수평 시어의 소용돌이도 지역에 의해 설명된다.

8.8.2 로스비파 : 일정 절대 소용돌이도 궤적

연직 속도가 없는 대기에서 순수하게 수평적인 직선 운동을 고려하라. 앞에서 보였듯이 이것은 수평 발산이 0인 것을 암시한다. 그러므로 단순화된 소용돌이도 방정식에 따르면 공기덩이의 운동을 따른 절대 소용돌이도는 일정한 상태로 남아 있어야 한다.

만일 공기덩이가 북쪽으로 이동한다면 f 는 위도가 증가함에 따라 증가할 것이다. 이 경우, 절대 소용돌이도 ζ_a 가 일정하게 유지되어야 한다는 조건을 만족시키기 위하여 상대 소용돌이도 ζ 는 감소해야 한다. 따라서 고기압성 곡률이 생길 것이고 결국 공기덩이는 남쪽으로 향하게 될 것이다.

8.8 단순화된 소용돌이도 방정식의 적용



[그림 8.10] 절대 소용돌이도 보존으로 형성되는 로스비파

공기덩이가 남쪽으로 더 진행함에 따라 f 의 감소는 ζ 의 증가로 만회되어야 한다. 결국 저기압성 소용돌이도가 생길 것이고 공기덩이를 다시 북쪽으로 향하게 할 것이며 이 과정이 반복될 것이다.

이와 같은 효과는 로스비파로 알려진, 흐름에서 꾸준한 일련의 파동을 일으킨다. 흐름이 비발산적이라는 가정은 아마도 비발산 고도인 약 500hPa 또는 600hPa 고도에서 흐름을 고려할 때 가장 적절할 것이다. 그러나 발산과 수렴이 반대로 작용하는 곳에서 대기의 두께를 크게 하여 흐름을 평균할 때 이 가정은 폭넓게 적용될 수 있다. 계산 결과는 약 15 ms^{-1} 의 흐름이 정체 파동 열을 일으킨다고 보이고 있다. 만일 흐름이 이 속도보다 훨씬 더 크면, 파동은 서쪽으로 이동하고, 흐름이 훨씬 더 작으면 파동은 동쪽으로 이동한다. 로스비파는 큰 진폭을 갖고 천천히 이동하는 파동으로서 상층 일기도에서 분명하다.

8.8.3 풍하저기압 : 위치 소용돌이도 보존

방정식 (8.5)는 $A\zeta_a$ 가 일정함을 보이고 있는데, 여기서 A 는 공기덩이의 단면적이다. 질량 연속은 $A\Delta p$ 가 일정함을 의미하고 있다. 그러므로 A 가 Δp 에 반비례하고 위치 소용돌이도로 알려진 $\zeta_a/\Delta p$ 가 일정함을 의미한다.

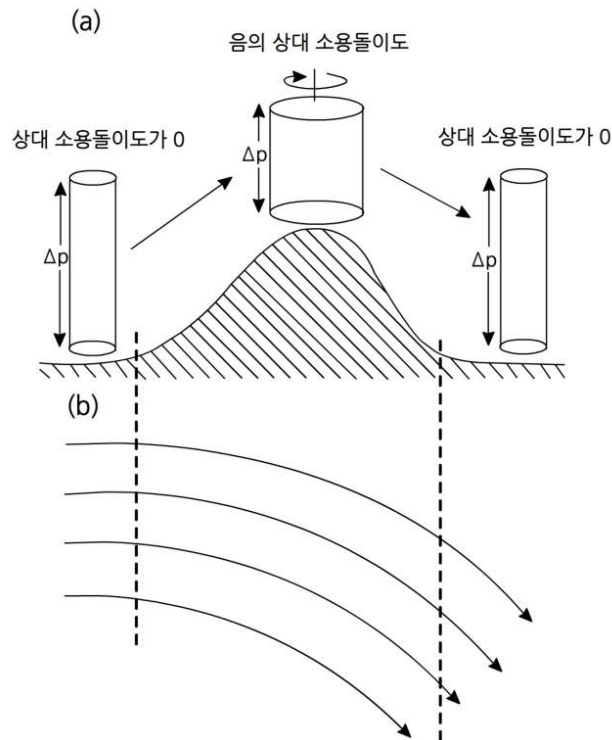
그림 8.11a는 직선 흐름으로 산맥을 횡단하여 서쪽에서 동쪽으로 넘어가는 공기덩이를 보이고 있다. 산맥을 횡단하면서 공기덩이는 연직으로 눌러진다. 지면 근처의 공기는 지면이 높아짐에 따라 강제 상승하지만 보다 높은 고도에 있는 공기는 수평으로 이동하려 한다. 이 현상이 심할수록 공기는 더욱 안정해진다. 이에 따라 Δp 는 감소하고 위치 소용돌이도 보존으로

8.8 단순화된 소용돌이도 방정식의 적용

ζ_a 또한 감소한다. 동서 방향 흐름에서는 f 가 일정하므로, ζ 가 감소해야 하는데, 이는 결국 고기압성 흐름을 일으킨다. 풍하 쪽 경사를 따라 하강할 때는 Δp 그리고 결과적으로 ζ 는 증가하여 공기는 원래의 상대 소용돌이도 즉, 이 경우에는 0으로 돌아온다.

그림 8.11b는 결과적으로 나타나는 유선 또는 등압선 형태의 평면도를 보이고 있다. 기압이 풍상측보다 풍하측에서 더 낮다는 것이 주목될 것이다. 기압장은 산의 영향을 넘어서서 교란되지 않은 상태로 되돌아가려 한다. 따라서 풍하 골이 형성되거나 심지어 풍하 저기압이 형성된다. 만일 흐름이 북쪽으로부터 남쪽으로 향한다면, 위도에 따른 f 의 감소에 의해 ζ 가 증가함으로써 골은 더 깊어진다. 산의 양쪽 경사면 사이에 기압차는 풍상측에 공기가 쌓이는 관성 효과 즉 기압 증가에 의해 더욱 현저해진다.

위에서 기술한 과정은 8.7절에서 논의한 것과 유사한 방법으로 생각할 수 있다. 공기가 산을 따라 상승하면서 연직으로 눌림으로써 공기는 발산하도록 강요를 받는다. 단순화된 소용돌이도 방정식에 따르면 이 발산이 소용돌이도의 감소를 일으킨다. 유사하게 산의 풍하측에는 공기가 소용돌이도의 증가와 함께 수렴하도록 강요 받는다.



[그림 8.11] (a) 안정한 상태에서 언덕을 넘어 지나가는 공기덩이가 연직으로 눌림으로써 생기는 고기압성 상대 소용돌이도. (b) 결과적으로 나타나는 유선 또는 등압선

8.8 단순화된 소용돌이도 방정식의 적용

8.8.4 소용돌이도 이류

단순화된 소용돌이도 방정식을 이용하여 소용돌이도를 고려함으로써 발산이나 수렴의 존재를 추론하기 위하여 방정식 (8.4)의 왼편 항 즉, 공기덩이의 운동을 따른 절대 소용돌이도의 변화율 또는 라그랑지 변화율을 계산해야 한다. 실제로 우리가 다루는 종관 일기도는 공기덩이의 궤적을 보여 주지 않고 흐름 형태의 순간적인 그림을 보여 주기 때문에 라그랑지 변화율을 구하는 것은 쉽지 않다. 방정식 (8.4)의 왼편 항을 전개하면 다음과 같다.

$$\frac{d\zeta_a}{dt} = \frac{\partial\zeta_a}{\partial t} + V \frac{\partial\zeta_a}{\partial s} + w \frac{\partial\zeta_a}{\partial z}$$

(a) (b) (c)

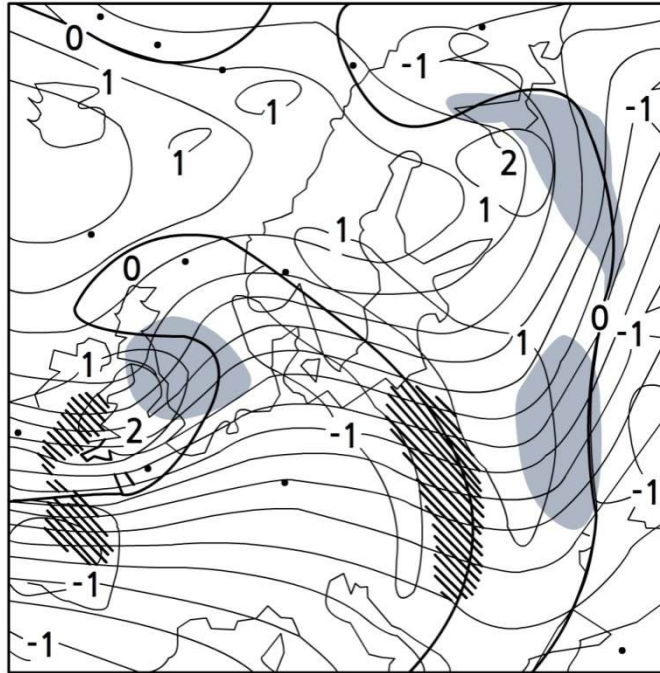
여기서 V 는 수평 풍속이다. 상부 대류권에서 공기는 일반적으로 골과 같은 요란의 진행 속도보다 훨씬 더 빠른 속도로 요란을 지나면서 흐른다. 그러므로 소용돌이도의 국지 변화율인 (a)항은 요란의 이동 속도에 의해 지배를 받는데, 이 항은 소용돌이도 수평 이류를 나타내는 (b)항보다 더 작다 (나중에 온도 이류 영역에서는 (a)항이 중요해짐을 보일 것이다). 소용돌이도 연직 이류항인 (c)항도 작아서 다음과 같은 유효하고 유용한 근사식을 얻을 수 있다.

$$\frac{d\zeta_a}{dt} \approx V \frac{d\zeta_a}{ds}$$

이와 같이 V 가 크고 소용돌이도가 V 의 방향으로 빨리 감소할 때 300hPa 또는 200hPa 일기도에서 (b)항은 크고 음이다. 단순화된 소용돌이도 방정식에 의하면 이 경우에 수평 발산이 커야 한다. 대기에 대한 다인스의 2층 모델은 상층의 수평 발산이 하층에 수렴을 일으키고 공기를 상승시키며 기압을 하강시킬 것임을 제안하고 있다.

그림 8.12는 상층 등고선도를 보여 주고 있는데, 이 그림에는 컴퓨터가 그린 상대 소용돌이도 등치선이 겹쳐져 있다. 또한 컴퓨터가 그린 강한 소용돌이도 이류 영역이 표시되어 있다. 소용돌이도 이류도 온도 이류와 같은 원리를 따른다. 소용돌이도의 경도가 어디에서 큰지 그리고 어디에서 강한 속도 성분이 있는지를 생각한다.

8.8 단순화된 소용돌이도 방정식의 적용



[그림 8.12] 300hPa 지오펜셀과 상대 소용돌이도 등치선의 예. 양의 소용돌이도 이류 영역은 음영으로 표시되어 있고 음의 소용돌이도 이류 영역은 빗금으로 표시되어 있다. 소용돌이도 등치선 단위는 $10^{-5} s^{-1}$ 이다.

그러므로 깊은 상층 기압골 앞에서 강한 바람과 소용돌이도의 급격한 변화가 있다면 양의 소용돌이도 이류(PVA, Positive Vorticity Advection) 영역이 존재한다. 이 양의 영역은 상부 대류권에서 진공청소기처럼 행동하여 공기를 빨아올리고 상승 운동을 일으켜 지상 기압이 하강하는 메커니즘을 제공한다. 똑같이 골 축의 뒤에서 음의 소용돌이도 이류 영역이 존재하게 되는데, 이것이 상층 수렴을 일으키고 하강 운동과 지상의 기압 상승을 유발한다.

소용돌이도 이류를 고려하는 대안으로서 골과 같은 특별한 곳을 지나는 공기덩이의 운동을 따라가는 것이 아마도 보다 자연스러울 것이다. 공기가 골 축을 접근하면서 공기의 소용돌이도는 증가해야 한다. 그래서 빨라진 회전은 수렴과 연직 신장에 의해 이루어지며 상승 운동이 생긴다. 공기가 골 축을 지나 멀어지면서 공기의 소용돌이도는 감소해야 한다. 이 느려진 회전은 발산과 연직 수축에 의해 이루어지며 하강 운동이 생긴다. 곡률뿐만 아니라 시어에 의한 소용돌이도를 고려함으로써 분류적 그리고 합류적 골 및 능과 연관된 주 발달영역과 부 발달영역을 또한 추론할 수 있다.

8.8 단순화된 소용돌이도 방정식의 적용

마지막으로 소용돌이도 이류에 대한 생각은 비지균 운동에 대한 생각의 대안이라는 것을 인식하는 것이 중요하다. 이 두 가지는 서로 강화시키지도 않고 반대로 작용하지도 않는다.

제트 입구와 출구에서 또는 골과 능 주위에서 비지균 운동을 생각하는 것은 단지 상층 발산 영역과 수렴 영역이 어디에서 발생할 것 같은지를 추론하는 또 다른 방법이다. 사실, 소용돌이도 이류를 고려함으로써 추론된 발산은 속도의 풍하측 변화에 의한 비지균 운동의 발산이다.

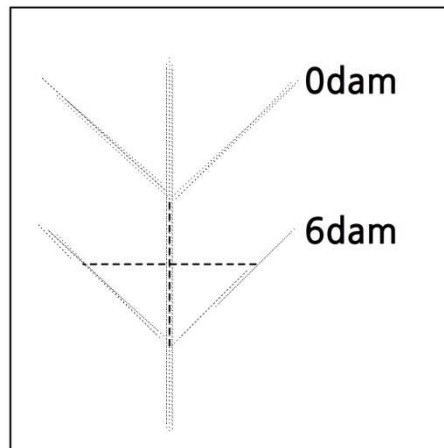
등기압변화 효과를 설명하기 위하여는 온도 이류 형태에 의한 소용돌이도의 국지적 변화율을 고려해야 한다.

요약

1. 소용돌이도는 단위 면적당 순환이다. 공기덩이의 절대 소용돌이도는 두 성분 즉, 지구에 상대적인 소용돌이도와 지구의 소용돌이도로 구성되어 있다.
2. 소용돌이도는 두 성분 즉, 곡률에 의한 것과 시어에 의한 것을 고려함으로써 주관적으로 가장 잘 결정된다.
3. 소용돌이도는 바람의 지균편 성분으로부터 근사적으로 결정될 수 있고 고도장의 곡률 향으로 표현될 수 있다.
4. 소용돌이도 발생은 마찰과 기울기 효과를 무시하여 단순화시킨 소용돌이도 방정식으로부터 볼 수 있듯이 바람장의 수평 발산에 연결되어 있다.
5. 절대 소용돌이도 보존과 위치 소용돌이도 보존에 대한 개념은 각각 행성 규모 로스비파의 설명과 산의 풍하 지역의 저기압 발생에 대한 설명을 가능하게 한다.
6. 상부 대류권에서 절대 소용돌이도의 총 시간변화율은 이류 변화율로 근사될 수 있다. 이류 변화율이 큰 영역(양의 소용돌이도 이류 영역과 음의 소용돌이도 이류 영역)에서는 큰 값의 발산 또는 수렴이 지상 발달 영역을 일으킨다.

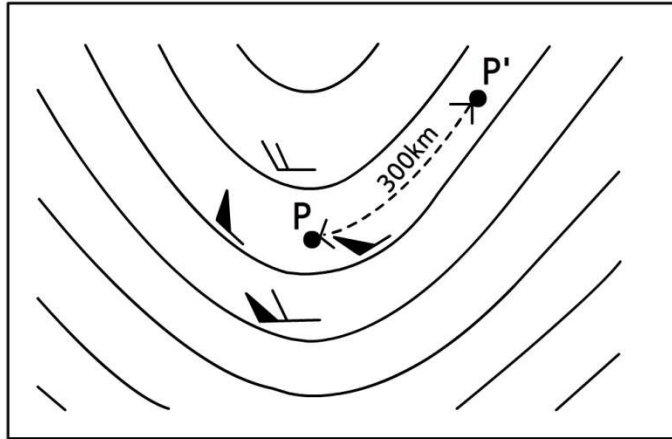
연습문제

1. 점 A, B, C, D가 각각 점 O의 북쪽, 동쪽, 남쪽, 서쪽으로 500km씩 떨어져 있다. 각 점에서 바람의 (u, v) 성분은 ms^{-1} 의 단위로 A(10,10), B(10,10), C(5,0), D(10,0)이다. 점 O에서 소용돌이도의 연직 성분을 계산하라.
2. 아래 그림은 지표면 근처의 전선 영역을 나타낸다. 여기서 등치선은 해면으로부터 1000hPa 면의 고도이다. 쇄선은 겹쳐진 소용돌이도 십자이고, 십자선의 각 끝은 중심으로부터 100km 거리에 놓여 있다. 중심은 3dam의 1000hPa 고도에 위치한다. $f = 10^{-4}s^{-1}$ 으로 잡고 십자의 중심에서 지균 상대 소용돌이도를 계산하라. 전선에 접근하는 공기는 5시간에 0의 상대 소용돌이도로부터 이 값의 소용돌이도까지 증가한다. f 의 변화를 무시할 만하다고 가정하여 이 기간에 대한 평균 수렴을 계산하라.



연습문제

3. 공기가 30°N 의 비발산 고도에서 골 주위를 흐르고 있다. 그 곡률 반경은 300 km 이고 속도는 10 ms^{-1} 이다. 공기가 북쪽으로 이동하는데, 60°N 에서 속도는 그대로 10 ms^{-1} 이다. 그 동안의 시어를 무시하고 곡률 유형과 곡률 반경을 계산하라.



위에 상층 골 주위에서 관측한 바람을 기입하였다. 각 관측 지점은 점 P로부터 북쪽, 동쪽, 남쪽, 서쪽으로 100 km 씩 떨어져 있다. 북쪽과 남쪽에 있는 관측지점에서는 서풍이 불고 있는 반면, 동쪽과 서쪽에 위치한 관측지점에서는 각각 남서풍과 북서풍이 불고 있다. 점 P에서 상대 소용돌이도를 계산하라.

소용돌이도는 점 P의 풍하 쪽으로 감소하여 등고선을 따라 측정한 거리 $3,000\text{ km}$ 지점인 점 P'에서 0이 된다. 이 거리에 걸쳐 평균한 풍속은 60 ms^{-1} 이다. 이 거리를 따라서 소용돌이도 이류의 크기를 계산하라. 그리고 점 P와 점 P' 사이의 평균 발산을 계산하라. $f = 10^{-4}\text{ s}^{-1}$ 을 이용하라.

4. 어떤 공기기둥 전체가 발산 형태의 흐름을 갖게 되면 이 공기 기둥의 절대 소용돌이도가 시간에 따라 지수적으로 감소하게 됨을 보여라.
5. 30°N 에 있는 공기 덩이가 절대 소용돌이도를 보존시키면서 북쪽으로 이동한다. 이 공기 덩이의 초기 상대 소용돌이도가 $5 \times 10^{-5}\text{ s}^{-1}$ 이라면, 이 공기 덩이가 90°N 에 도착했을 때 상대 소용돌이도가 얼마로 되는지 계산하라.

The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions. It emphasizes that every receipt, invoice, and bill should be properly filed and dated. This not only helps in tracking expenses but also provides a clear audit trail for tax purposes. The second section covers the various methods used to collect and analyze financial data, including the use of spreadsheets and specialized software. It highlights the need for regular updates and the importance of data security. The third part of the document focuses on budgeting and financial forecasting, providing a detailed breakdown of expected revenues and expenses. It includes a table showing projected quarterly performance over a five-year period. The final section discusses the role of management in overseeing financial operations and ensuring that the organization remains on track with its financial goals.

9장. 기온 변화

9.1 기온의 시간 변화율

9.2 층두께 변화 방정식



학습목표

- 기온의 시간 변화율을 고찰한다.
- 기온 변화에서 수평 이류의 역할을 이해한다.
- 기온 변화에서 연직 운동의 역할을 이해한다.
- 기온 변화에서 비단열 효과를 이해한다.
- 층두께 변화에 대한 방정식을 고찰한다.
- 기온 변화와 비지균 운동 사이의 관계를 파악한다.
- 기온 변화와 소용돌이도 이류 사이의 관계를 파악한다.

9.1 기온의 시간 변화율

열역학 제1법칙을 적용하고 $dq=0$ 으로 놓으면 단열 기온 변화를 알 수 있다. 기온 변화율을 보다 완전하게 기술하기 위한 첫 단계로 열역학 제1법칙을 다음 방정식으로 표현한다.

$$dq = C_p dT - RT \frac{dp}{p}$$

위 식을 시간에 대하여 미분하고 $p = \rho RT$ 임을 주목하면

$$\begin{aligned} C_p \frac{dT}{dt} &= \frac{dq}{dt} + \frac{RT}{\rho RT} \frac{dp}{dt} \\ \therefore \frac{dT}{dt} &= \frac{1}{C_p} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C_p \rho} \frac{dp}{dt} \end{aligned}$$

을 얻을 수 있다. ω 로 dp/dt 를 치환하면 위 식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{C_p} \frac{dq}{dt} + \frac{\omega}{C_p \rho} \quad (9.1)$$

방정식 (9.1)은 공기덩이의 운동을 따른 기온 변화율을 두 항에 관련시키고 있다. 첫 번째 항은 계로의 열의 수송 또는 계로부터의 열의 수송(dq)을 포함하는 비단열 항이고, 두 번째 항은 연직 속도를 포함하는 단열 항이다. 만일 ω 가 음이면 즉, 상승 운동이 발생하면, 이것은 공기의 팽창으로 단열 냉각에 의해 온도를 감소시킨다. 반면 ω 가 양이면 즉, 하강 운동이 발생하면 이것은 공기의 압축으로 단열 승온에 의해 온도를 증가시킨다.

이 결과를 잠시 떠나 열역학 제1법칙으로부터 유도한 건조단열감율을 고려한다. 이 건조단열감율은 다음과 같이 표현된다.

$$\Gamma_d = - \frac{dT}{dz} = \frac{g}{C_p}$$

연직 좌표로 고도 대신 압력을 사용하여 즉, $-\partial T/\partial z$ 대신 $\partial T/\partial p$ 를 사용하여 이 감율을 표현하면 다음과 같이 됨을 주목하라.

$$\frac{dT}{dp} = \frac{dT}{dz} \frac{dz}{dp}$$

압력 좌표계에서 기온 감율은 위 Γ_d 를 대입하면 다음과 같이 표현된다.

$$- \frac{g}{C_p} \frac{dz}{dp}$$

9.1 기온의 시간 변화율

정역학 관계식을 사용하면 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}\Gamma_d &= \frac{dT}{dp} = -\frac{g}{C_p} \times \left(-\frac{1}{g\rho}\right) \\ &= \frac{1}{C_p\rho}\end{aligned}$$

이 결과를 사용하면 방정식 (9.1)은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{C_p} \frac{dq}{dt} + \omega\Gamma_d \quad (9.2)$$

이와 같이 단열 항은 건조단열감율로 다시 표현된다. 따라서 상승 또는 하강에 대한 반응의 크기는 건조단열감율에 의해 부분적으로 결정된다.

우리가 다루는 좌표계는 공기덩이와 함께 이리저리 이동하지 않고 지표면에 대해 고정되어 있기 때문에 라그랑지 시간 변화율을 오일러 이류 변화율로 다음과 같이 전개할 것이다.

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + \omega \frac{\partial T}{\partial p} = \frac{1}{C_p} \frac{dq}{dt} + \omega\Gamma_d$$

위 식을 재정리하면 다음 식과 같이 된다.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y}\right) + \omega\left(\Gamma_d - \frac{\partial T}{\partial p}\right) + \frac{1}{C_p} \frac{dq}{dt} \quad (9.3)$$

이제 위 식의 각 항이 어떤 역할을 하는지 물리적 설명을 주기 위해 각 항을 하나하나 해석할 것이다.

9.1.1 수평 이류 항

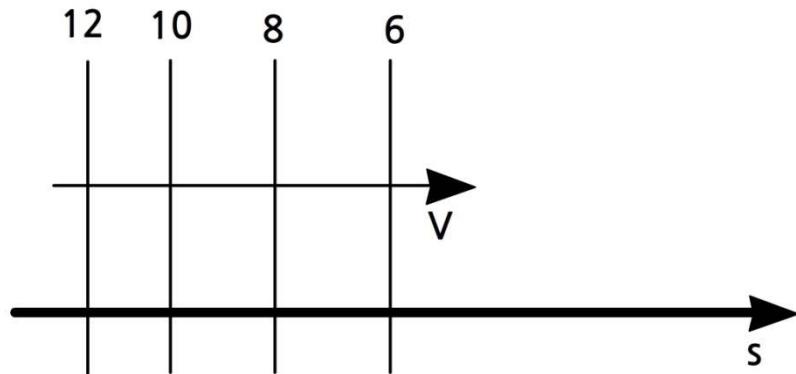
$$-\left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y}\right)$$

위의 항은 다음과 같이 단순화될 수 있다.

$$-V \frac{\partial T}{\partial s} \quad \text{또는} \quad -V \cdot \nabla T$$

그리고 이 항은 다른 온도를 가진 공기의 이류에 의한 국지적 온도 변화를 나타낸다. 수평 온도 경도가 크면 클수록 온도 변화는 커지고 또한 속도가 크면 클수록 온도 변화가 커진다.

9.1 기온의 시간 변화를



[그림 9.1] 수평 바람에 의한 등온선의 이류(온도 단위는 중요하지 않음)

그림 9.1은 온난 이류 상황 즉, 온도가 이류에 의해 올라가고 있는 상황을 보이고 있다. v 가 양이고, 또한 정의에 의해 s 가 기온이 감소하는 방향으로 양이므로, $\partial T/\partial s$ 가 음이기 때문에 이 경우는 온난 이류에 해당한다.

- $V\partial T/\partial s$ 에 나타나 있는 음의 부호는 국지적 온도 변화에 양의 기여를 한다는 뜻이다.

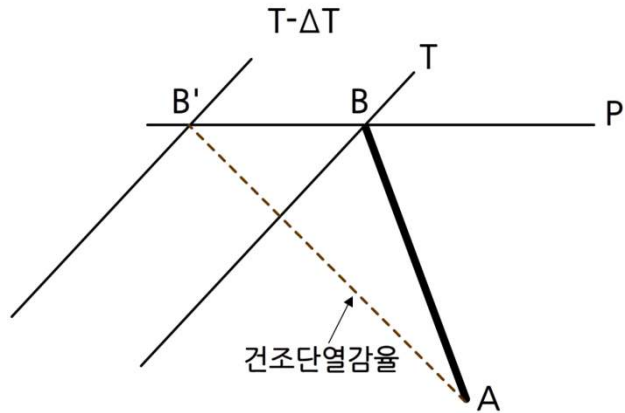
9.1.2 연직 운동 항

$$\omega \left(\Gamma_d - \frac{\partial T}{\partial p} \right)$$

위의 항은 두 성분을 포함하고 있는데, 그 중 첫 번째는 단열 온도 변화이고 두 번째는 연직 이류이다. 이미 언급한 대로 상승 운동은 단열 냉각을 일으키고, 하강 운동은 단열 승온을 일으킨다. 그러나 일반적으로 찬 공기가 따뜻한 공기위에 놓여있기 때문에, 상승 운동은 일반적으로 아래로부터 온난 이류를 발생시키고 하강 운동은 일반적으로 위로부터 한랭 이류를 발생시킨다. 이것을 두 번째 항이 나타내고 있는데, 어느 정도는 첫 번째 항과 상쇄된다.

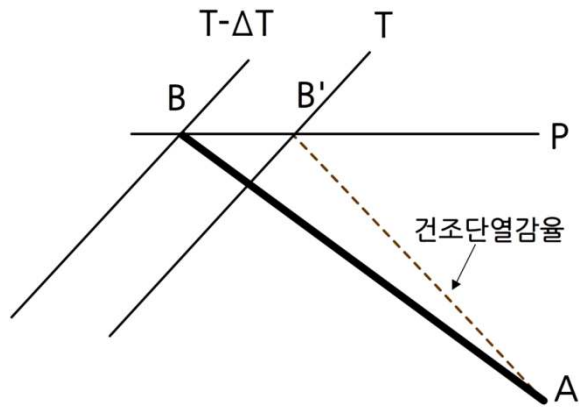
순 효과를 계산하기 위하여 먼저 안정한 대기 즉, $\partial T/\partial p < \Gamma_d$ 의 경우를 생각할 것이다. 이 경우에 ω 가 양이면 즉, 하강 운동이 일어나면 전반적으로 이 항은 양이다. 반면 ω 가 음이면 즉, 공기가 상승하면 이 항은 음이다. 안정한 대기에서 상승 또는 하강 효과를 나타내기 위해 테피그램을 사용함으로써 위 내용을 간단히 증명할 수 있다(그림 9.2).

9.1 기온의 시간 변화율



[그림 9.2] 안정한 온도 분포 AB인 상태에서 공기가 상승하면 고도 P에서 온도는 B로부터 B'까지 감소한다.

이제 불안정한 온도 분포를 고려하면 $\partial T/\partial p > \Gamma_d$ 이므로 ω 가 음이면 연직 운동 향은 양이다. 즉, 이때는 상승 운동이 승운을 일으킨다. 반면 하강 운동은 냉각을 일으킨다. 다시 이 내용은 테피그램을 사용하면 증명될 수 있다(그림 9.3).



[그림 9.3] 불안정한 온도 분포 AB인 상태에서 공기가 상승하면 고도 P에서 온도는 B로부터 B'까지 증가한다.

온난 이류 영역이 상층 발산과 상승 운동을 일으키고 한랭 이류 영역이 상층 수렴과 하강 운동을 일으킨다는 것은 나중에 설명할 것이다. 그러므로 안정한 대기에서 연직 운동 향은 온난 이류가 있는 곳에서 냉각을, 한랭 이류가 있는 곳에서 승운을 일으킨다. 이것은 이류 향을 상쇄시킨다. 다른 말로 하면 그것은 이류에 브레이크처럼 행동한다. 공기가 더욱 안정할수록 브레이크는 더 강해진다. 이와 같은 이유로 층의 평균 온도를 나타내는 층 두께선은 거의 항상(층 두께선을 횡단하여 작용하는 바람 성분으로 추론되는) 이류 속도보다 더 천천히 이동한다.

9.1 기온의 시간 변화율

환경감율은 두꺼운 대기층에서 거의 항상 건조단열감율보다 작거나 같다. 그러나 공기가 포화될 때, 상승하는 동안 냉각은 잠열 방출에 의해 상쇄되고 이때 기준 감율은 포화단열감율이 된다. 즉, 연직 운동 항은 다음과 같이 된다.

$$\omega \left(\Gamma_s - \frac{\partial T}{\partial p} \right)$$

상승 운동은 포화를 일으키려 하고 또한 환경감율을 포화단열감율에 접근시킨다. 따라서 연직 운동 항에 의해 작동하는 브레이크는 시간과 함께 감소한다. 만일 환경이 포화되어 있고 그 감율이 포화단열감율과 같다면, 연직 운동 항은 0이 된다.

상승 운동이 온난 이류에 걸리는 브레이크보다 하강운동이 한랭 이류에 걸리는 브레이크가 더 효과적으로 작용하려는 경향이 있다. 왜냐 하면 일반적으로 하강 운동은 공기를 건조하게 하여 연직 운동 항의 중요성을 유지하기 때문이다.

9.1.3 비단열 항

$$\frac{1}{C_p} \frac{\partial q}{\partial t}$$

위의 항은 외부 가열 또는 냉각이 공기에 미치는 효과를 나타낸다. 보다 따뜻하거나 보다 찬 지면 위를 지나는 공기는 대류 혼합과 난류 혼합뿐만 아니라 복사 과정을 통하여 지면과의 접촉 반응으로 그 온도가 변한다.

따뜻한 지면 위를 지나는 찬 공기는 대류적으로 불안정해진다. 이때 대류 플룸이 발달하여 적운과 적란운으로 되며 대기로 열을 효과적으로 퍼뜨린다. 그러나 찬 지면 위로 오는 따뜻한 공기는 안정하여 연직 운동이 억제된다. 경계층 난류가 이 냉각을 위로 혼합시킬 것이나, 이 난류가 깊은 깊이까지 열을 퍼뜨리는 데 효과적인 메커니즘은 아니다.

이와 같이, 특별히 우리가 관심 있는 것이 대기의 깊은 깊이에 대한 평균 온도라면, 비단열 항은 온난 이류보다는 한랭 이류와 함께 더욱 현저해지려는 경향이 있다.

9.2 층두께 변화 방정식

상층 흐름과 함께 대기의 아래 절반의 평균 온도 분포를 나타내는 전통적 도구는 1000-500hPa 층두께 선도와 500hPa 등고선도이다. 방정식 (9.3)을 층두께 변화에 적용시키기 위하여 정역학 방정식을 다음과 같이 표현함으로써 시작하겠다.

$$\Delta z = - \frac{\Delta p}{g\rho}$$

이상 기체 방정식을 사용하여 밀도 ρ 를 치환하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Delta z = - \frac{RT}{p} \frac{\Delta p}{g}$$

두 기압 고도 사이에 층두께를 얻기 위해 위 식의 양변을 적분하면 다음과 같이 표현된다.

$$\int_{z_1}^{z_u} \partial z = - \frac{R}{g} \int_{p_1}^{p_u} T \frac{\partial p}{p}$$

여기서 T 는 층의 평균 온도이다(엄격히 말해서 수증기의 밀도 효과를 고려하기 위해 T 는 평균 가운데인 T^* 로 치환되어야 한다). 극한을 취하고 마이너스 부호를 소거하여 $\partial p/p$ 를 $\partial \ln p$ 로 치환하면 다음과 같이 된다.

$$h' = \frac{R}{g} \int_{p_u}^{p_1} T \partial \ln p$$

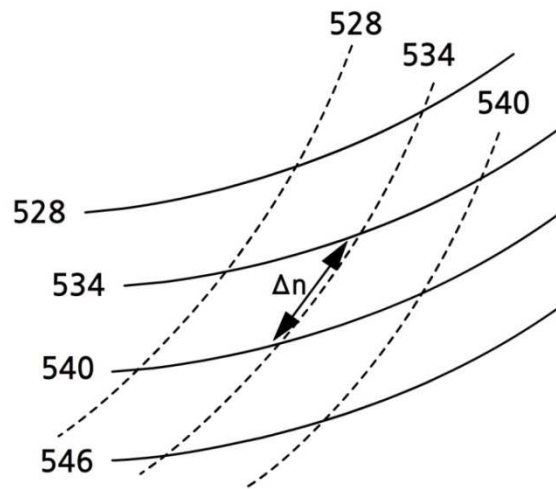
이 결과를 방정식 (9.3)과 결합하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial h'}{\partial t} = \frac{R}{g} \int_{p_u}^{p_1} \left[- \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \omega \left(\Gamma_d - \frac{\partial T}{\partial p} \right) + C_p \frac{dq}{dt} \right] d \ln p \quad (9.4)$$

이 식이 층두께 변화 방정식이다. 앞에서 논의한 세 항은 변하지 않은 상태로 그대로 있고 방정식 (9.3)에서와 같은 중요성을 갖고 있다.

첫 번째 항에 의해 기술되는 이류 성분은 층두께선에 직각인 500hPa 흐름 성분을 고려함으로써 1000-500hPa 층두께선도/등고선도 위에 가시화될 수 있다. 만일 바람이 따뜻한 쪽에서 찬 쪽으로 불면 온난 이류가 존재하고, 반면 바람이 찬 쪽에서 따뜻한 쪽으로 불면 한랭 이류가 존재하게 된다. 이류의 강도는 바람성분의 강도에 따라 변하며, 층두께선을 따라서 등고선 사이의 거리를 잡고 지균풍 방정식에서 이것을 Δn 으로 사용함으로써 (보통 지균풍 눈금을 사용함으로써) 이류 강도를 측정할 수 있다(그림 9.4 참고).

9.2 층두께 변화 방정식



[그림 9.4] 500hPa 고도의 지오펜셜 고도 등고선(실선)과 1000-500hPa 층두께 등치선(쇄선). 한랭 이류가 발생하고 있고 이류 항은 지균풍 방정식에서 Δn 을 사용함으로써 계산된다.

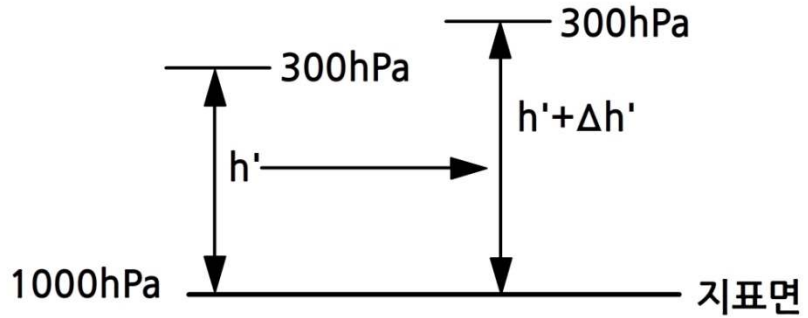
중위도 저기압에서는 연직 운동 항이 평균적으로 대략 이류 항 크기의 반이다. 따라서 층두께선 진행 속도는 이류 홀로 제시하는 속도의 반 정도 되려는 경향이 있다. 비단열 항은 이류 항보다 약 한 차수 작은 크기를 갖고 있는 것으로 발견되었다. 따라서 이와 같은 시스템은 1차 근사로 단열로 취급되어도 좋다.

열대지방에서 층두께의 수평 경도는 작다. 그러므로 이류를 고려하는 것은 국지적 비단열 효과와 단열 효과를 고려하는 것에 비하여 중요하지 않다.

9.2.1 기온 변화와 비지균 운동

층두께 증가는 제일 먼저 순간적으로 등압면 고도를 증가시키기 때문에, 온난 이류는 상층 지오펜셜을 증가시키는 효과를 갖고 있다. 그림 9.5는 지상 기압이 일정하게 유지된다고 가정할 때 증가하는 층두께 효과를 보여주고 있다. 유사한 방법으로 한랭 이류는 상층에서 지오펜셜을 감소시킨다는 것을 그림으로 보일 수 있다.

9.2 층두께 변화 방정식

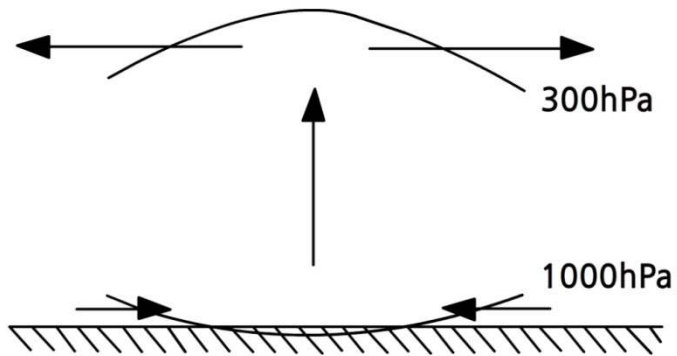


[그림 9.5] 층두께가 증가함에 따라 상승하는 300hPa 고도

상층 능의 서쪽에 남쪽으로부터 따뜻한 공기가 강하게 몰려오면 그 능이 유지되는데 도움을 주며, 반면 상층 골의 서쪽에 북쪽으로부터 찬 공기가 내려오면 그 골이 유지되는데 도움을 준다. 두 경우 모두 연직 운동 항이 이류 항을 상쇄시키는데, 이때 이류 효과는 가장 안정한 공기를 가장 많이 반대로 작용한다.

온도 이류는 상층 지오펜셀을 변화시키기 때문에, 차등 온도 이류는 상층 기압 경도를 변화시켜 전향력과 기압경도력 사이에 불균형을 일으킨다.

온난 전선 앞에서 일어나는 온난 이류의 영역을 고려하라. 결과적으로 나타나는 지오펜셀 경도 변화는 온난 이류의 최대값이 나타나는 곳으로부터 멀어져 가는 쪽을 향하는 비지균 운동이 일어난다(즉, 등기압변화 효과)(그림 9.6).



[그림 9.6] 온난 이류 영역에서 유발된 비지균 연직 운동

9.2 층두께 변화 방정식

상층 발산에 의해 유발되어 하강하는 지상 기압은 지상 기압이 감소하여 층두께를 증가시키도록 도움으로써 이 과정에 브레이크와 같이 행동한다. 즉, 지상 기압 감소로 인한 수렴이 상승 운동을 일으키고 이 상승 운동이 단열 냉각을 일으켜서 상층 지오펜셀 증가를 감소시킨다. 또한, 공기가 더 안정하면 안정할수록 상승 운동은 냉각을 통해 이류 변화를 상쇄시키는데 더욱 효과적일 것이다.

유사한 논리를 사용함으로써, 한랭 이류는 상층 등고선 고도를 하강시킬 것이고 상층 수렴과 지상 기압 상승을 일으킬 것임을 보일 수 있다.

유사한 방법으로, 비단열 가열원이 한대 저기압 및 열 저기압과 같은 저기압을 발생시킨다는 것을 알 수 있다.

9.2.2 기온 변화와 소용돌이도 이류

소용돌이도 이류는 단순화된 소용돌이도 방정식을 발산에 연결시키는 소용돌이도 총변화율을 근사시키는데 사용될 수 있음을 보일 수 있다. 소용돌이도 총변화율은 다음과 같이 전개된다.

$$\frac{d\zeta_a}{dt} = \frac{\partial \zeta_a}{\partial t} + V \frac{\partial \zeta_a}{\partial s} + w \frac{\partial \zeta_a}{\partial z}$$

위의 방정식 오른쪽에 있는 첫 번째 항과 마지막 항은 무시된다. 사실 국지 변화율인 오른쪽 첫 번째 항은 그림 9.6에 그려진 경우처럼 차등 온도 이류 영역에서 중요하다. 여기서 온도 이류에 의해 변하는 상층 등고선 형태는 소용돌이도를 감소시키고 있는데(즉, 고기압성 소용돌이도를 증가시키고 있는데), 단순화된 소용돌이도 방정식에 따르면 이것은 발산을 일으킨다.

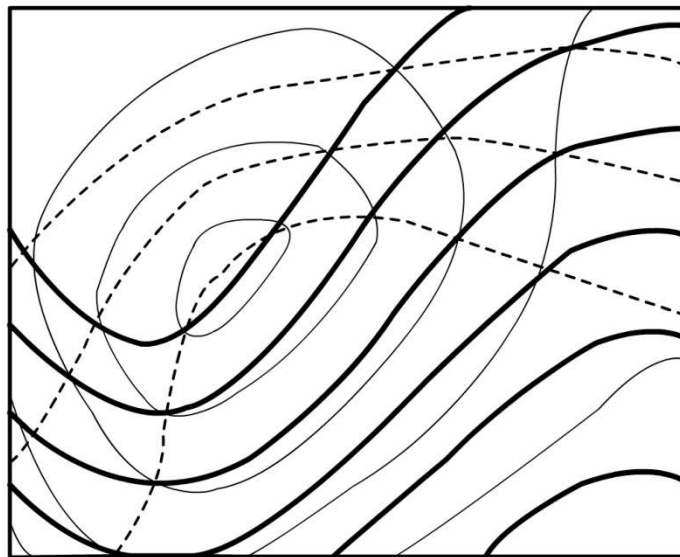
그러므로 소용돌이도 이류장과 함께 온도 이류장은 소용돌이도 총변화율(그리고 발산 분포)을 더욱 완전하게 계산할 수 있게 만든다. 이것은 결국 연직 속도의 분포를 결정하게 한다. 안정한 대기에서 이류에 의한 온도 변화는 단열 온도 변화와 반대로 작용하기 때문에, 대기의 안정도 역시 중요하다. 이 효과들을 지니고 있는 연직 속도 방정식은 단순화된 소용돌이도 방정식과 기온 변화 방정식으로부터 유도할 수 있다. 이 연직 속도 방정식이 오메가 방정식으로 알려져 있고, 이 식을 적용하면 연직 속도를 계산할 수 있게 된다.

9.2 층두께 변화 방정식

1000-500hPa 층두께선도와 500hPa 등고선도를 사용함으로써 소용돌이도 이류 영역과 온도 이류 영역의 위치들을 비교할 수 있다. 오메가 방정식에 의하면, 최대 온난 이류 영역이 양의 소용돌이도 이류 영역과 같을 때(상승 운동과 지상 기압 하강을 일으킴) 또는 최대 한랭 이류 영역이 음의 소용돌이도 이류 영역과 같을 때(하강 운동과 지상 기압 상승을 일으킴) 가장 큰 발달이 일어난다. 방정식의 온도 이류 성분은 소용돌이도의 국지 변화율에 대한 정보를 제공한다. 즉, 온도 이류 성분이 소용돌이도 이류에 더해질 때, 이것은 소용돌이도가 어떻게 공기덩이의 운동을 따라 변하는지 보다 완전한 그림을 제공한다.

엄격하게 말해서 중요한 것은 최대풍 고도(말하자면 300hPa 고도)에서의 소용돌이도 이류이다. 그러나 이 고도에서 골과 능의 위치들이 500hPa 고도에서와 너무 비슷해서 상부 대류권의 양의 소용돌이도 이류와 음의 소용돌이도 이류의 영역 위치와 강도를 계산하기 위하여 500hPa 고도의 지오펜셀 형태를 사용해도 좋다.

두 효과가 서로 반대로 작용하는 경우를 조심하라(순 효과는 항상 뚜렷하지 않다). 사실, 최대 온난 이류는 일반적으로 발달하는 저기압에서 양의 소용돌이도 이류의 풍하측에서 발생한다. 그리고 가장 급격히 기압이 하강하는 곳은 온난 이류와 양의 소용돌이도 이류, 이 두 가지가 함께 오는 곳이다.



[그림 9.7] 500hPa 지오펜셀 고도(굵은 실선), 1000-500hPa 지오펜셀 층두께(쇄선) 및 평균 해면기압(가는 실선)의 등치선을 보여 주는 일기도

9.2 층두께 변화 방정식

그림 9.7은 발달하는 저기압과 연관된 상황을 보여 주고 있다. 온난 이류의 최대는 양의 소용돌이도 이류의 앞 쪽 즉 500hPa 골 축의 풍하 쪽에 존재함을 주목하라. 그러나 이것은 500hPa 능 축의 바로 풍상 쪽에서 양의 소용돌이도 이류 위치와 일치하여 여기서 최대 상승 운동과 기압 하강이 발생할 수 있음을 예상할 수 있다.

이 경우에 한랭 이류 최대는 음의 소용돌이도 이류 최대에 가까이 위치하고 있으므로, 여기서 중부 대류권의 강한 하강 운동과 함께 상당한 지상 기압 상승을 기대할 수 있다.

한랭 이류는 골을 깊게하려고 행동하고, 반면 온난 이류는 능을 강화시킨다는 것을 또한 주목하라. 대체로 순압적인 지역의 골은 발달하지 않고 풍하 쪽 양의 소용돌이도 이류 영역 때문에 진행하려 할 것이다. 그러나 만일 골이 경압 지대에 있다면 결과적으로 나타나는 온도 이류는 골-능 시스템을 증폭시킬 것이고 동시에 지상 기압 변화를 증가시킬 것이다. 경압 지대를 횡단하면서 온도 경도가 크면 클수록 이류가 더 강해지고 결과적으로 나타나는 발달도 강해진다. 그러나 결국에 가서는 폐색 과정이 나타나서 경압 지대로부터 저기압을 사라지게 하고 온도 이류가 감소된다.

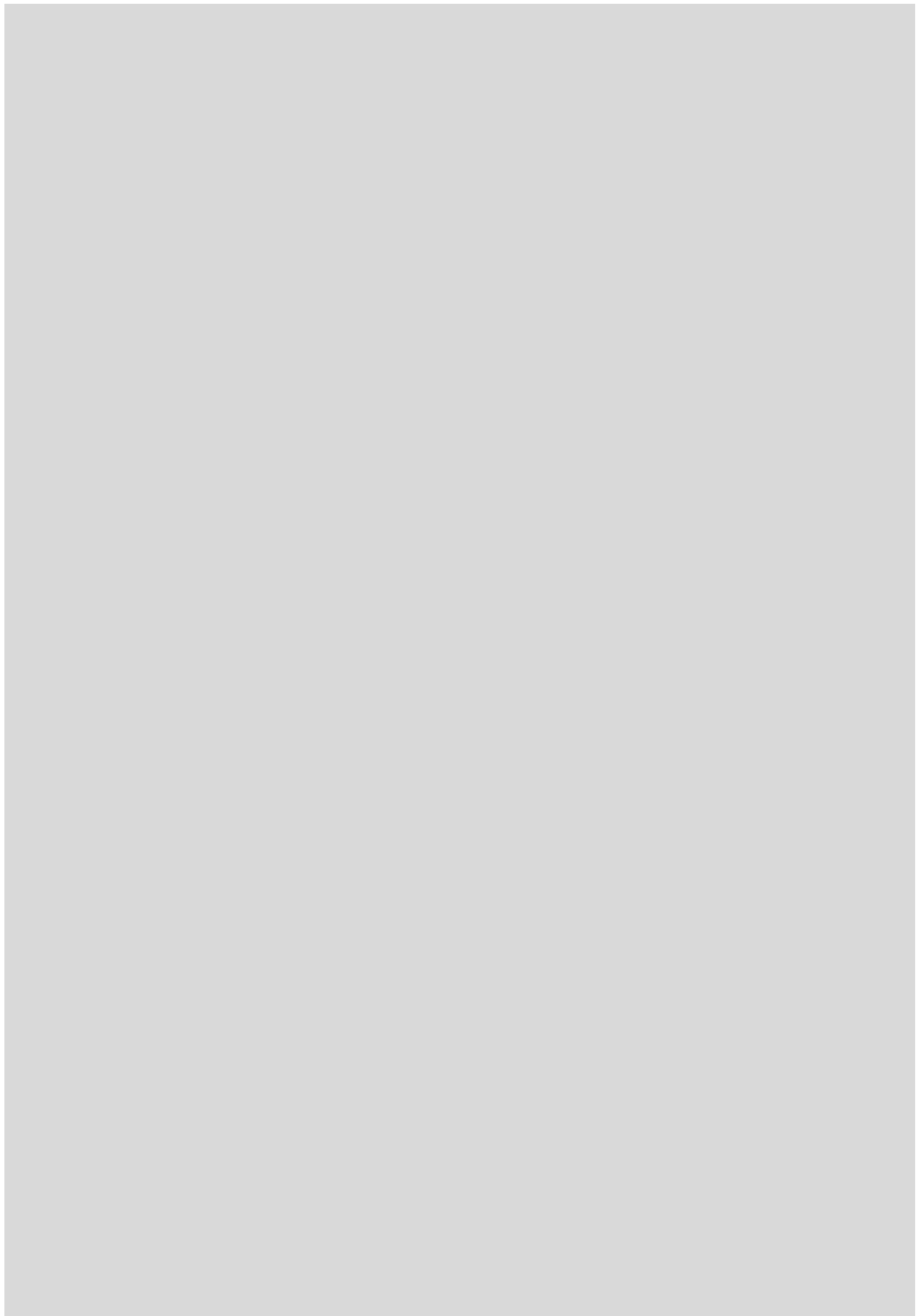
불안정한 대기에서는 단열 냉각이 상승 운동에 미치는 효과 또는 단열 승온이 하강 운동에 미치는 효과가 감소되기 때문에, 불안정은 오메가(상승과 하강 모두에서)의 절대값을 크게 만든다는 것을 잊어서는 안 된다.

요약

1. 열역학 제1법칙을 시간으로 미분함으로써 기온의 국지 변화율에 대한 방정식을 유도하였다. 국지 변화율 값은 세 개의 항에 의존하는데, 이 항들은 온도 이류 과정, 비단열 가열 또는 냉각 및 연직 운동에 의한 단열 변화를 반영한다.
2. 열대지방과 떨어져있는 지역에서는 이류 항이 일반적으로 우세하다. 그러나 연직 운동 항이(공기가 불안정하지 않은 한) 이류 항을 상쇄시킨다. 비단열 항은 연직 운동 항보다 훨씬 더 작다. 그리고 전체적인 변화율은 대략적으로 이류 항 하나로부터 추론되는 변화율의 반 정도이다.
3. 온난 이류는 상층 등고선 고도를 상승시키고, 국지적 최대의 온난 이류는 상승 운동을 일으켜서 지상 기압을 떨어뜨린다. 한랭 이류는 상층 등고선 고도를 낮추고, 국지적 최대의 한랭 이류는 하강 운동을 일으켜서 지상 기압을 오르게 한다.
4. 소용돌이도의 총 변화율은 소용돌이도 이류와 차등 온도 이류의 기여도를 고려함으로써 계산될 수 있다.
양의 소용돌이도 이류 + 국지적 최대의 온난 이류 = 상승 운동과 기압 하강
음의 소용돌이도 이류 + 국지적 최대의 한랭 이류 = 하강 운동과 기압 상승

연습문제

1. 건조단열감율 Γ_d 의 값을 구하라.
2. 찬 공기가 한랭 전선 뒤에서 따뜻한 바다 위를 흐르고 있다. 1000hPa 지균풍은 330° 방향 15 ms^{-1} 인 반면, 500hPa 지균풍은 240° 방향 20 ms^{-1} 이다. $f = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ 과 $g = 10 \text{ ms}^{-2}$ 을 사용하여, 이 두 층 사이에서 이류를 통한 공기의 6시간 평균 국지적 온도 변화를 계산하라.
3. 6시간 후에 500hPa 면의 고도가 4dam 만큼 떨어졌다. 이 시간 동안 지상 기압의 변화는 얼마인가? (6dam=8hPa로 취급하라.)
4. 어떤 위치에서 층두께 변화를 일으키는 두 가지 과정을 간단히 기술하라. 이때 중요한 순서를 전망하라.
5. 비지균풍 운동과 소용돌이도 모두의 관점으로부터 최대 한랭 이류가 어떻게 지상에서 기압 상승을 일으킬 수 있는지 선도를 사용하여 설명하라.



10장. 위치 소용돌이도

- 10.1 로스비 위치 소용돌이도와 에르텔 위치 소용돌이도
- 10.2 보존성과 역산성
- 10.3 저기압 발달의 개념 모델
- 10.4 위치 소용돌이도 사용 및 표현 방법



학습목표

- 로스비 위치 소용돌이도와 에르텔 위치 소용돌이도를 비교한다.
- 위치 소용돌이도의 보존성과 역산성을 검토한다.
- 위치 소용돌이도를 사용하여 저기압 발달의 개념 모델을 고찰한다.
- 저기압 발달 과정을 위치 소용돌이도 개념으로 이해한다.
- 수증기 영상과 위치 소용돌이도 사이의 관계를 파악한다.

10.1 로스비 위치 소용돌이도와 에르텔 위치 소용돌이도

로스비(C.-G. Rossby)는 대기의 흐름을 바라보는 방법으로 소용돌이도를 이용한 초기의 개척자였다. 1930년대에 그는 절대 소용돌이도의 연직 성분인 ζ_a 가 대기의 대규모 흐름에서 가장 중요하다는 것을 인식하였다. 그는 더 나아가 $(f + \zeta_\theta)/\Delta = \text{상수}$ 임을 보였는데, 여기서 Δ 는 $-\delta p/g$ 와 같은 층두께에 대한 표현이고, ζ_θ 는 $(\partial v/\partial x)_\theta - (\partial u/\partial y)_\theta$ 로 주어진 상대 '등온위 소용돌이도'(등온위면을 따라 바람으로부터 계산됨)이다.

이와 독립적으로 일한 에르텔(1942)은 보다 일반적인 다음 표현을 유도하였다.

$$P = \frac{1}{\rho} \vec{\zeta}_a \cdot \nabla \theta$$

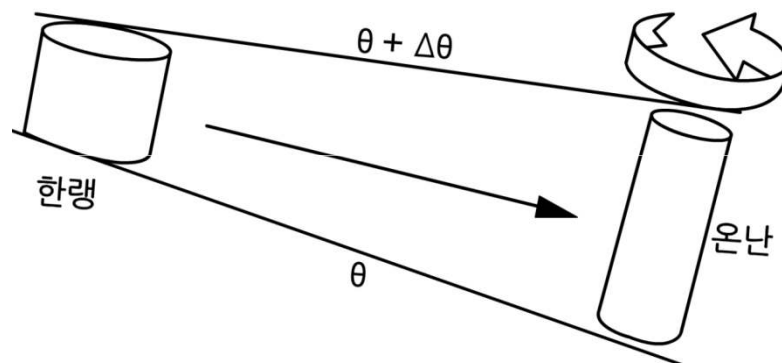
여기서 $\vec{\zeta}_a$ 는 3차원 절대 소용돌이도 벡터이다. P 는 '에르텔 위치 소용돌이도' 또는 짧게 '위치 소용돌이도'라고 알려져 있고, 흔히 약어로 PV(Potential Vorticity)로 쓴다. 단열 무마찰 운동에 대해서 P 는 운동을 따라 보존된다. 준지균 이론에 붙은 것들처럼 이 위치 소용돌이도에는 더 붙은 제약 조건이 없다. 이 소용돌이도는 완전히 3차원적이고 비정역학적 운동에 적용된다.

10.2 보존성과 역산성

PV는 정적 안정도 ($\partial\theta/\partial z$)와 절대 소용돌이도의 ‘준연직’(즉, 등온위면에 직각) 성분의 곱으로 볼 수 있고, 다음 식으로 근접하게 근사시킬 수 있다.

$$P \approx \frac{1}{\rho} \zeta_a \cdot \frac{\partial\theta}{\partial z}$$

등온위면들이 서로 가까우면 가까울수록 연직 안정도가 더 커진다(즉, $\partial\theta/\partial z$ 가 더 커진다)는 것을 테피그램을 사용하면 쉽게 증명할 수 있다. 그러므로 안정도가 감소하면 등온위선은 더 멀어지게 된다. 더욱이 기단이 따뜻하면 따뜻할수록 주어진 등온위면은 더 낮아진다는 것을 볼 수 있다. 단열 가정보다 아래 공기덩이가 등온위면으로 정의되는 꼭대기면과 바닥면을 갖는 것으로 생각할 수 있기 때문에, 신장 효과를 거치면 소용돌이도는 증가하고, 반면에 증가하는 정적 안정도는 수축을 일으키고 소용돌이도를 감소시킨다.



[그림 10.1] 차고 정적으로 안정한 지역으로부터 따뜻하고 정적으로 불안정한 지역으로 이동하는 공기덩이. 이 공기덩이는 PV 보존으로 양의 상대 소용돌이도를 얻는다.

표준 대기의 온도 구조를 가진 정지한 대기에 근거한 PV의 값을 생각하면, PV는 f 의 위도 변화 때문에 극 쪽으로 진행할수록 증가하고, 밀도 ρ 의 변화 때문에 고도가 높아질수록 약간 증가한다. 대류권에서 성층권으로 침투할 때 만나는 정적 안정도의 급격한 증가 때문에 가장 뚜렷한 PV 변화는 대류권계면을 횡단할 때 일어난다.

대류권에서의 PV 값은 일반적으로 약 1.5 PV 단위($10^{-6} m^2 s^{-1} K kg^{-1}$)보다 작는데, 성층권에서는 전형적으로 4 PV 단위를 초과하는 값으로 뛴다. 성층권의 높은 정적 안정도는 성층권을 높은 PV의 저장소로 만들고 있다. 대류권계면 부근에서 PV의 경도가 가장 크다는 사실은 이 고도에서 아노말리를 매우 중요하게 만든다.

10.2 보존성과 역산성

바람장이 주어지면 그로부터 지오퍼텐셜 고도의 분포를 역으로 찾아내는 것이 가능하다. 이 역산 과정은 어떤 가정을 요구하고 있고, 그리고 그것은 경계 조건에 대한 정보를 필요로 하고 있다. 경도풍 균형과 같은 보다 현실적인 가정이 사용될 수 있기는 하지만, 가장 간단한 가정은 지균 균형일 것이다. 바람은 오로지 기압 경도에 관한 정보만을 주기 때문에 경계 조건이 필요하다. 따라서 내부에 있는 실제 지오퍼텐셜 값을 얻기 위해 경계의 지오퍼텐셜 고도 값이 그 경도와 함께 필요하다.

유사하지만 보다 강력한 방법으로 PV는 역산성이 있다고 말할 수 있다. 이 의미는 지정된 균형 조건(예를 들어 지균 균형)과 경계 조건을 사용하면 모든 다른 역학 장들(예를 들어, 온도, 지오퍼텐셜, 바람, 연직 속도)을 얻을 수 있다는 뜻이다. 역산성과 보존성이란 두 가지 장점은 대기의 흐름과 발달을 이해하는데 PV를 강력한 도구로 만들고 있다.

10.2.1 거리에 따른 작용

지오퍼텐셜 분포를 얻기 위한 소용돌이도 장의 역산에서 어떤 지점의 지오퍼텐셜 값은 단순히 소용돌이도의 그 지점 값에 의존하지 않는다. 소용돌이도를 고도 장의 곡률로 볼 수 있기 때문에, 이 소용돌이도는 그 주위 지역의 지오퍼텐셜 고도에 영향을 준다. 이 원리를 3차원으로 확장시키는 것은 오메가 방정식에서 볼 수 있다. 오메가는 그 지점의 준지균 강제력에만 의존하지 않고 어느 거리만큼 떨어진 옆쪽과 위아래 쪽 강제력에도 좌우된다.

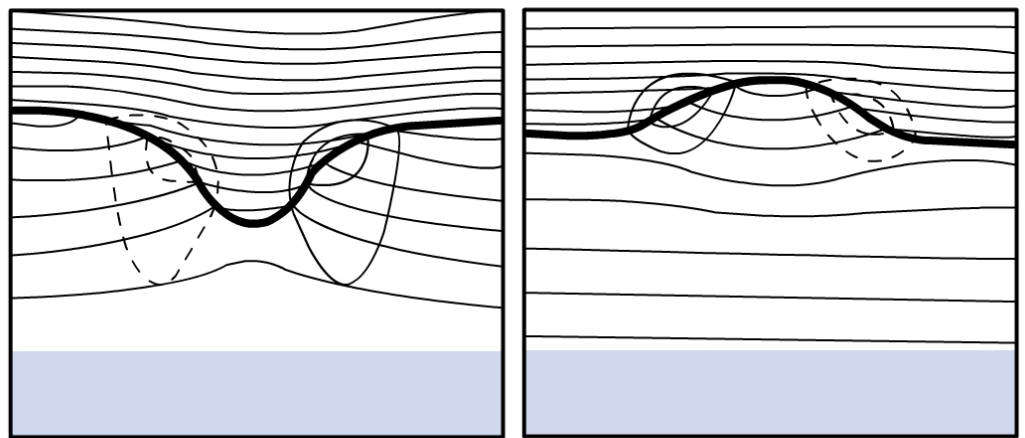
비슷한 방법으로, PV가 떨어져 있는 역학 장에 영향을 준다는 것을 보일 수 있다. PV와 유도되는 역학 장 사이의 수학적 관계는 전하와 전위 장 사이의 관계와 유사하다. 이때 떨어진 거리(r)에 따라 $1/r$ 의 영향력 감소가 존재하게 되는데, 여기서 r 의 연직 성분만은 다음과 같이 규모화된다.

$$r^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \frac{N^2}{f^2} \Delta z^2$$

위의 표현에서 N^2 은 부력 진동수이고, $\frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z}$ 와 같은 정적 안정도의 척도이다

10.2 보존성과 역산성

위의 표현에서 N^2 은 부력 진동수이고, $\frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z}$ 와 같은 정적 안정도의 척도이다. 그러므로 PV 아노말리는 그 위치에서 최대 영향을 미치나, 또한 그 위치로부터 멀리 있는 대기에도 효과를 유발하는데, 불안정한 감율일수록 영향을 미치는 연직 거리는 더 길어진다. 상층 양의 PV 아노말리는 대기를 통해 저기압성 순환을 아래로 지면까지 유발시킬 수 있다. 역산성 원리의 성질은 같은 강도의 대규모 특징에 비하여 작은 PV 특징이 주위에 약한 효과를 미친다는 것이다.



[그림 10.2] 등온위선(가는 실선, 위로 갈수록 값이 증가)의 연직 단면과 대류권계면. PV=2인 대류권계면(굵은 실선)은 저기압성(왼편)과 고기압성(오른편) 상층 PV 아노말리와 연관되어 있음. 아노말리 위치(음영)와 등풍속선(실선은 페이지를 뚫고 들어가는 풍향, 쇠선은 페이지를 뚫고 나오는 풍향)을 또한 보이고 있다. Thorpe(1985)에 근거함

그림 10.2는 양과 음의 상층 PV 아노말리와 연관된 등온위선과 대류권계면을 도식적으로 보이고 있다. 온위 분포로부터 양의 아노말리가 상부 대류권에서 상대적으로 찬 공기를 동반하나(등온위선이 위로 휘어 있기 때문에), 하부 성층권에서는 비교적 따뜻한 공기를 동반한다. 음의 아노말리의 경우는 이와 반대이다. 또한 온도풍 균형에 의하면 양의 아노말리와 연관된 흐름은 대류권계면에 도달할 때까지 고도에 따라 더욱 저기압성이 되고(공기가 차기 때문), 반면 음의 아노말리와 연관된 흐름은 고도에 따라 더욱 고기압성이 된다는 것을 볼 수 있다.

PV 아노말리에서 소용돌이도와 안정도는 함께 PV 아노말리에 기여한다. 반면 아노말리로부터 떨어진 곳에서는 소용돌이도와 안정도는 서로 반대로 작용하려 한다. 이와 같이 하부 성층권에 중심인 양의 PV 아노말리가 존재하면 안정도도 높고 소용돌이도도 크다. 이 밑의 중부 내지 상부 대류권에서는 소용돌이도가 그래도 어느 정도 높다. 그러므로 안정도는 낮아야 하는데, 등온위선 사이의 연직 간격이 큰 것이 이것을 증거하고 있다.

10.3 저기압 발달의 개념 모델

그림 10.2에서 보인 저기압성 아노말리와 같이 정체성 상층 PV 아노말리 아래 흐르면서 뚜렷한 PV 아노말리나 지면 온위 아노말리가 없는 폭넓은 기류를 고려하라. 이전에 존재하고 있었던 흐름이 저기압성 소용돌이를 풍하 쪽으로 이동시키려는 경향에도 불구하고, 하부 대류권을 향하여 아래로 확장하는 유도된 저기압성 소용돌이가 그 장소에 머물 것이라는 것을 역산 원리는 말하고 있다. 상부와 하부 면이 그림에서 가장 낮은 두 등온위선으로 정의되는 공기 기둥을 생각함으로써 이류가 어떻게 상쇄되는지 밝힐 수 있다.

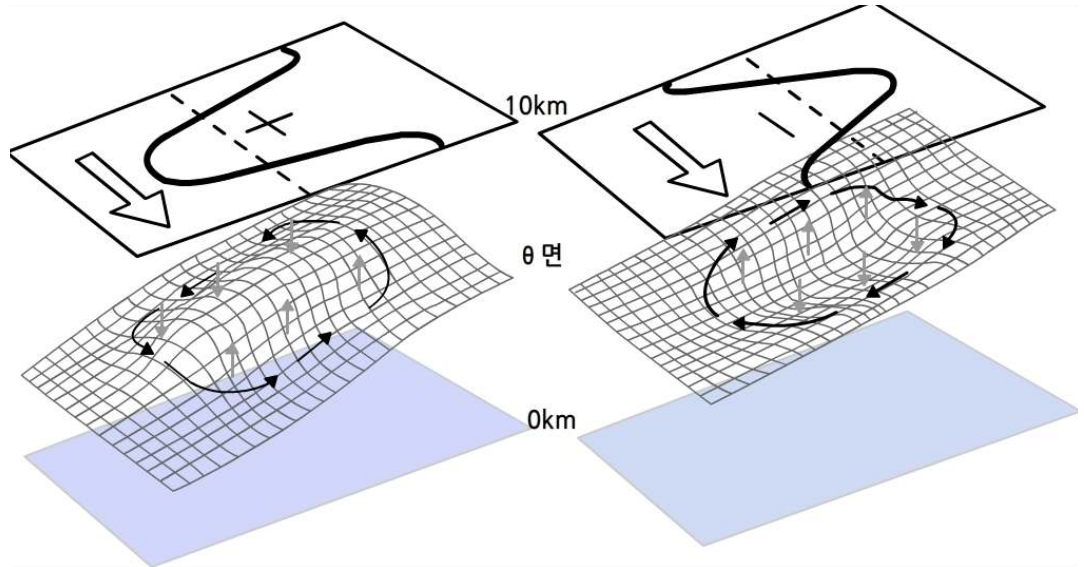
공기가 아노말리 밑으로 지나면서 신장이 일어나야만 하고 등온위면이 그 반응으로 조성된다는 것을 보일 수 있다. 소용돌이 신장은 저기압성 소용돌이도를 만들어서 음의 소용돌이도 이류를 상쇄시키고, 또한 단열 냉각을 일으켜 온난 이류를 상쇄시킨다. 이류의 풍하 쪽 상쇄는 소용돌이 응축과 PV 아노말리 아래 흘러 나가는 공기의 하강과 함께 한번 다시 발생한다.

기준 틀을 바꿔서 상층 아노말리가 강한 상층 흐름에 의해 이류되고 하층 공기를 변화시키는 것으로 생각하는 것이 보다 현실적이다. 이것은 등온위선을 위로 끌어올리고 상승을 일으켜 냉각시키며 하층 공기를 선회 증가시키는 효과를 갖고 있다.

양의 PV 아노말리를 자석으로 비유하면 등온위면은 굽어지기 쉬운 자성을 띤 종이라 할 수 있다. 양의 아노말리는 등온위면을 끌어당겨지고 음의 아노말리는 밀어낸다. 등온위면이 아노말리에 가까우면 가까울수록 끌어당기는 힘이나 밀치는 힘은 더 강해진다. 이동하는 PV 아노말리 밑에서 등온위면이 위로 불룩해지면서 상승으로 생기는 연직 운동에 추가하여, 경사진 등온위선에 상대적으로 흐르는 공기는 연직 운동을 일으키는데, 이것을 등온위 활승이라고 부른다.

보통의 위도 방향 온도 경도 및 유도된 저기압성 흐름과 함께, 등온위면에 상대적인 공기의 이동과 등온위면 자체의 이동은 모두 동쪽으로 이동하는 요란 앞에서는 상승 운동을, 그 뒤에서는 하강 운동을 일으킨다. 동쪽으로 이동하는 고기압성 아노말리의 경우에 대하여 이것을 그림 10.3에 나타내었다. 필요한 것은 PV의 아노말리 또는 지역적으로 다른 PV의 값들임을 주목하라. 만일 대류권 전체가 똑같이 '자성'을 띠었다면 등온위면이 위로 또는 아래로 부풀어 오름이 없을 것이기 때문이다.

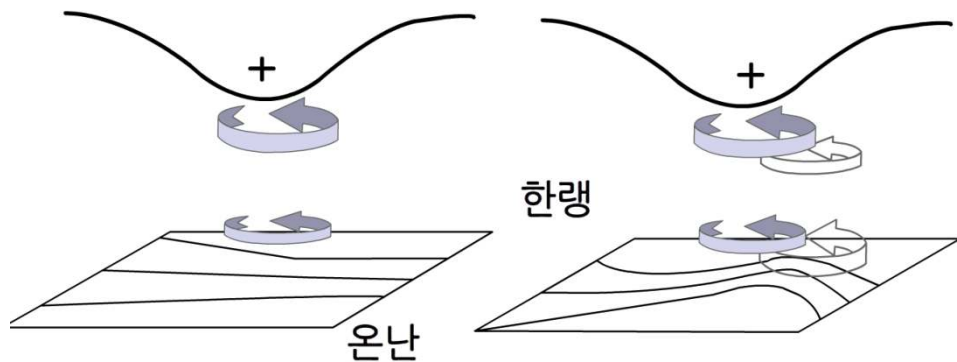
10.3 저기압 발달의 개념 모델



[그림 10.3] 동쪽으로 이동하는 상층 PV 아노말리와 연관된 등온위면의 지형도. 진한 선은 대류권계면이 10 km면과 교차하는 것을 나타내고 있다. 이 선은 북쪽의 PV>2단위의 공기를 남쪽의 PV<2단위의 공기와 분리시키고 있다. 또한 지구에 상대적 관점에서 볼 때 상대적 등온위 활승 및 활강(θ 면을 따라 향해진 화살표)과 유도된 등온위면의 부풀어 오름에 의한 연직 운동(연직 화살표)이 그려져 있다. 쇠선은 그림 10.2에서 보인 단면의 교차 선을 의미한다.

10.3.1 저기압 발달

Hoskins et al.(1985)로부터 따온 그림 10.4는 저기압 발생에 대한 유용한 도시적 표현을 보여 주고 있다. 그림에서 상층 PV 아노말리가 지상의 경압 지역 위에 도달하고 있다.

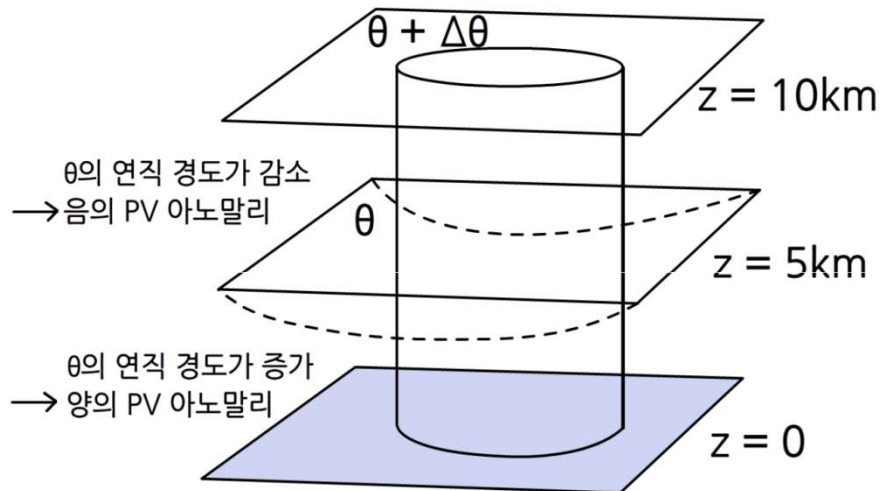


[그림 10.4] 하층 경압 지역 위로 상층 PV 아노말리가 도달하는 것과 연관된 저기압 발생 모식도. 굵은 선은 대류권계면을, 가는 선은 지상 등온선을 나타낸다(Hoskins et al., 1985)

10.3 저기압 발달의 개념 모델

하층에 유발된 저기압 순환은 상층 골의 바로 앞에서 지상 온도장의 온난 아노말리를 일으킨다. 이 온난 아노말리는 그 자체의 저기압 순환을 가져 오는데, 이 순환이 상층으로부터 유발된 저기압 순환을 강화시킨다. 더욱이 지상 온난 이류에 의하여 상층에 유도된 순환은 높은 값의 PV를 적도 쪽으로 이류시킴으로써 상층 PV 아노말리를 강화시킨다.

상하 시스템이 상층 특징 바로 앞의 하층 특징과 함께 상대적인 위치에 머무르는 동안, 그 시스템들은 적극적으로 서로 발달시킨다. 상층이 지상 발달 저기압 앞으로 이류하려는 경향은 상층의 약간 뒤에서 일어나는 높은 PV의 적도 방향 이류에 의해 방해 받을 수 있다.

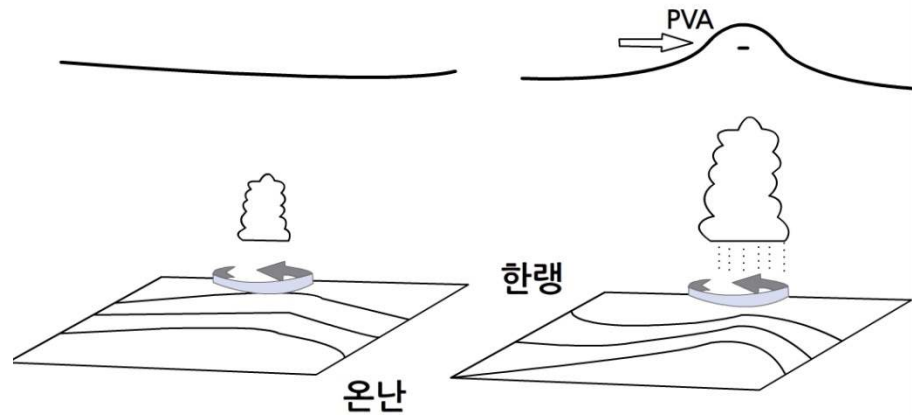


[그림 10.5] 중부 대류권을 온난화시켜 PV를 재분포시키는 잠열 방출

그림 10.5는 습윤 공기가 상승하여 중부 대류권에서 응결되고 잠열을 방출하는 경우의 공기 기둥을 보여 주고 있다. 이로 인하여 이 고도에서 나타나는 습윤 현상은 θ 면을 국지적으로 낮추어 하부 대류권에서는 $\nabla\theta$ 를 증가시키고 상부 대류권에서는 이것을 감소시킨다.

이것이 결국 아래쪽에 양의 PV 아노말리를, 위쪽에 음의 PV 아노말리를 만든다. 공기 기둥 안의 총 PV는 변화하지 않고, PV가 하층에 집중되어서 저기압성 소용돌이도를 강화시키고, 반면에 상층의 흐름은 더욱 고기압성 소용돌이도로 된다. 이 과정은, 특히 이 시스템과 연관된 높은 습구온위의 따뜻한 하층 공기가 존재하는 곳에서, 발달하는 저기압과 연관된 하층 순환을 강화시키는데 중요하다.

10.3 저기압 발달의 개념 모델



[그림 10.6] 이미 존재하고 있는 하층 저기압성 요란은 유발된 상승 운동과 잠열 방출을 통하여 그 풍상 쪽의 상승 운동과 함께 상층에 음의 PV 아노말리를 일으킨다.

Mansfield(1994)는 때때로 저기압 발달은 하층으로부터 시작하여 원래 직선 경도의 상층 PV 아노말리를 만드는 것을 주목하였다(그림 10.6). 그는 지상 저기압과 연관된 상승 운동이 잠열 방출과 상층 음의 PV 아노말리를 일으키는 일련의 가능한 경우들을 제안하였다(그림 10.3에서 보여준 것처럼). 음의 아노말리의 풍상 쪽 상승 운동은 소용돌이 신장을 통하여 지상 저기압을 강화시킬 수 있다.

10.4 위치 소용돌이도 사용 및 표현 방법

고도, 지오퍼텐셜 또는 기압에 따라 대기층을 보기보다는 등온위면 위의 장들을 보는 것이 더 자연스럽다. 그 이유는 흐름이 단열적이면 공기는 등온위면을 따라 이동하도록 제약 받기 때문이다(비록 등온위면 자체가 위와 아래로 움직여서 뒤틀리고 겹치기까지 하더라도).

등온위면 위의 PV 분포도는, θ 면이 PV 아노말리를 교차한다면, 그 주위의 값들과 현저하게 다른 값의 국지적 PV 아노말리를 보일 것이다.

PV는 보존되므로 PV 면을 따라 보는 것이 자연스럽다. 역학적 권계면인 PV=2 면 위에 작성된 도표는 낮은 값의 θ (권계면 온도가 지역적으로 더 높을 수 있기 때문에 그것을 한랭 아노말리라고 불러서는 안 되지만)에 의한 높은 PV 아노말리와 높은 값의 θ 에 의한 낮은 PV 아노말리를 보여 주고 있음을 그림 10.2는 암시하고 있다. 만일 상층 대류권 강제력에 관심이 있다면, 관심 영역에 주의를 집중하기 때문에, PV=2 면은 아마 틀림없이 더욱 유용하게 사용될 것이다.

반면 등온위면은 PV 아노말리의 구조를 완전히 보이기 위해 올바른 영역에서 권계면을 교차하지 않을지도 모른다. 사용되는 물리량이 PV 면 위의 θ 이든지 아니면 θ 면 위의 PV이든지간에 이와 같은 대기 구조의 표현은 θ 와 PV의 보존 성질 때문에 등압면 위에 지오퍼텐셜이나 온도를 표현하는 것보다 이점을 가지고 있다.

따라서 이 표현을 사용하면 특징들이 더 잘 나타나고 더욱 확실하게 시간과 함께 따라 갈수 있어서 절리 저기압 발달, 저지 현상 및 저기압 발생과 같은 중요한 과정을 뚜렷하게 알 수 있다. 특별히 유용하다고 알려진 선도가 850hPa 습구온위와 함께 PV=2 면 위에서 θ 의 변화를 보여주는 선도이다.

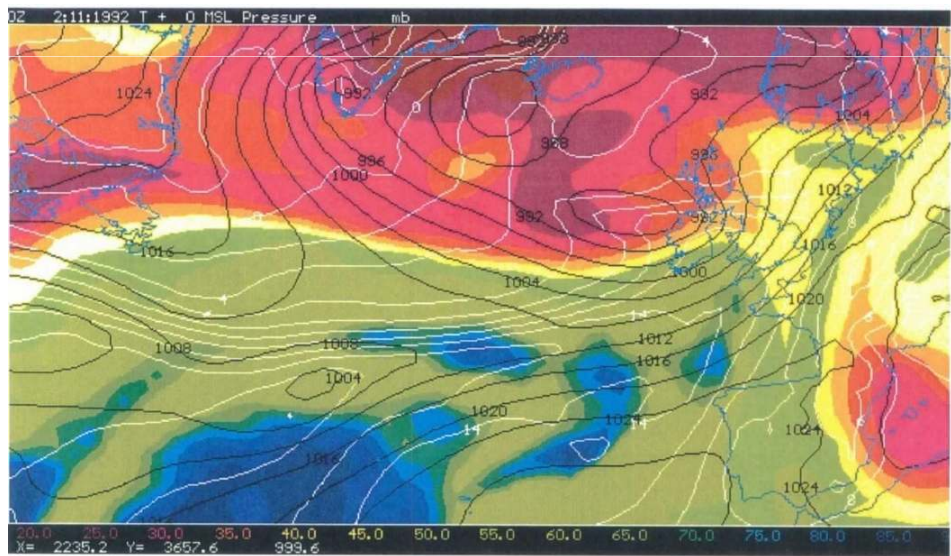
이와 같은 선도에서 분석하면 그림 10.4에서 보인 저기압 발생 과정을 명료하게 알 수 있다. 하나 이상의 층에 대한 특성을 묘사하는 것은 지면과 상층 특징의 상대적 위치가 중요하다는 것을 강조하고 이들 상호작용의 가능성에 대한 평가를 보다 정확하게 하기 위함이다.

10.4 위치 소용돌이도 사용 및 표현 방법

실례를 들어 그림 10.7과 그림 10.8은 24시간 간격으로 그려진 PV=2 면의 θ 장, 900hPa θ_w 장 및 평균 해면기압장을 보여 주고 있다. 그림 10.7에서 낮은 θ 아노말리(다른 말로 표현하면 높은 PV 아노말리)는 그림 10.4처럼 아일랜드 서쪽에 하층 경압 지역을 만들었고 이와 연관된 저기압은 깊어지고 있다.

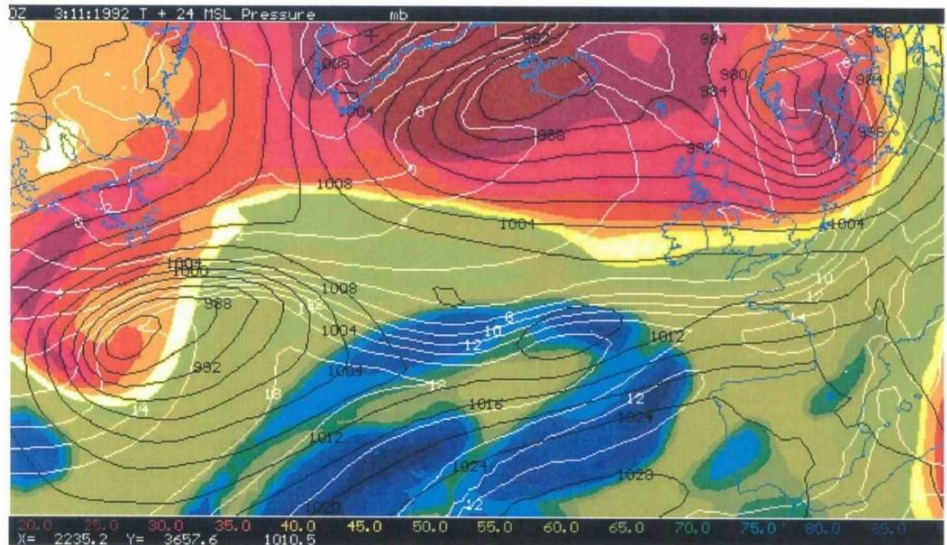
더욱이 서쪽으로 전선 지역을 따라서는 서로 비슷한 깊이의 저기압 영역이 두 개(하나는 중부 대서양에 그리고 나머지 하나는 선도의 서쪽 끝에) 더 존재하고 있다. 중부 대서양에 있는 얕은 저기압은 발달할 것 같지 않고, 높은 PV 저장소부터 멀리 떨어져 있다.

그러나 뉴파운드랜드(Newfoundland)의 남쪽과 서쪽에 있는 높은 PV는 경압 지역 위로 오고 있어서 발달할 수 있는 상황을 보이고 있다. 높은 PV의 한대 공기로부터 떨어져 나온 높은 PV의 절리 특징은 지금 서부 지중해 위에 위치하고 있다.



[그림 10.7] PV=2 면의 θ 는 배경 음영으로 표시되어 있고 가장 찬(즉, 가장 높은 PV) 곳은 북쪽에 위치하고 있다. 평균 해면 기압은 4hPa 간격의 검은색 등치선으로, 900hPa 면 습구온위(θ_w)는 2°C 간격의 흰 색 등치선으로 그려져 있다. 1992년 11월 2일 0000UTC

10.4 위치 소용돌이도 사용 및 표현 방법



[그림 10.8] 1992년 11월 3일 0000UTC를 제외하면 그림 10.7과 같다.

그림 10.8에서 우리는 24시간 후 서쪽에 있는 저기압이 약 20hPa만큼 상당히 깊어진 것을 확인할 수 있다. 한편 중부 대서양의 얕은 저기압은 약 4 hPa 만큼 약간 약해졌다. 아일랜드 서쪽에 있었던 저기압은 노르웨이로 이동하여 16hPa 정도 깊어졌다.

그러나 이와 같은 대부분의 저기압 발달은 처음 12시간 안에 일어났고, 폐색 과정이 상부 PV 아노말리로 하여금 지상의 강한 경압성과 접촉할 기회를 잃게 함으로써 저기압 발달을 제한시키고 있음을 볼 수 있다. 이 폐색 과정은 따뜻한 공기와 주 경압 지역으로부터 PV 아노말리 제거에 의해 난역을 가진 저기압의 발달이 제한되고 있는 전형적인 상황이다.

서쪽 끝에 있는 저기압은 덜 전형적인데, 저기압 바로 북쪽의 경압성이 시어 저기압 발생과 저기압의 서쪽 옆구리로 끌려 내려가는 한대 공기의 지속적인 공급에 의해 유지되고 있다. 동시에 상부 PV 아노말리는 한대 저장소와의 접촉을 아직 잃지 않았다. 저기압성 흐름의 동쪽 그리고 북쪽 변두리에는 낮은 PV 공기의 이류에 의해 이와 같은 저기압 특징이 절리되려는 경향이 있다.

그러나 서쪽에 강한 지상 저기압을 발달시키는 PV 아노말리는, 높은 PV의 원천이 점점 약해지기는 하지만, 이 높은 PV 아노말리 원천과의 연결을 지속시켰다.

10.4 위치 소용돌이도 사용 및 표현 방법

기압골 와해/절리 과정은 아주 균형적인데, 이것이 부정확한 모델 예보의 빈번한 이유 중 하나이다. 이 과정에 대한 PV 견해는 통상적인 기상 장이 줄 수 있는 견해보다 더 뚜렷하다. 이때 중대한 인자는 PV가 원천으로부터 분리되기 전에 저기압으로 끌려 들어가는 PV의 양이다.

10.4.1 수증기 영상과 위치 소용돌이도

만일 모델이 대기의 발달을 현실적으로 잘 모사한다면, 이 모델은 현실적인 PV 장을 생산해야 한다(비록, 특히 모델 층의 두께가 가장 두꺼운 높은 층에서, θ 또는 PV 고도에서 내삽하는 것이 부정확성을 초래한다 할지라도). PV에 대한 모델 산출물을 보면 예보가 어떻게 되는 지에 대한 이해를 높일 수 있다. 그러나 이 산출물은 모델 예보를 수정하거나 조절할 수 있게 하지는 못 한다. 필요한 것은 모델 예측 또는 초기장과 비교하기 위한 PV 분포의 관측 증거이다. 결국 수증기 영상이 이와 같은 유형의 증거를 제공할 수 있다고 알려져 있다.

5.7~7.1 μm 밴드(ESA, 1987)의 복사에 민감한 복사계로 측정된 자료를 보면, Meteosat 수증기 영상은, 비록 간접적이기는 하지만, 통상적으로 상부 대류권과 연관된 층의 수증기 함량에 대한 정보를 제공한다. 영상 요소의 코딩은 표준 적외 영상의 관계를 따른다. 즉, 낮은 밝기 온도는 연한 음영으로 나타나고, 높은 밝기 온도는 어둡게 보인다.

스펙트럼 반응이 수증기가 잘 흡수하고 방출하는 밴드 중 하나에 있기 때문에, 상부 대류권의 높은 습도는 낮은 밝기 온도로 측정될 것이다. 습한 공기의 반응은 약 400hPa 고도에서 최고 값을 가지면서 약 700hPa부터 300hPa까지 넓은 고도 영역으로부터의 기여를 갖고 있다.

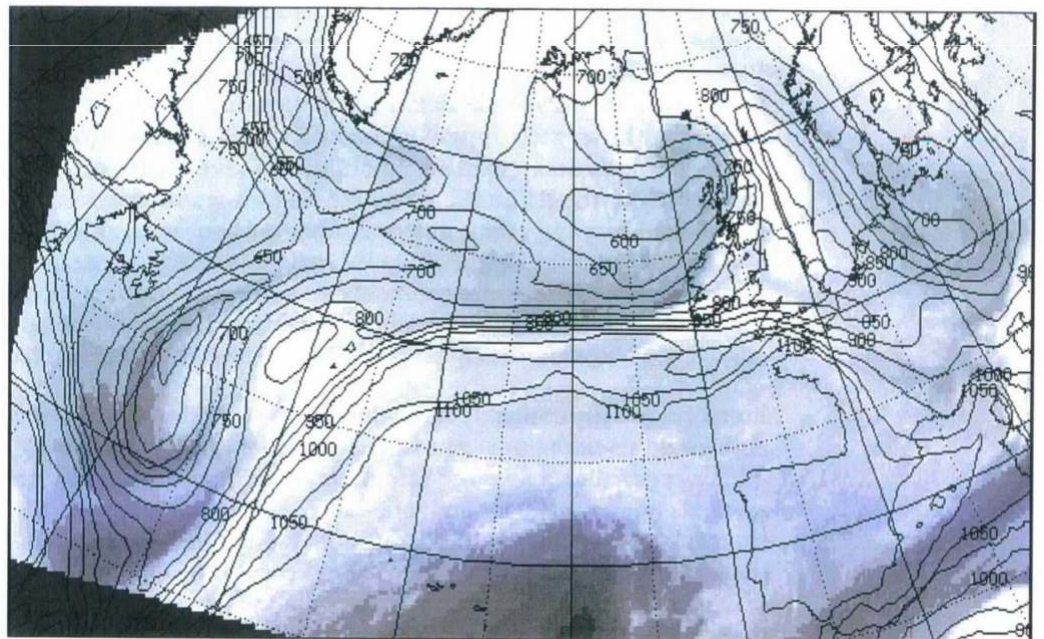
따라서 어느 정도는, 회색-등급의 영상 특징은 이 고도 주위의 습도와 상관되어 있는데, 어두운 부분은 건조한 상태를 가리키고 밝은 부분은 습한 상태를 가리킨다.

10.4 위치 소용돌이도 사용 및 표현 방법

그러나 이것은 그림을 지나치게 간단화시키고 있다. 밝은 부분은 상공의 높은 수분 함량과 연관되어 있을 수도 있고, 매우 찬 지면 위에 놓여 있는 건조 공기와 연관되어 있을 수 있다. 어두운 부분은 상공의 건조함과 연관되어 있거나 또는 반드시 건조하지는 않아도 매우 따뜻한 대기와 연관되어 있을 수 있다. PV 분포와의 연결은 성층권 대기의 쌍둥이 성질인 높은 PV와 낮은 습도를 통하여 일어난다.

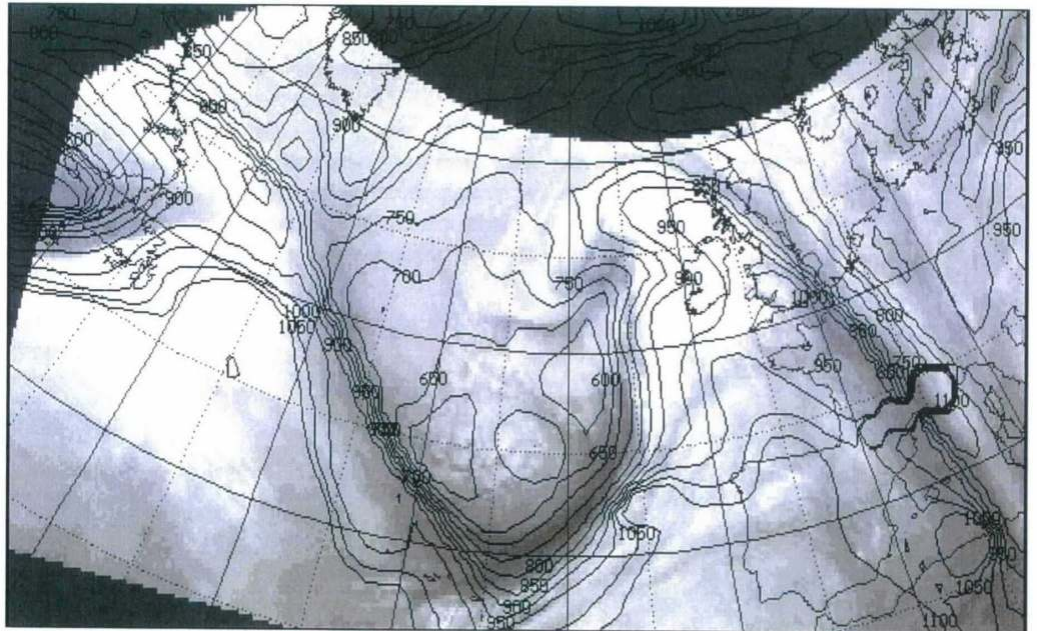
PV=2 면 위의 낮은 θ 는 낮은 대류 권계면을 암시한다. 그러므로 측정된 복사휘도에 수증기가 가장 많이 기여하는 중요 부분은 성층권 공기이다. 그래서 어둡게 나타난다.

역학적인 상승 운동에 의해 생성되는 주 구름 덩어리들은 수증기 영상에서 하얗게 나타난다(상부 대류권에 있는 물방울과 얼음이 섞인 구름은 적어도 수증기만큼 강하게 흰 색을 나타낸다). 앞에서 보여 준 것처럼 이 구름의 형성과 동반하여 나타나는 잠열 방출은 상공에 낮은 PV를 일으킨다.



[그림 10.9] 1994년 3월 3일 0300 UTC에 PV=2 면에서 50 dam 간격의 예측 등고선 위에 겹쳐서 나타난 수증기 영상

10.4 위치 소용돌이도 사용 및 표현 방법



[그림 10.10] 1994년 1월 9일 06 UTC를 제외하면 그림 10.9와 같다(남부 프랑스 위에 PV 자료가 없다).

그림 10.9와 그림 10.10은 PV 자료와 함께 나타낸 수증기 영상의 예를 보이고 있다. 이때 제공된 PV 정보는 데카미터(dam)로 나타낸 PV=2 면의 고도이다.

앞에서 참고로 제시한 그림 10.2에서 양의 상층 PV 아노말리는 PV=2 면에서 저기압과 연관되어 있는 반면, 음의 상층 PV 아노말리는 PV=2 면에서 돔(고기압)과 동반된다는 것을 보이고 있다. 비록 PV=2 면의 고도가 엄격하게 보존되지는 않지만, Mansfield(1994)는 그것이 현업에서 유용한 장임을 발견하고, 원격 유도 효과는 PV 면의 고도가 지상 저기압 발달에 미치는 상층 아노말리의 직접적인 영향 범위에 관련되어 있다는 것을 의미한다고 지적하였다.

그림 10.9와 10.10은 주요 PV=2 고도 경도가 구름 모서리/습윤 경계를 따라 놓여 있어서 상층에서 전선과 연관되어 있음을 보이고 있다.

10.4 위치 소용돌이도 사용 및 표현 방법

전선 구름은 대개 아열대 기원의 기단 내에서 형성된다. 그러므로 이 구름은 낮은 PV의 공기와 연관되어 있을 것으로 기대된다. 더욱이 잠열 방출은 상공에 낮은 PV를 집중시키는데, 특징적인 저기압성 섬포 모양 구름이 발견되는 PV=2 면의 지형에서 뚜렷한 능으로 보인다.

Mansfield(1994)는 그림 10.10의 35°W에서 볼 수 있는 것처럼, PV=2 고도 경도가 상층 기압골의 밑면과 연관된 어두운 띠의 따뜻한 쪽에 집중되려는 경향이 있음을 발견하였다. 반면에 기압골의 앞 쪽에는 그 경도가 구름 끝 모서리를 따라 확장되고 있다.

건조한 띠는 저기압 발생과 연관되거나 또는 때때로 보다 활동적인 하강 운동과 연관된 열적 직접 순환의 찬 공기 돌출부에서 하강 운동에 기인할 수 있다. 이로 인해 제트류의 찬 쪽에 상층 대류에서 강한 음의 소용돌이도 이류를 일으킨다.

높은 PV의 건조한 성층권 공기의 침입은 급격한 지상 저기압 발생과 연관되어 왔다. 그리고 이것은 수증기 영상과 PV 장 모두에서 잘 볼 수 있다.

영상 위에 겹쳐진 PV 장은 예보되고 분석된 높은 PV 침투의 위치와 강도를 증명하기 위한 증거를 줄 수 있고, 명백한 오차가 있을 때 예보 장을 수정할 수 있게 한다.

요약

PV는 온도, 지오피텐셜 등과 같은 관례적인 장에 대한 유용한 대안을 제공한다. 상층 지오피텐셜 골과 같은 특징들이 발달하고 쇠퇴하면서 시간적으로 그것들을 따라가는 것을 어렵게 만들지만, PV는 오로지 비단열 효과에 의해 서서히 변화된다. 좋은 근사로 이류 변화가 우세할 때 발달은 무시될 수 있다.

상승 운동은 위치 소용돌이도 이류로부터 일어나는 것으로 찾아낼 수 있다. 이 위치 소용돌이도 이류는 약어로 PVA(Potential Vorticity Advection)로 쓰고, 상승 운동은 경사진 등온위 면을 올라가는 흐름 또는 등온위 활승을 의미한다.

등온위 면을 횡단하는 강한 흐름을 가진 PV 아노말리는 중부 대류권 상승 운동을 유발할 것이고 PVA를 거쳐 지상에서 하강하는 기압을 유발할 것이다. 만일 PV 아노말리가 지상 경압 지역에 존재하면, 등온위 활승이 일어나고 지상과 상층의 아노말리가 서로를 강화시켜 발달하는 양의 피드백이 가능하다. 하층 경압 상태에서부터 상층 아노말리를 제거하거나(예를 들어 폐색 과정에 의하여), 한대 기단 저장소로부터 상층 PV 아노말리를 제거하면 발달은 정지된다.

양의 PV는 PV=2 면 위에서 낮은 온위로, 등온위 면에서 높은 PV로 또는 낮은 PV=2 면으로 나타난다.

연습문제

1. 로스비(Rossby) 위치 소용돌이도와 에르텔(Ertel) 위치 소용돌이도의 차이를 설명하라.
2. 60°N 에서 초기에 $\zeta = 0$ 인 공기 기둥이 지면으로부터 10km 고도에 위치한 대류권계면까지 뻗어 있다. 만일 이 공기 기둥이 45°N 에 위치한 2.5km 높이의 산을 넘어간다면, 산 정상을 지나갈 때의 절대 소용돌이도와 상대 소용돌이도를 계산하라. 그리고 산을 넘어가면서 순압 위치 소용돌이도가 어떻게 변화하는지 설명하라.
3. 공기 기둥이 차고 안정한 지역으로부터 따뜻하고 불안정한 지역으로 이동할 때, 이 공기 기둥의 상대 소용돌이도가 어떻게 변화하는지 설명하라.
4. 하층 경압 지역 위에 상층 PV 아노말리가 도착함으로써 생기는 저기압 발생 과정을 설명하라.
5. 중부 대류권에 잠열 방출이 활발할 때, PV가 연직 방향으로 재분포되는 과정을 설명하라.

The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records in a business setting. It highlights how proper record-keeping can help in decision-making, legal compliance, and financial management. The text emphasizes that records should be organized, up-to-date, and easily accessible.

Next, the document addresses the challenges of data management in the digital age. It notes that while digital storage offers convenience, it also introduces risks such as data loss, security breaches, and information overload. Solutions like cloud storage, encryption, and regular backups are suggested to mitigate these risks.

The third section focuses on the role of technology in streamlining business processes. It describes how automation and software solutions can reduce manual errors, save time, and improve overall efficiency. Examples of such technologies include accounting software, project management tools, and customer relationship management (CRM) systems.

Finally, the document concludes by stressing the importance of employee training and awareness. It suggests that regular training sessions can help employees understand the value of data and the correct procedures for handling information. This, in turn, can lead to a more professional and data-driven organization.

11장. 경계층 기상학

11.1 서론

11.2 바람 구조(Wind Structure)

11.3 지표면 에너지 균형



학습목표

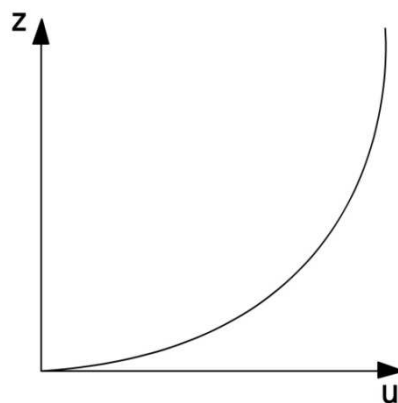
- 경계층의 바람 구조와 지표면 에너지 균형에 대해 안다.

11.1 서론

경계층은 대기층에서 지표면의 영향을 직접 받는 부분을 말한다. 경계층은 인간을 포함하는 동식물이 생존하는 매우 중요한 영역이며, 대부분의 자연 현상이 이곳에서 발생한다. 경계층의 높이는 지표로부터 약 100m에서 1km 정도이다.

지표면의 열과 수분은 경계층으로 공급되고, 이것은 궁극적으로 기상 시스템의 에너지원이 된다. 동시에 공기의 운동에 표면 마찰력이 영향을 미치는데, 이러한 영향은 운동량을 감소시킨다. 경계층의 상태와 구조는 습도, 온도, 바람의 변화에 의존한다.

상기의 정의를 좀 더 명확히 하면 다음과 같다. 경계층은 지면의 영향에 가장 민감하게 반응하는 대기층을 의미한다. 시간(Hour) 또는 그 보다 더 작은 시간 규모(Time-scale)에서 지표 강제력에 반응하며, 일(Day) 또는 그 보다 더 긴 시간 규모에서 대류권 전체는 지표로부터의 열과 수분에 영향을 받는다.



[그림 11.1] 균일 지표의 경우 윈드 프로파일

그러므로, 경계층 기상학에서 수평 풍속 u 와 연직 풍속 w 는 매우 중요한 요소이다.

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{A}{z} \quad (11.1)$$

여기서 A 는 풍속과 지표 상태에 의존하는 상수이다. 이식을 적분하면 다음과 같다.

$$u_{(z)} = A \ln z + B \quad (11.2)$$

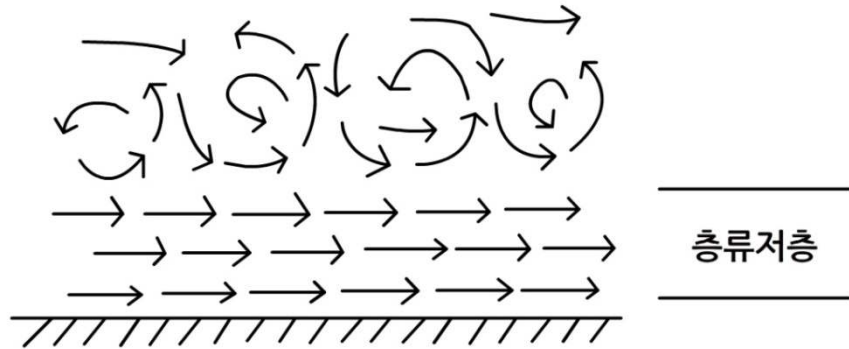
11.1 서론

여기서 B 는 적분 상수이고, $u_{(z)}$ 는 z 높이에서의 수평 풍속이다. 그러므로 경계층에서의 이상적인 흐름은 대수(로그)함수의 경향을 보인다.

11.2 바람 구조(Wind Structure)

마찰력은 저기압을 향해 부는 바람을 편향시키고 저감시키는 이중의 효과가 있다. 연구실 규모의 실험 결과 및 대기의 실측치로부터, 고도에 따른 수평 풍속이 증가함을 알 수 있다. 낮은 레벨에서의 풍속은 고도에 따라 빠르게 증가하며, 높은 레벨에서의 풍속은 느리게 증가한다(그림 11.1).

경계층은 흐름의 특징에 따라 두 개의 영역으로 구분된다. 지표에 직접 접한 영역은 층류경계층으로, 이곳에서의 흐름은 난류가 없고, 층류이며, 유선들은 서로 평행하다. 이 층류경계층 위에 존재하는 난류 혼합층을 난류 경계층이라고 한다. 층류경계층은 지표에 밀착되어 있어, 지표와 난류경계층 사이에서 완충역할을 한다(그림 11.2).



[그림 11.2] 지표와 난류경계층 사이의 층류경계층

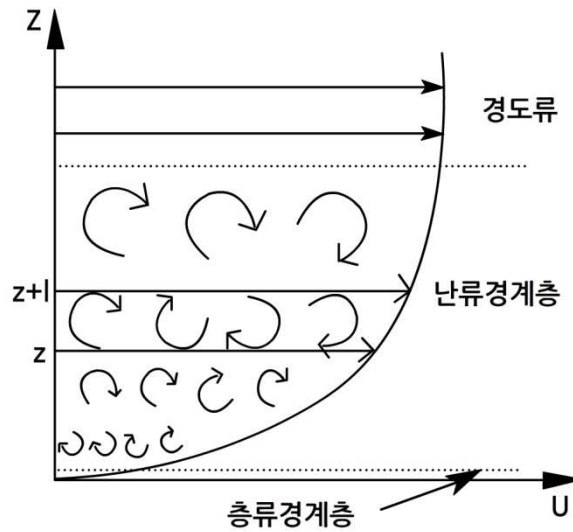
11.2.1 혼합길이(Mixing Length)

난류경계층에서 에디(소용돌이 Vortex)가 운동량 등의 물리량을 변화시키지 않고 이동하는 거리를 혼합길이라고 한다. 층류경계층 위에 존재하는 표면 마찰력에 의해 역학적으로 생성된 에디의 규모(Scale)는 매우 작으나, 고도가 높아짐에 따라 커진다(그림 11.3).

$$l = kz \quad (11.3)$$

여기서 l 은 혼합길이이다. k 는 카르만 상수(Kármán Constant)로 약 0.4의 값을 가지며, 이것은 지표로부터 1cm일 때 에디의 직경은 0.4cm, 500m일 때는 200m임을 의미한다.

11.2 바람 구조(Wind Structure)



[그림 11.3] 난류경계층의 흐름

11.2.2 운동량 플럭스(Momentum Flux)

난류는 자유대기(Free Atmosphere)로부터 하강(Downward)하는 운동량에 의한 메커니즘이다. 높은 운동량의 공기는 하강하고, 지표에 가까워질수록 마찰에 의해 에너지 손실을 일으킨다.

고도 ($z+1$)에서 평균 속도 $u(z+1)$ 를 가지는 단위 질량(Mass)의 공기 덩어리가 고도 z 까지 난류에 의해 이동되어진다고 하자. 그 공기는 운동량을 보존하기 때문에, 속도는 주변의 평균 속도(u')를 초과하게 된다. 여기서 u' 는 다음과 같다.

$$u' = l \frac{\partial u}{\partial z} \quad (11.4)$$

그러므로 이때 운동량은 $mass \times u'$ 이며, 단위 체적일 경우는 $\rho u'$ 이다. 결과적으로 단위 면적(Area)에 대한 운동량 플럭스(τ)는 에디(소용돌이 Vortex)와 연관된 연직 속도 w' 를 곱하여 구할 수 있다.

$$\tau = \rho u' w' \quad (11.5)$$

또한, τ 는 전단응력(Shearing Stress)으로도 해석될 수도 있다. 즉, 운동량 플럭스와 같은 차원을 가지고 있는 단위 면적에 가해지는 힘과 같다.

11.2 바람 구조(Wind Structure)

11.2.3 마찰속도(Friction Velocity)

난류운동은 평균적으로 충분히 회전하기 때문에, $u' = w'$ 이고, 운동량 플럭스는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tau = \rho u_*^2 \quad (11.6)$$

여기서 u_* 는 마찰속도이고, $u_* = u' = w'$ 이다. u_* 는 이론상의 경계층에서 일정하고, 그 크기는 자동풍속기록계(Anemograph)에서 기록되는 돌풍(Gust)과 련(Lull)을 나타낼 수 있다.

11.2.4 거칠기 길이(Roughness Length)

식 (11.4)는 다음과 같이 고쳐 쓸 수 있다.

$$u_* = l \frac{\partial u}{\partial z} \quad (11.7)$$

이것을 식 (11.3)과 결합하면,

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{u_*}{kz} \quad (11.8)$$

과 같고, 식 (11.1)의 상수 A 는

$$A = \frac{u_*}{k} \quad (11.9)$$

로 정의된다. 그러므로 식 (11.2)는 다음과 같이 된다.

$$u_{(z)} = \frac{u_*}{k} \ln z + B \quad (11.10)$$

$z=0$ 이면, $\ln 0 = -\infty$ 이기 때문에 $u = -\infty$ 가 되는데, 이것은 비현실적인 조건이다. 사실, 이 방정식은 거칠기 길이(z_0)라 불리는 최소 고도에서만 의미가 있다. 적분 상수(B)를 결정하기 위해서, 식 (11.10)에서 $u_{(z_0)} = 0$, 바꿔 말하면, z_0 에서 풍속은 0이라는 조건을 붙인다.

$$u_{(z)} = \frac{u_*}{k} \ln z_0 + B = 0 \quad (11.11)$$

11.2 바람 구조(Wind Structure)

그러므로,

$$B = -\frac{u_*}{k} \ln z_0 \quad (11.12)$$

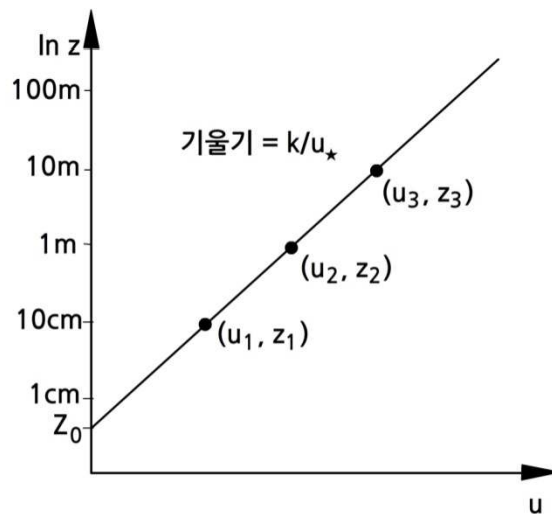
로 정의된다. 이것을 식 (11.10)에 대입하면,

$$u(z) = \frac{u_*}{k} \ln z - \frac{u_*}{k} \ln z_0 \quad (11.13)$$

가 되고, 결과적으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u(z) = \frac{u_*}{k} \left(\ln \frac{z}{z_0} \right) \quad (11.14)$$

따라서, 마찰속도와 거칠기 길이의 식에 의하여 경계층의 어떤 고도에서도 바람을 구할 수 있다. $\ln z$ 에 대하여 u 는 $\ln z$ 축의 절편은 z_0 이고, 기울기는 k/u_* 인 선형관계이다.



[그림 11.4] 경계층에서 u 와 $\ln z$ 의 선형관계

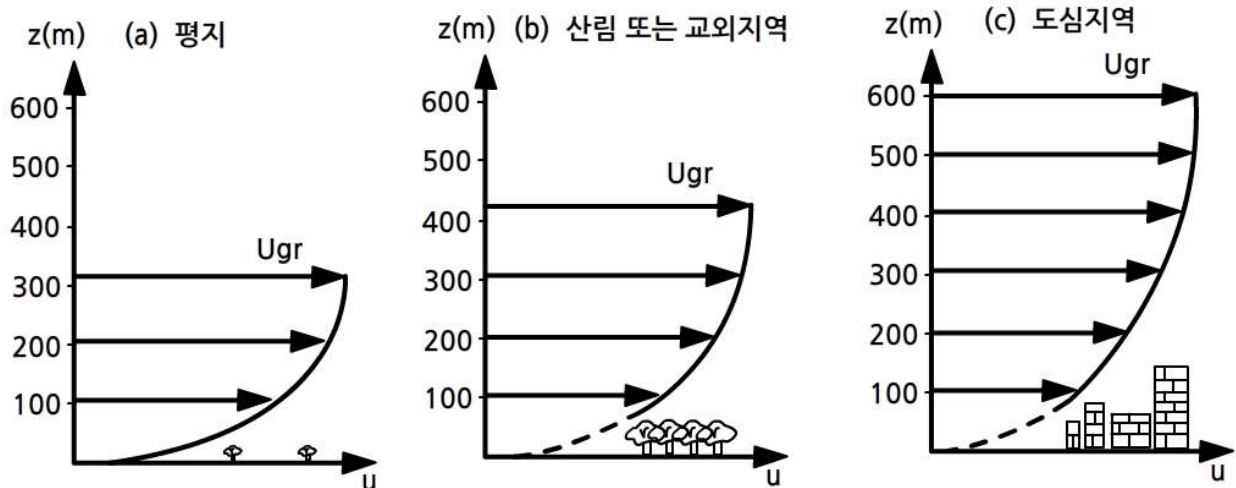
마찰속도와 거칠기 길이는 서로 다른 고도에서 관측된 두 개 이상의 바람 관측치로부터 구할 수 있을 것이다(그림 11.4). 그리고 마찰속도를 가지고, 식 (11.6)에 의하여 운동량 플럭스 또는 전단응력을 계산할 수 있다.

거칠기 길이는 윈드프로파일(Wind Profile)에서 풍속이 0인 고도(높이)로 정의될 수 있다. 거칠기는 공기역학 텍스트에서 자주 사용되는데, 지표의 높이, 형태, 저항 등, 즉, 지면 등의 거칠은 정도를 말한다. 지표의 종류에 따른 거칠기 길이는 표 11.1과 같다.

11.2 바람 구조(Wind Structure)

[표 11.1] 지표의 종류에 따른 거칠기 길이

지표의 종류	거칠기 길이(m)
평온한 해면	$10^{-6} \sim 10^{-4}$
미끈한 빙면	10월 05일
눈	$(0.5 \sim 10) \times 10^{-4}$
모래, 사막	3×10^{-4}
토양	$(0.1 \sim 1) \times 10^{-2}$
잔디밭(키 0.02~0.1m)	$(0.2 \sim 1) \times 10^{-2}$
잔디밭(키 0.25~1m)	$(2.5 \sim 10) \times 10^{-2}$
농경지	0.04~0.2
산림	1~6



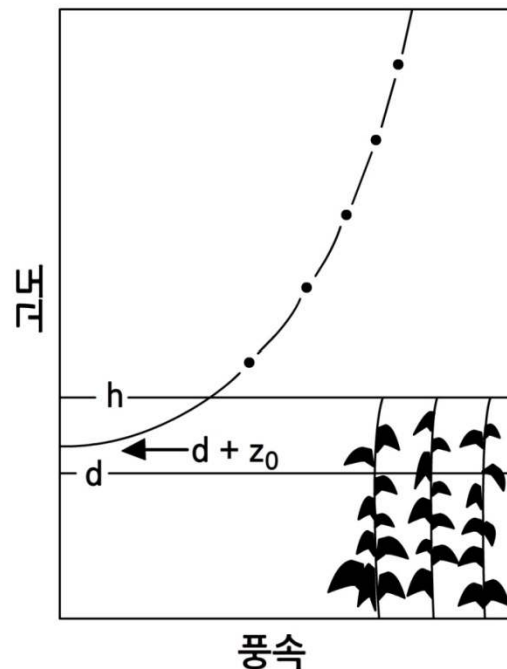
[그림 11.5] (a)미끈한 지표, (b)적당히 거칠은 지표, (c)거칠은 지표일 경우, 풍속의 연속변동

그림 11.5는 3종류의 다른 지표의 경우(경도풍(Gradient Wind)은 같다) 윈드프로파일이다. 어떤 고도에서라도 거칠기 길이가 클 경우 바람 $u(z)$ 는 더 작다(식 (11.14)). 또한, 미끈한 지표에서의 경계층 높이는 거친 지표일 경우만큼 발달하지 않는다.

11.2 바람 구조(Wind Structure)

11.2.4.1 영면변위(Zero Plane Displacement)

식생 높이의 활성 표면은 에너지 변동이 발생하는 중요한 곳으로 정의된다. 식생 꼭대기 부근에서는 기류를 방해하는 항력(Drag)이 발생할 것이다. 식생 위에서의 바람은 대수법칙에 따르며, 식생 꼭대기 부근에 위치한 식생 상부층 ‘영면변위(d)’에서는 마치 지표면에서와 같은 흐름의 양상을 보여 준다(그림 11.6). 즉, d 는 식생 꼭대기 부근에서 식생에 의해 발생하는 항력을 나타낼 수 있다. 실례로, 식생이 매우 밀집되어 있는 경우, $d=2h/3$ 이다. 그러므로 d 는 대부분의 식생에서 매우 유용한 풍속의 함수이다.



[그림 11.6] 식생높이(h)에서의 전형적인 윈드프로파일과 고도(d)에서의 영면변위 개념. 이론적으로 ($d+z_0$)에서의 풍속은 0로 떨어진다.

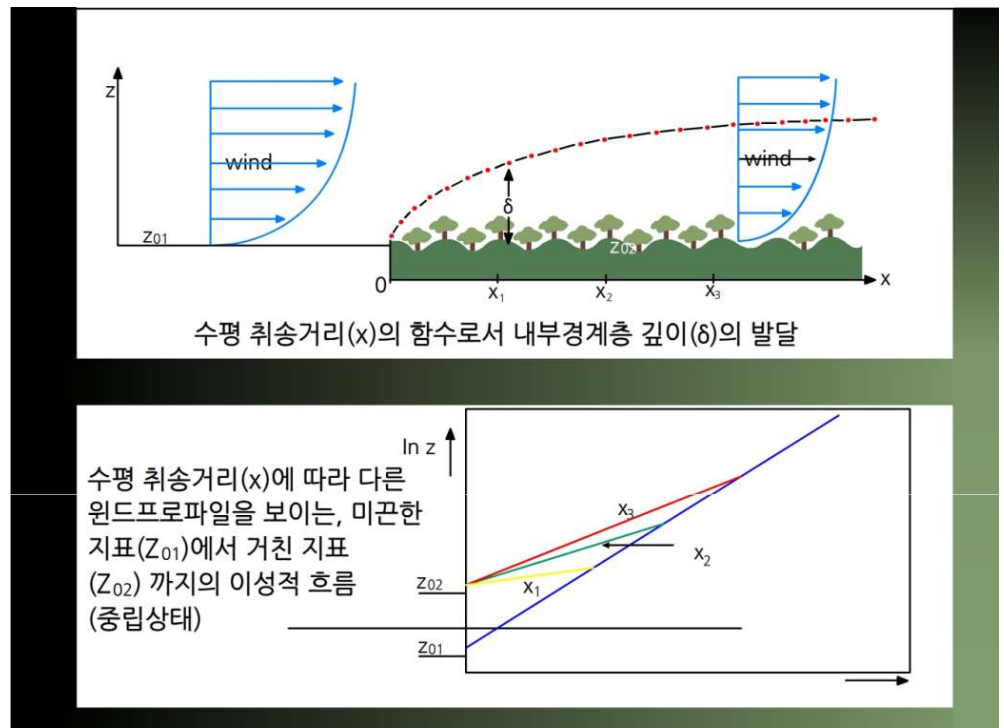
이러한 식생에서의 윈드프로파일의 영향을 고려하여 식 (11.14)는 다음과 같이 나타낼 수 있다. 단, 실제로 d 에서의 풍속은 0까지 떨어지지 않는다.

$$u_{(z)} = \frac{u_*}{k} \left(\ln \frac{z-d}{z_0} \right) \quad (11.15)$$

11.2 바람 구조(Wind Structure)

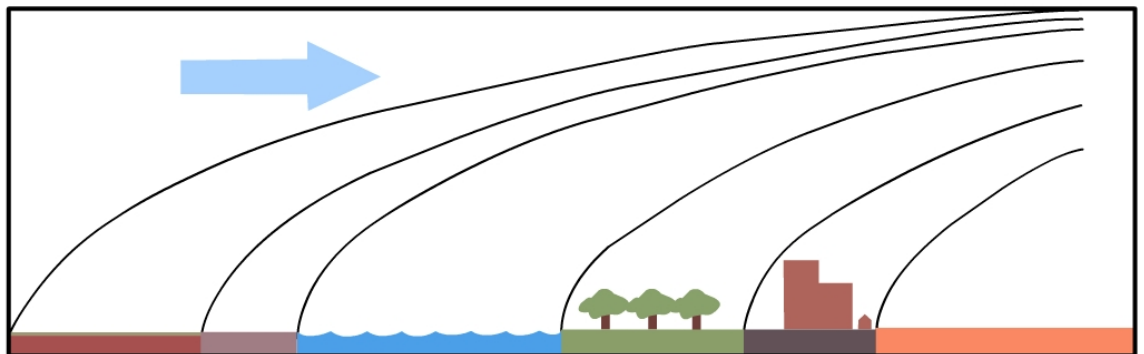
11.2.4.2 다른 거칠기를 갖는 지표에서의 기류

거칠기 길이 z_{01} 의 지표에서 z_{02} 의 지표까지의 기류 때문에 발생하는 운동량의 변화는 윈드프로파일의 점차적인 상향 변화를 야기할 것이다(그림 11.7). 내부 경계층은 수 km에 달하는 수평 취송거리(페치, Fetch)의 함수로서 다른 거칠기의 지표에 의해 변화할 것이다.



[그림 11.7] 취송거리의 함수로서 내부 경계층의 성장

그러므로, 다양한 거칠기를 갖는 지표가 연속적으로 존재할 때, 내부 경계층은 매우 복잡하게 발달할 것이다(그림 11.8).



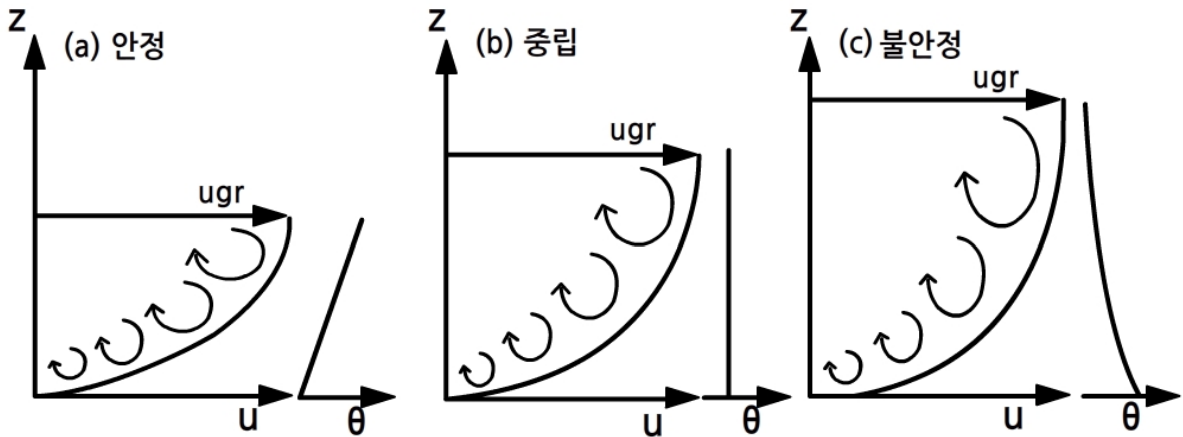
[그림 11.8] 복합 형태의 지표일 경우, 내부경계층의 전형적인 흐름

11.2 바람 구조(Wind Structure)

11.2.5 경계층 유형(Boundary Layer Types)

앞에서 서술한 이론적 설명은 부력이 작용하지 않는 중립 경계층의 경우에 해당한다. 대기가 불안정하다면, 연직 운동의 확장 때문에 난류의 연직 발달은 강화된다. 반면에 안정한 상태에서의 난류의 연직 발달은 약화된다.

이미 서술한 바와 같이, 에디(소용돌이 Vortex)들은 중립 경계층에서 $w' = u'$ 로 회전한다. 불안정한 경계층에서의 역학적 난류는 여전히 지표 부근에서는 지배적이거나, 고도가 증가함에 따라 부력의 영향에 의해 $w' > u'$ 의 상태가 되기 때문에, 에디는 연직으로 뻗어 나간다. 그러므로 위로부터의 운동량 플럭스는 강화되고, 저층에서의 바람은 강해진다.

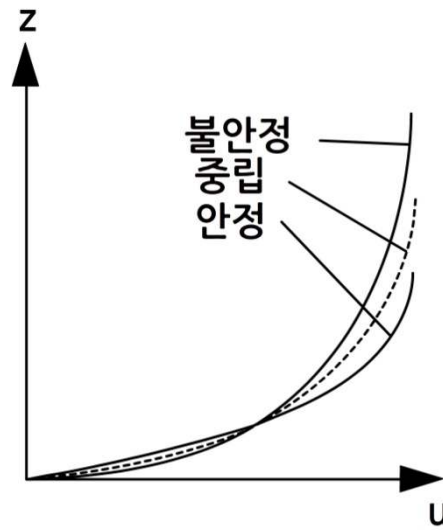


[그림 11.9] 안정도에 따른 에디 형태와 바람 및 온위의 프로파일

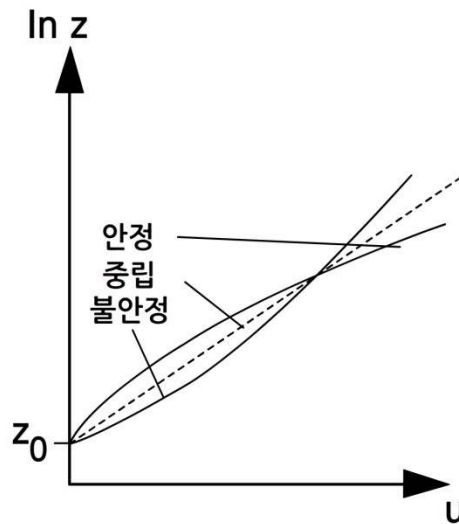
안정한 경계층일 경우, 지표 부근에서는 역학적 난류가 지배적이고 에디는 회전하나, 고도가 증가함에 따라 부력이 연직 운동에 저항하여 버팀으로서 에디는 옆으로 평평하게 퍼지는 형태가 된다. 즉, $w' < u'$ 의 상태가 되고, 위로부터의 운동량 플럭스가 억제되기 때문에 지표 부근의 바람은 약해진다(그림 11.9).

이러한 안정한 상태에서 억제된 운동량 플럭스는 비록 중립의 경우보다 지표 부근의 바람이 더 약하다 할지라도 하층에서의 운동량 손실이 없는 만큼 고도별 바람은 더 강하다는 것을 의미한다. 불안정한 상태에서 운동량은 경계층 내에서 더 균등하게 분산된다. 그 결과, 고도별 바람은 중립의 경우보다 더 약하고, 지표 부근의 바람은 더 강하다. 이러한 연직 변화량의 증가는 경계층을 더 깊게 하고, 반면에 안정한 프로파일은 경계층 깊이를 제한한다(그림 11.10과 그림 11.11).

11.2 바람 구조(Wind Structure)



[그림 11.10] 그림 11.9의 윈드프로파일들을 겹친 경우



[그림 11.11] 그림 11.10이 로그 프로파일 경우

이론적 대수법칙 프로파일로 부터의 이러한 시도들은 식 (11.14)가 단지 중립 상태의 경계층 깊이 전체에 걸쳐서 유효하다는 것을 의미한다. 또한, 역학적 힘이 부력보다 지배적이고, 에디들이 회전하는 몇 미터 안 되는 최하층에서는 여전히 유효하다.

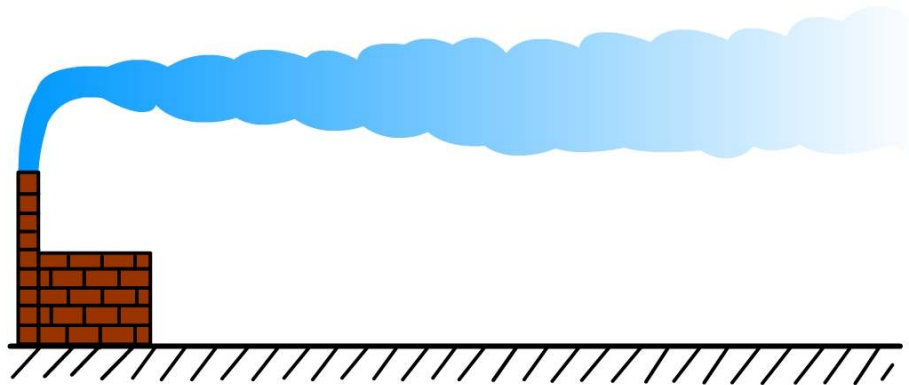
11.2 바람 구조(Wind Structure)

11.2.5.1 역학적 vs. 부력 메커니즘(Mechanical vs. Buoyancy Mechanisms)

비중립 상태일 경우, 경계층에서의 난류 발생에 있어서 역학적 메커니즘 대 부력 메커니즘의 상대적 중요성은 Monin-obukhov 안정도 길이(L), 시어(Shear) 대 부력의 비율로 나타내어진다. 그러므로 고도 z 를 고려하면, $z < L$ 의 경우는 시어가 난류 형성에 지배적이고, 반면에 $z > L$ 의 경우는 부력이 지배적이다. 전형적으로, 대류가 활발한 주간에는 L 이 약 50m이고, 그 아래에서는 시어가 지배적이다. 매우 안정적인 야간에는 L 이 약 10m이다.

11.2.5.2 굴뚝 배출 연기 형태(Smoke Plumes)

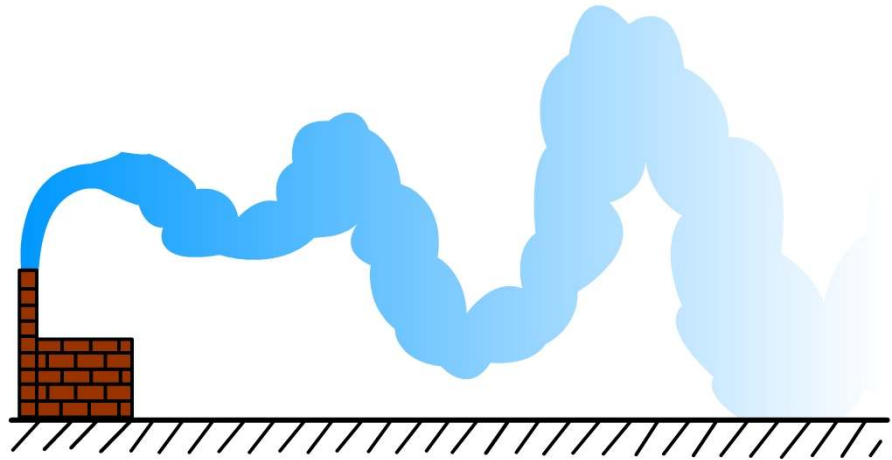
중립 상태의 유리한 조건은 강한 바람과 흐린 하늘이다. 그러한 상황에서, 지표는 열 에너지원으로 작용하지 않고, 공기는 가열되지 않는다. 기온감율은 단열감율이고, 연직 변위하는 공기 덩어리에 부력이 작용하지 않는다. 그러므로 이러한 중립상태에서의 굴뚝에서 배출되는 연기는 같은 수평과 연직 비율로 순풍 방향으로 퍼져 나가며, 그림 11.12와 같은 원추형(Coning)을 나타낸다.



[그림 11.12] 중립 상태에서의 원추형(Coning) 연기

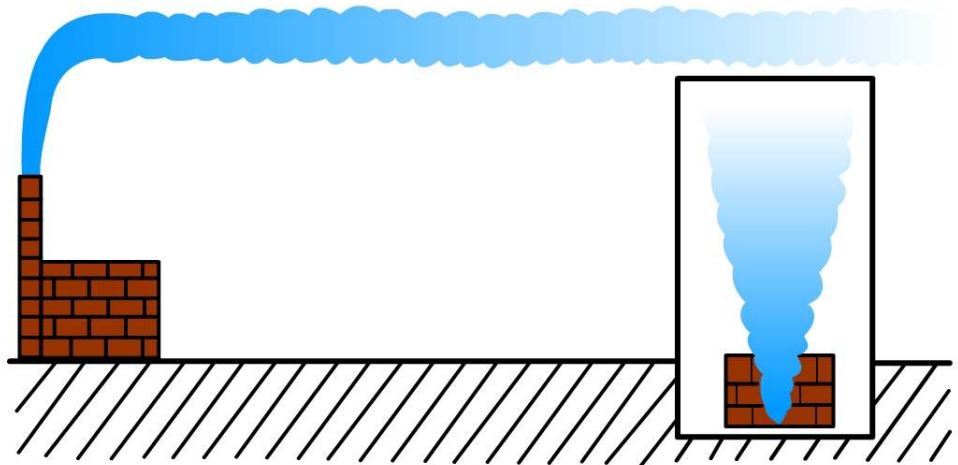
불안정한 경계층은 약한 바람과 햇빛이 있는 주간에 전형적으로 나타난다. 지표는 데워지고, 그 열은 하층 대기로 이동한다. 이것은 온도 상승과 자유 대류혼합을 일으키고, 불안정한 기온감율을 야기한다. 또한, 따뜻한 바다위에서 부는 차가운 공기도 불안정한 경계층을 발생시킨다. 이 두 경우에, 강한 바람이 불면 역학적 난류가 증가되고 연직교환을 위한 자유 대류가 덜 지배적이기 때문에 경계층이 중립적으로 되어 간다. 매우 불안정한 대기에서, 굴뚝에서 배출되는 연기 형태는 그림 11.13과 같은 큰 대류성 에디들에 대응하는 환상형(Looping) 패턴을 보인다.

11.2 바람 구조(Wind Structure)



[그림 11.13] 불안정 상태에서의 환상형(Looping) 연기

고요한(Calm) 야간의 육상에서 발달하는 경계층은 안정 상태이다. 지표면은 열을 손실하고, 대기 최하층부는 차가워진다. 이로 인하여 역학적인 난류를 억제하는 안정적인 기온감율이 나타난다. 이러한 안정적인 상태에서 적당히 거칠은 지표일 경우의 10m 바람은 일반적으로 경도풍(Gradient Wind)의 25%정도 이고, 중립 상태에서는 50%, 불안정 상태에서는 70%정도 이다. 또한, 불안정 경계층의 경우에 언급했듯이, 바람 강도의 증가는 경계층을 더 중립적으로 만든다. 이때, 혼합에 의하여 차가운 공기는 위로 보내지고, 위에 있던 따뜻한 공기는 아래로 내려온다. 대기가 안정한 상태일 때, 굴뚝에서 배출되는 연기는 순풍 방향으로 수평하게 퍼져 나가지만, 연직으로는 퍼지지 않는다. 그러므로 연기형태는 그림 11.14와 같이 부채형이다.

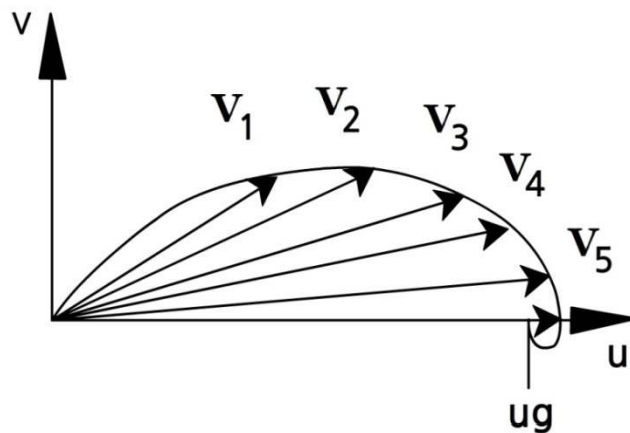


[그림 11.14] 안정 상태에서의 부채형(Fanning) 연기. 삽입된 작은 그림은 부채형, 원추형, 또는 환상형의 경우, 위에서 봤을 때의 연기 형태로서, 순풍 방향으로 흐르면서 옆으로 퍼지는 양상을 보인다.

11.2 바람 구조(Wind Structure)

11.2.6 에크만 나선(Ekman Spiral)

경계층 대기는 중립상태이고, 수평온도경도 및 연직속도가 존재하지 않는다고 가정하면, 경계층 내의 이론적 풍향 및 풍속 프로파일을 유추할 수 있다. 이러한 프로파일은 1890년대 V. W. Ekman에 의한 해양 상층부에서의 흐름의 연구로부터 처음으로 얻어졌고, 그 후 대기 경계층에 응용되어져 왔다.



[그림 11.15] 에크만 나선(Ekman Spiral)

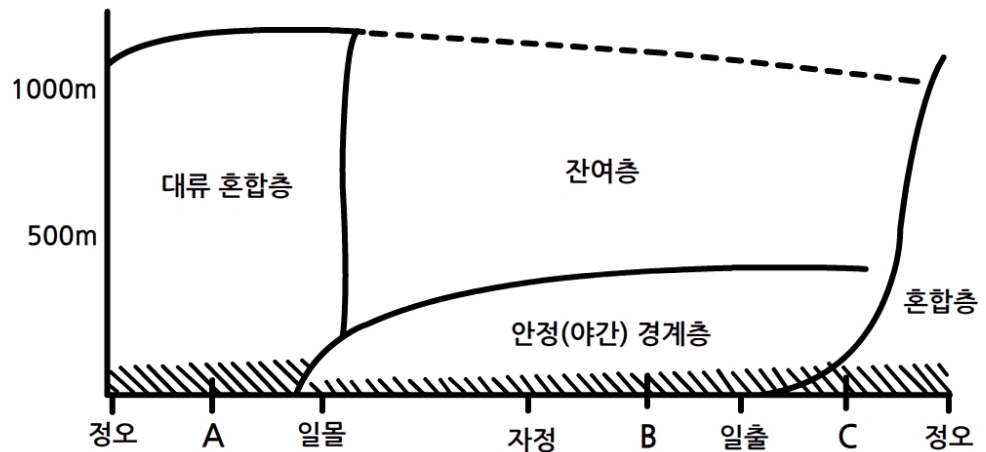
지표 바람은 등압선에 대해 45° 각도로 저기압 쪽으로 불고, 상공으로 갈수록 마찰력이 감소하여 풍속이 증가하고, 북반구(남반구)에서는 시계(반시계) 방향으로 바뀌면서 나선형이 된다. 이것을 에크만 나선이라 한다(그림 11.15). 그림의 벡터는 $V_1, V_2, V_3...$ 순으로 고도가 높아진다. 또한, 고도에 따라 등압선과 이루는 각이 작아지고, 마찰의 영향을 거의 받지 않는 높이에 이르러서는 등압선과 나란하게 부는 지균풍이 된다.

그러나 실제 대기에서는 이상적인 조건이 정확히 성립하는 경우는 거의 없으며, 바람구조는 매우 민감하기 때문에, 완벽한 에크만 나선은 일반적으로 존재하지 않는다.

11.2 바람 구조(Wind Structure)

11.2.7 경계층 발달(Boundary Layer Evolution)

그림 11.16은 맑고 바람이 약한 대기 상태에서의 경계층의 일변동을 보여 준다. 주간에는 지표 가열에 따른 대류 혼합 경계층(혼합층)이 발달한다. 일몰 경에는 지면이 냉각되기 시작하고, 지표에 안정 경계층(안정층)이 발달한다. 이 안정층은 야간 동안의 지속적인 냉각에 의하여 점차적으로 깊어진다. 안정층 위에 있는 잔여층(Residual Layer)은 주간의 대기 혼합의 잔재로서 정온위(Constant Potential Temperature)의 중립 프로파일을 보존하고 있다. 일출 후, 새로운 혼합층이 안정층 아래에서 발달하고, 이어 지는 가열에 의하여 더 깊어지며, 안정 상태는 파괴된다.



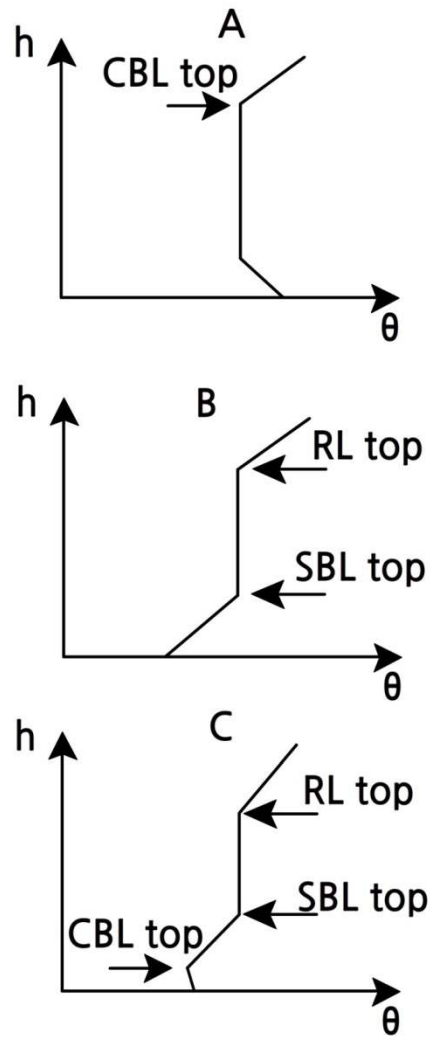
[그림 11.16] 맑고 바람이 약한 대기 상태에서의 경계층의 일변동. 빗금친 부분은 역학적 난류가 지배적인 지표층(접지경계층)이다.

주간에 경계층은 불안정하고, 야간에 경계층은 안정하다. 그러므로 이론적 대수법칙에 의한 윈드프로파일은 적용할 수 없다. 그러나 지표 부근에서는 역학적 혼합이 지배적이고, 프로파일은 대수법칙에 따른다. 이 층은 지표층(접지경계층)으로 알려져 있고, 그림 11.16의 빗금친 부분이 여기에 해당하며, 경계층의 하부 약 10%정도를 차지한다.

그림 11.17은 그림 16의 A, B, C 지점에서의 연직 온도 프로파일 보여준다.

맑지 않거나 바람이 약하지 않다면, 주간에 불안정한 경계층과 야간에 안정한 경계층의 구분은 더 불명료해진다. 즉, 강풍에다 흐린 날의 경우, 경계층은 밤낮으로 거의 변하지 않고, 대기의 조건은 중립이 된다.

11.2 바람 구조(Wind Structure)



[그림 11.17] 그림 11.16의 A, B, C 지점에서의 연직 온위 프로파일. CBL=대류 경계층(혼합층), SBL=안정경계층(안정층), RL=잔여층

11.3 지표면 에너지 균형

태양복사는 대기의 궁극적인 에너지원이다. 지표에 도달한 태양복사 에너지의 일부는 반사되고, 나머지는 지중에 흡수되는데, 그 비율은 지표상태(물, 땅, 얼음, 등)에 따라 차이가 있다.

지구 표면의 약 70%는 바다이다. 물은 비열이 높고, 해양 상층부에서의 대류는 약 100m의 혼합층에 열을 보낸다. 그러므로 해양은 막대한 열저장 용량을 가지고 있고, 온도변화는 느리며, 계절의 변화도 육지보다 뒤쳐진다.

반대로, 육지는 열저장 용량이 상대적으로 작고, 비열은 평균적으로 물의 약 1/4정도이다. 지표면으로부터 지표 아래로의 열 이동 메커니즘은 열전도(Heat Conduction)이고, 토양의 경우에 열전도는 작다. 온도의 일변동은 1m 이하, 연변동일 경우는 수 m 깊이까지 확대된다. 그러나 육지의 표면은 빠르게 가열되고, 또한 빠르게 에너지 균형을 이룬다. 예를 들어, 태양복사 흡수량의 급격한 증가는 빠른 온도 상승을 야기한다. 증가된 장파복사는 전도 등 온도변화에 관련되는 현열, 증발 등 상태변화와 관련된 잠열과 함께 거의 정확하게 에너지 균형을 이룰 것이다.

11.3.1 육상(Land)에서의 에너지 균형

지구 표면에 도달하는 순 복사량(Net Radiation)은 다음 식과 같이 묘사될 수 있을 것이다.

$$R_n = R_s \downarrow - R_s \uparrow + R_l \downarrow - R_l \uparrow \quad (11.16)$$

$R_s \downarrow$ 는 하향 태양복사 플럭스 또는 일사량이다. 이것은 직달(Direct) 또는 산란(Diffuse) 복사를 포함하고, 0.3~4.0 μm 의 범위에서 일어나며, 0.4~0.7 μm 의 범위에서는 절반이 일어난다.

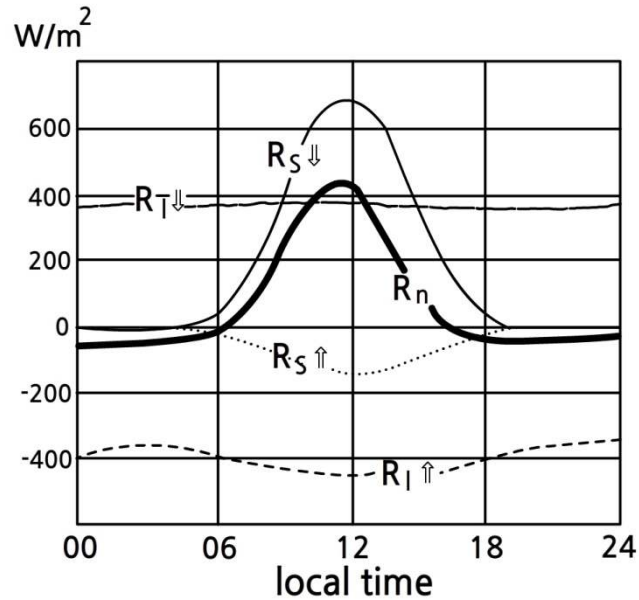
$R_s \uparrow$ 는 반사된 태양복사량이며, 이것은 $\alpha R_s \downarrow$ 와 같다. 여기서 α 는 알베도(Albedo)이다.

$R_l \downarrow$ 는 구름, 에어로솔, 그리고 수증기나 CO₂와 같은 태양복사의 흡수에 관여하는 기체들로부터 방사되어 들어오는 장파복사량이다.

$R_l \uparrow$ 는 지표로부터 나가는 복사량이다. 대부분의 자연면(Natural Surfaces)의 방사율은 약 1에 가깝기 때문에, $R_l \uparrow \approx \sigma T_s^4$ 이고, 여기서 T_s 는 지표면 온도이다.

11.3 지표면 에너지 균형

$R_n \uparrow$ 은 최대온도 시간에서 가장 크고, 최소온도 시간에 가장 작다.



[그림 11.18] 북위 52°에 위치한 영국의 로담스테드의 두꺼운 잔디 지표의 경우, 맑은 여름날의 복사 구성 요소

식 (11.16)의 각 요소들은 열 플럭스, 즉 단위 시간당 단위 면적을 통과하는 열 전달율이다. 단위는 $J s^{-1} m^{-2}$ 또는 $W m^{-2}$ 이다.

순 복사량 R_n 이 어떻게 활용되는지 다음의 식에서 알아보자.

$$R_n = G + H + LE \tag{11.17}$$

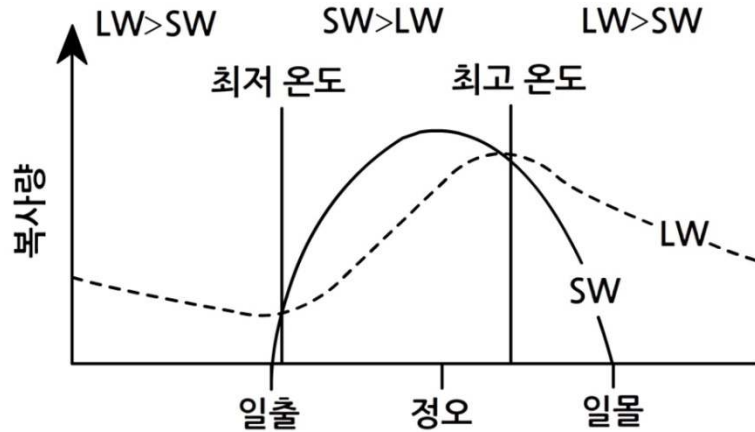
여기서 R_n 은 순 복사량, 또는 단위 초, 단위 면적 당 들어오는 순 복사 에너지이다. G 는 전도에 의한 육지에서의 열 흐름이고, H 는 분자 확산에 의해 층류경계층을 통하여 대기로 전달된 현열이다. LE 는 잠열×증발률로 수분 증발(얼음 상태 포함)에 사용되는 열이다.

상기의 각 항은 양 또는 음의 값을 가질 수 있다. 주로 야간에 나타나는 현상으로 지표면 온도가 지표 아래 온도보다 낮을 경우, 열 에너지는 상향 전달될 수 있고, 또한, 응결되면 잠열이 증가한다.

LE 와 H 의 상대적인 크기는 지표 상태에 따라 다양하다. 해양일 경우, LE 가 H 보다 크다. 반대로 육지의 경우는 비슷한 크기이지만, 지표 종류에 따라 상당히 다양하다.

11.3 지표면 에너지 균형

들어오는 복사량이 나가는 복사량을 초과하면 지표온도는 올라가고, 반대로 들어오는 복사량이 나가는 복사량보다 적으면 지표온도는 떨어진다. 최대 또는 최소 온도는 들어오는 복사량과 나가는 복사량이 같아지는 시점에서 발생한다(그림 11.19).



[그림 11.19] 들어오는 복사량(SW)과 나가는 복사량(LW)의 균형(단, 열의 전도 및 난류 전달은 무시한다)

11.3.2 보우엔 비(Bowen Ratio)

잠열과 현열 플럭스의 상대적인 중요성은 보우엔 비(Bowen Ratio)로 알려진 파라미터로 정량화 할 수 있다. 보우엔 비는 현열 플럭스와 잠열 플럭스의 비로 다음과 같다.

$$\beta = H/LE \tag{11.18}$$

보우엔 비는 다음의 식에 의해서 근사될 수 있을 것이다.

$$\beta = \frac{C_p \partial T / \partial z}{L \partial r / \partial z} \quad \text{or} \quad \beta = \frac{C_p (T_1 - T_2)}{L(r_1 - r_2)} \tag{11.19}$$

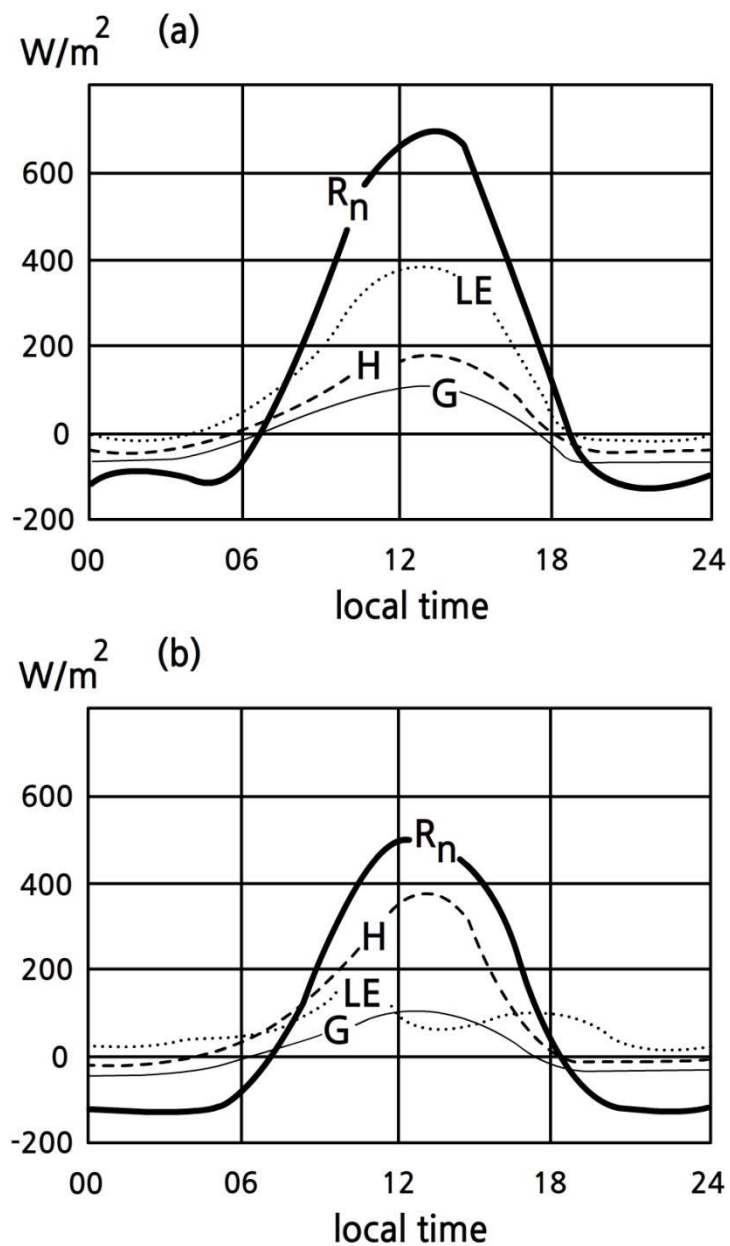
여기서 r 은 습도혼합비(Humidity Mixing Ratio), C_p 는 정압비열, L 은 증발 잠열이다.

열대 해양 상에서의 전형적인 주간의 β 값은 평균 약 0.1로 추정되며, 습한 열대 밀림의 경우는 0.1~0.3, 온대 산림 및 초원의 경우는 0.4~0.8, 반건조(Semi-arid)성 지역의 경우는 2~6, 사막은 10이상 이다.

11.3 지표면 에너지 균형

또한, β 값은 지표 수분의 변화에 따라 다양하다. 그림 11.20은 한 지점에서 지표가 습윤 및 건조 상태일 경우의 β 의 변화를 보여준다.

예를 들어, 강수 후와 같은 지표가 습한 경우에 β 값은 작고, 최대온도는 β 가 큰 값이었을 때만큼 도달하지 못한다. 이것은 태양복사의 많은 양이 지표 수분의 증발에 소비되기 때문이다. 그러므로 사막에서의 주간 온도는 같은 위도 상의 열대 우림 지역에 비해 매우 높다.



[그림 11.20] 순 복사량(R_n)의 열 균형 구성 요소의 24시간 변동(관측 지점 : 미국 네브라스카의 초원지대). (a) 강수 후, (b) 맑은 날씨의 건조한 날이 15일간 지속된 후

요약

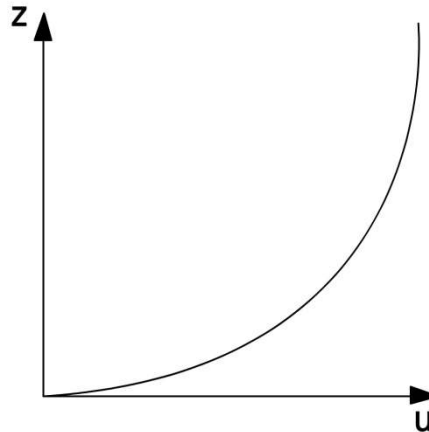
1. 부력의 영향 없이 오로지 역학적 메커니즘에 의해 난류가 형성되는 중립 경계층에서 바람의 연직 프로파일은 대수법칙에 따르며 수 백 m 높이까지 발달한다. u 에 대한 선형 $\ln z$ 가 얻어지고, 예를 들어 해양의 경우 600m까지 올라간다.
2. 대수 프로파일에서 풍속이 0인 높이는 공기 역학적 지표면 거칠기이며, 거칠기 길이로 알려져 있다. 이때, 프로파일의 기울기로부터 마찰속도를 구할 수 있고, 그로 인하여 운동량 플럭스 또는 운동량의 하향 전달 비율이 구해진다.
3. 중립 경계층에서 열과 운동량 등을 전달하는 회전하는 에디의 크기(l)는 연직 높이(z)와 관련되며, 카르만 상수에 의해 $l = 0.4z$ 과 같다.
4. 거칠은 지표면 경우, 경계층 내의 바람은 약하고, 경계층 깊이는 깊게 발달한다. 대기가 안정하다면, 경계층은 얇고 지표풍은 약하다. 반대로 대기가 불안정하다면, 경계층은 깊고 지표풍은 강해진다.
5. 농작물(또는 식생)이 밀집되어 있는 광범위한 농경지의 경우, 식생 꼭대기 부근에서 지표와 같이 기류를 방해하는 항력이 작용하며, 그 높이는 식생 높이의 2/3위치이다.
6. 다른 거칠기가 존재하는 지표를 통과하는 기류의 경우, 내부 경계층은 수평 취송거리의 함수로서 다른 거칠기의 지표에 의해 변화할 것이다.
7. 만약 안정도가 중립이 아니라면, 부력은 강화되거나 난류는 약해진다. 이때 이론적 대수함수 프로파일은 역학적 난류가 여전히 지배적인 경계층의 최하층에서만 나타난다.
8. 에크만 나선은 경계층에서의 바람 벡터의 이론적 변화를 묘사한다.
9. 비중립 조건 하에서 역학적 메커니즘과 부력 메커니즘의 상대적 중요성은 Monin-Obukhov 안정도 길이(L)로 나타내어진다. $z < L$ 의 경우는 시어가 난류 형성에 지배적이고, 반면에 $z > L$ 의 경우는 부력이 지배적이다. 대류가 활발한 주간에는 L 이 약 50m이고, 매우 안정적인 야간에는 L 이 약 10m이다.

요약

10. 맑고 고요한 대기 상태에서의 주간의 발달한 대류 혼합 경계층은 일몰 경에 안정 경계층 위에 잔여층으로 존재한다. 강풍이 불고 흐린 날의 경우, 경계층은 밤낮으로 거의 변하지 않고 유지된다.
11. 지표에 도달한 순 복사량은 구성 요소별로 구분할 수 있다. 순 복사량은 육지 내외로의 전도, 그리고 대기와 지표사이의 현열과 잠열 플럭스에 의해 지표면에서 균형을 이룬다. 현열 플럭스와 잠열 플럭스의 비는 보우엔 비(β)로 알려져 있고, 그 값은 사막의 경우 10보다 크고, 열대 해양일 경우 약 0.1로 추정된다.
12. 최대 또는 최소 온도는 들어오는 복사량(SW)과 나가는 복사량(LW)이 균형을 이룰 때 발생한다. 보우엔 비는 최대 온도(T_{\max})를 결정하는데 중요한 역할을 할 것이다.

연습문제

1. 경계층을 정의하라.
2. 경계층에서 윈드 프로파일의 아래와 같이 주어졌을 때(그림 1),



[그림 1] 균일 지표의 경우 윈드 프로파일

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{A}{z} \quad (1)$$

고도에 따른 수평 풍속 u 는 식(1) 같은 관계를 가진다. 여기서 A 는 풍속과 지표 상태에 의존하는 상수이다. 식(1)을 적분하여 u 를 구하라.

3. 연습문제 2번에서 상수 A 를 표면 마찰력에 의해 기계적으로 변하는 에디의 이동한 거리 즉 혼합길이(l)와 혼합길이에 따라 변하는 에디 직경의 상수 즉 카르만 상수(k)로 대체되는 과정을 유도하고 설명하라.
4. 경계층의 3가지 유형(안정, 중립, 불안정)을 바람과 온위로 설명하고 묘사하라.
5. 보우엔 비(Bowen Ratio)를 정의하라.

...the first of these is the fact that the ...

...the second of these is the fact that the ...

...the third of these is the fact that the ...

...the fourth of these is the fact that the ...

...the fifth of these is the fact that the ...

...the sixth of these is the fact that the ...

...the seventh of these is the fact that the ...

...the eighth of these is the fact that the ...

...the ninth of these is the fact that the ...

...the tenth of these is the fact that the ...

...the eleventh of these is the fact that the ...

...the twelfth of these is the fact that the ...

...the thirteenth of these is the fact that the ...

...the fourteenth of these is the fact that the ...

...the fifteenth of these is the fact that the ...

...the sixteenth of these is the fact that the ...

...the seventeenth of these is the fact that the ...

...the eighteenth of these is the fact that the ...

12장. 준지균 운동과 그 예측

12.1 중위도 순환의 관측 구조

12.2 준지균 근사

12.3 준지균 예측



학습목표

- 관측된 중위도 지방 순환의 평균 구조를 이해한다.
- 등압면 좌표계에서 준지귤 근사 과정을 습득한다.
- 준지귤 소용돌이도 방정식을 이용하여 파동 규모에 따른 파의 전파 특성을 파악한다.
- 지오퍼텐셜 경향 방정식을 이용하여 종관 요란이 발달하는 메커니즘을 이해한다.
- 준지귤 위치 소용돌이도의 보존 원리와 그 응용을 터득한다.

12.1 중위도 순환의 관측 구조

대기역학의 주 목표는 관측으로 얻은 대규모 대기운동의 구조를 이 운동을 지배하는 물리 법칙으로 해석하는 것이다. 이 물리 법칙들은 이미 앞 장에서 공부했듯이 운동량, 질량 및 에너지 보존을 나타내는 법칙으로서, 이 법칙을 이용하면 바람장, 기압장 및 기온장 사이의 관계를 알 수 있게 된다. 중위도 종관 규모 운동에서는 수평 속도가 대략적으로 지균적이다. 이와 같은 운동을 준지균적 운동이라 부르는데, 이 운동은 열대 요란이나 행성 규모 요란보다 분석하기에 더 간단하다. 이 규모의 운동이 전통적인 단기 일기예보에서 관심을 갖고 있는 주 시스템이다.

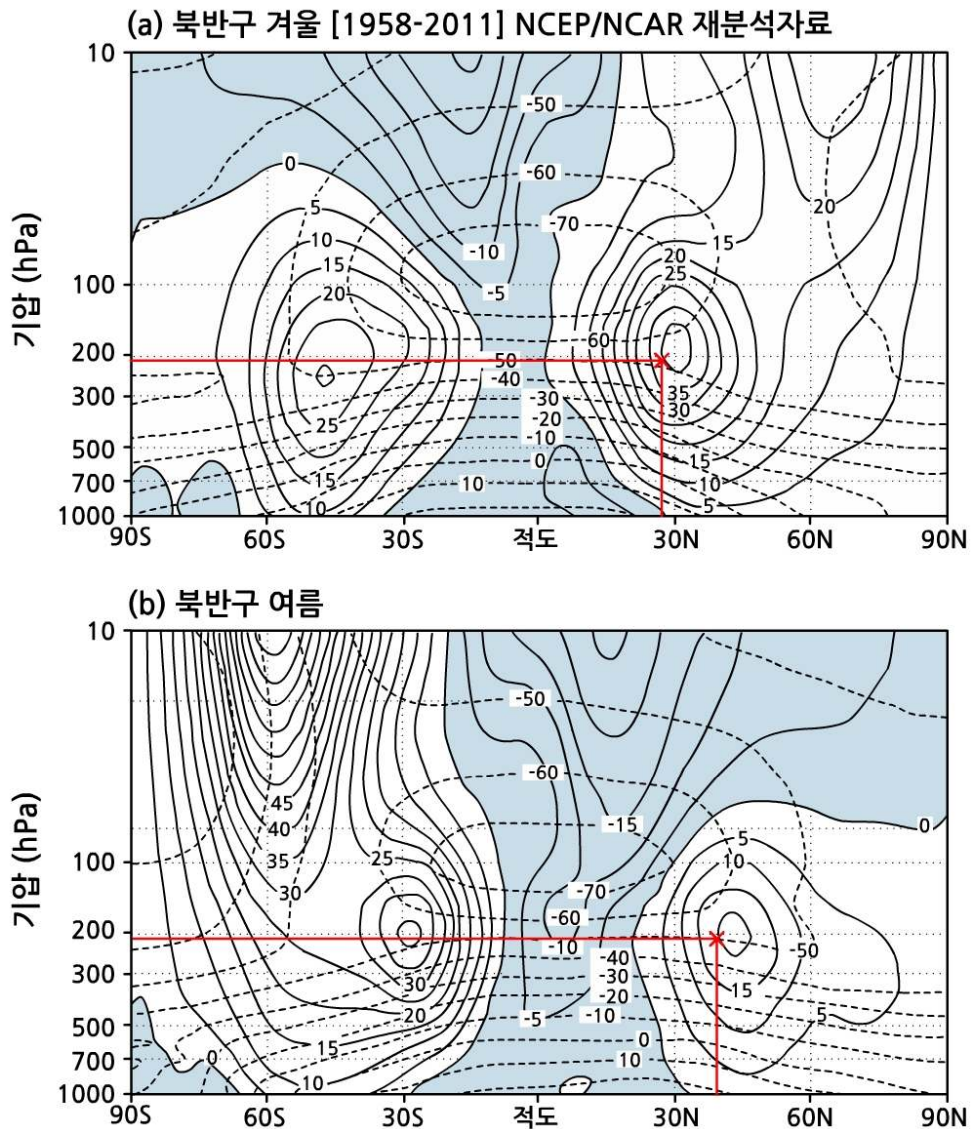
이 장에서는 중위도 종관 규모 시스템에서 쌍둥이 조건인 정역학 균형과 지균 균형이 경압 운동을 강요하고 있음을 제시할 것이다. 즉, 등압면에서 3차원 속도장의 구조가 지오퍼텐셜 고도 분포로부터 결정될 수 있음을 보일 것이다. 이를 나타내는 방정식들로 구성된 준지균 시스템을 논의할 예정인데, 그 전에 관측 자료로부터 중위도 종관 시스템의 구조를 먼저 살펴보는 것이 필요할 것이다.

12.1.1 중위도 순환의 관측 구조

종관일기도에 나타나는 대기 순환계를 보면 단순한 원형 소용돌이 형태의 순환은 거의 나타나지 않고, 일반적으로 순환이 비대칭 형태이고 경우에 따라 전선대처럼 좁은 영역에 집중되는 큰 기온 경도와 강한 바람이 나타나는 지역이 존재하게 된다. 이러한 시스템은 매우 경압적이어서 지오퍼텐셜과 풍속의 크기가 연직 방향으로 크게 변한다. 이렇게 대기가 경압적으로 되는 이유는 행성 규모 흐름이 경압적이기 때문인데, 즉, 대륙과 해양의 가열 차 때문이다. 게다가 이 흐름은 대규모 지형 변화로 인한 영향을 받게 되어 경도 방향으로 달라진다. 따라서 종관 시스템을 위도와 고도에 따라서만 변하는 동서류에 겹쳐진 요란으로 보는 것은 정확하지 않다. 그럼에도 불구하고 종관 규모 운동을 이론적으로 분석할 때 일차적 근사로 이 순환을 위도와 고도의 함수로 취급하는 것이 유용하다.

종관 규모 에디가 숨어 있는 행성 규모 순환의 전반적 구조는 동서 평균한 연직 단면도로부터 볼 수 있다. 그림 12.1은 북반구 겨울철과 여름철에 대한 경도 평균한 동서 바람과 기온의 연직 단면도이다. 이 그림은 연직 방향으로 성층권 하부에 해당하는 10 hPa 고도까지 보이고 있으나 이 장에서는 대류권의 구조를 집중적으로 설명할 것이다.

12.1 중위도 순환의 관측 구조



[그림 12.1] (a) 북반구 겨울철(12월, 1월, 2월)과 (b) 북반구 여름철(6월, 7월, 8월)에 대한 동서 방향 풍속(실선, 단위는 m/s)과 기온(점선, 단위는 °C)의 자오선 방향 연직 단면. 여기서 동서 방향 풍속과 기온은 경도 평균과 시간 평균을 한 값. 동풍은 음영으로 표시되어 있음
<1958년부터 2011년까지의 NCEP/NCAR 재분석자료를 사용>

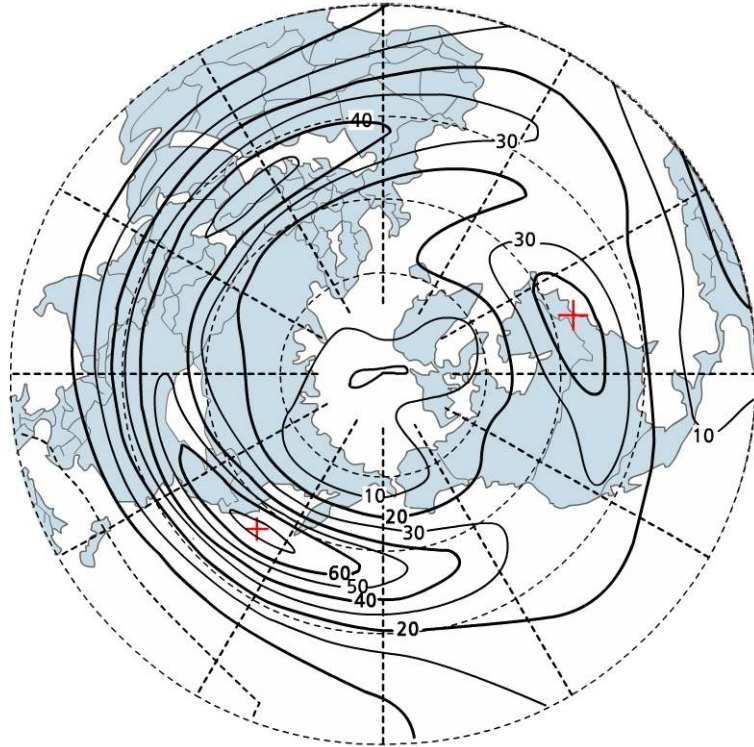
이 그림에서 먼저 눈 여겨 볼 것은 남북 방향 기온 경도이다. 북반구에서 대류권의 남북 방향 기온 경도는 여름철보다는 겨울철에 더 크다. 평균 동서 바람장과 기온장은 온도풍 관계를 거의 만족하기 때문에, 북반구 겨울철에는 최대 풍속이 30N 상공의 200 hPa 고도에서 나타나고 그 제트 중심의 풍속은 약 42 m/s이다. 반면 북반구 여름철에는 최대 풍속이 약 45N 부근 상공의 200 hPa 고도에서 나타나며 그 제트 중심의 풍속은 약 21 m/s에 불과하다.

12.1 중위도 순환의 관측 구조

한편 남반구에서는 제트 중심의 위치가 남반구 겨울철에 30S 상공의 200 hPa 근처에서 나타나고 남반구 여름철에는 약 45S 상공 250 hPa 고도에서 나타나고 있다. 제트 중심의 최대 풍속은 남반구 겨울철에 약 41 m/s, 남반구 여름철에 약 30 m/s이다. 북반구와 남반구를 비교해 보면 두 반구 모두 겨울철에 대륙권 상층 풍속이 강하게 나타나고 여름철에 상대적으로 약하게 나타난다. 이는 두 반구 모두에서 여름철보다 겨울철에 태양 고도에 의해 남북 기온 경도가 더 커지기 때문이다. 북반구에서 겨울철과 여름철의 최대 풍속 차가 약 21 m/s이나 나는데 비해 남반구에서는 그 차이가 11 m/s에 불과하다. 그 이유는 북반구 지표보다 남반구 지표가 더 많은 비율의 해양으로 구성되어 있고 이 해양이 큰 열적 관성을 갖고 있기 때문이다.

그림 12.1에서 보인 그림은 동서 방향으로 평균한 것이므로 경도에 따른 분포 특징을 알 수 없다. 경도 방향의 특징을 알기 위하여는 동서 방향으로 평균하지 않고 시간으로만 평균한 것을 볼 필요가 있다. 북반구 겨울철 200 hPa 고도의 평균 동서 방향 풍속 분포를 나타낸 것이 그림 12.2이다. 이 그림에서 분명히 알 수 있는 것은 동서 방향 풍속이 경도 방향으로 크게 변하고 있다는 점이다. 북반구 전체에서 가장 강한 동서 방향 풍속은 70m/s 이상으로서 아시아 대륙 동쪽인 30°N 근처 일본 열도 바로 남쪽에 나타나고 있다. 두 번째 강한 동서 방향 풍속은 50 m/s 이상이고 30°N 근처 아프리카 동부와 아라비아 반도 북쪽 상공에 걸쳐 위치하고 있으며, 세 번째 강한 동서 방향 풍속은 40 m/s가 좀 넘고 그 중심이 역시 30°N 근처이며 북아메리카 대륙 동쪽인 미국 동해안 상공에 위치해 있다. 특히 30°N 위도대에서 동서 방향 풍속이 가장 약한 곳은 태평양 동부와 대서양 동부임을 알 수 있다. 재미있는 사실은 중관 규모 저기압 시스템이 태평양 서쪽과 대서양 서쪽에 위치한 제트 중심 지역에서 잘 발달하는 경향이 있고 이 저기압 시스템이 대략적으로 제트 축을 잇는 스톰 경로를 따라 이동하려는 경향이 있다는 것이다.

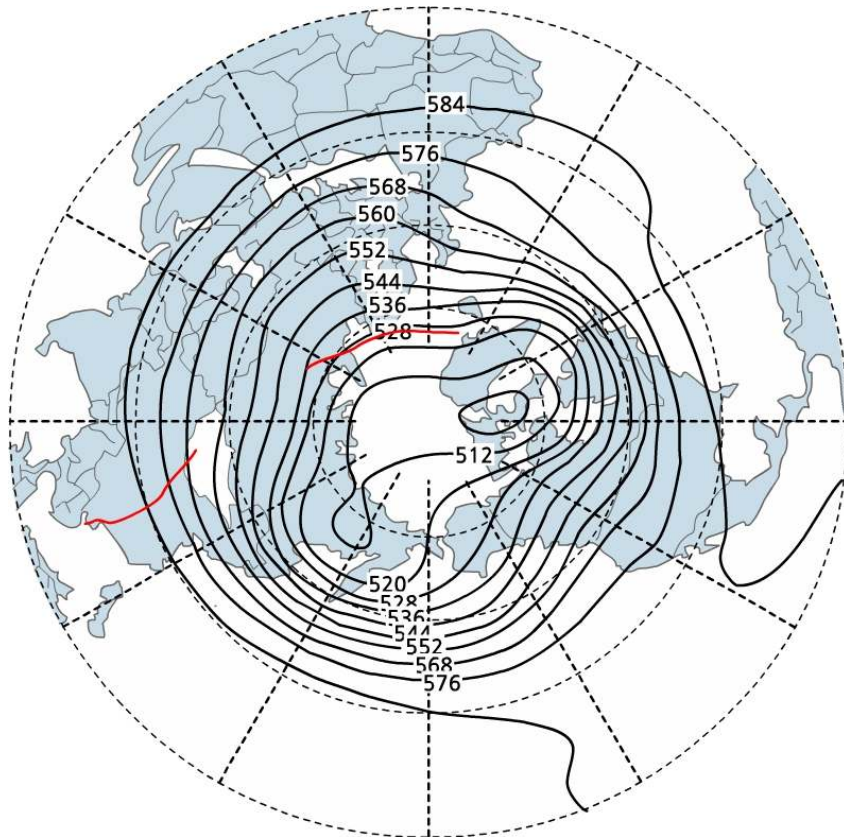
12.1 중위도 순환의 관측 구조



[그림 12.2] 200 hPa 고도의 북반구 겨울철 평균 동서 방향 등풍속 분포. 단위는 m/s이다. <1958년부터 2011년까지의 NCEP/NCAR 재분석자료를 사용하였다.>

또한 북반구 겨울철 기후학적 평균 제트류 강도가 경도에 따라 크게 변한다는 것은 중부 대륙권의 순환장을 보아도 금방 알 수 있다. 그림 12.3은 북반구 1월 평균 500 hPa 지오퍼텐셜 고도장을 나타내고 있다. 1개월의 지오퍼텐셜 고도 값을 평균하였음에도 불구하고 그 값들이 경도 방향으로 크게 달라지고 있음을 볼 수 있다. 이것은 분명히 대륙과 해양의 분포와 연결되어 있기 때문이다. 이 그림에서 가장 뚜렷한 기압골은 아시아 대륙 동쪽과 아메리카 대륙 동쪽에 위치해 있다. 그림 12.2에서 가장 강한 제트가 아시아 대륙 동쪽에 위치해 있다고 하였는데, 이 제트는 그림 12.3에서 보인 이 위치의 반영구적 기압골의 결과라고 할 수 있다. 이와 같이 종관 규모 시스템이 숨어 있는 평균 흐름은 경도에 따라 달라지는 시간 평균 흐름으로 간주될 수 있다.

12.1 중위도 순환의 관측 구조



[그림 12.3] 북반구 1월 평균 500 hPa 지오펜셜 고도장. 등치선 값은 실제 값의 1/10이고 단위는 m이다. <1958년부터 2011년까지의 NCEP/NCAR 재 분석자료를 사용하였다.>

전형적인 경압 저기압은 경압 불안정의 결과로 발달한다. 저기압이 급격히 발달하는 과정을 보면 상층 흐름과 지상 흐름 사이에 상호작용이 존재한다. 지상에서는 기압골 서쪽에 강한 한랭 이류가 발생하고 동쪽에는 약한 온난 이류가 존재함을 볼 수 있다. 이 온도 이류 패턴은 500 hPa 기압골이 지상 기압골을 뒤에서 따라가는 경우, 즉 500 hPa 기압골이 지상 기압골의 서쪽에 위치하는 경우에 발생한다. 다시 말하면, 이 상황은 1000 hPa 면과 500 hPa 면 사이의 층 평균 지귤풍이 지상 기압골 서쪽에서 두 면 사이의 두께 선을 횡단하여 두께가 더 두꺼운 쪽으로 불고 지상 기압골 동쪽에서는 두께가 더 얇은 쪽으로 불면서 발생한다. 종합하면, 대류권 전체에 걸쳐 기압골과 기압마루 축은 고도에 따라 서쪽으로 기우는 반면, 가장 따뜻하고 가장 찬 공기 축은 반대로 고도에 따라 동쪽으로 기우는 것으로 관측되고 있다.

12.2 준지균 근사

이 장의 주 목표는 관측된 중위도 종관 규모 시스템의 구조가 어떻게 역학 방정식으로 해석될 수 있는지를 보이는 것이다. 특별히 정역학적이고 거의 지균적인 운동에 대하여 3차원 흐름이 등압면의 지오퍼텐셜 분포로부터 근사적으로 결정될 수 있음을 보일 수 있다. 이 분석을 위하여 등압면 좌표계를 사용할 것이다. 그 이유는 측정되는 기상 변수들 값이 등압면에서의 값들이기 때문이고 역학 방정식이 등고도 좌표계보다 등압면 좌표계에서 더 간단해지기 때문이다. 그리고 이 절에서는 먼저 종관 규모 시스템 설명에 적절한 준지균 시스템을 소개할 것이다. 방정식의 준지균 시스템은 현대 대기역학 이론에서 아주 중요한 부분이다. 이 시스템은 원시 방정식보다 훨씬 더 간단한 대규모 대기 흐름에 대한 방정식 세트이기 때문에 이를 이용하여 종관 규모 시스템을 이해하기도 쉽다.

12.2.1 규모 분석

규모 분석을 수행하기에 앞서 먼저 앞에서 취급한 등고도 좌표계에서 표현한 여러 방정식들을 등압면 좌표계에서 표현해 보자.

등고도 좌표계에서 표시한 단순화 운동방정식 (3.2)와 (3.3)으로부터 마찰력을 무시하면 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{du}{dt} = fv - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (12.1)$$

$$\frac{dv}{dt} = -fu - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (12.2)$$

여기서 $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z}$ 이다.

그런데 등압면 좌표계에서는 $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + \omega \frac{\partial}{\partial p}$ 로 표현된다. 그리고 등압면 좌표계에서 기압경도력의 x 성분과 y 성분은 각각 $-\frac{\partial \phi}{\partial x}$, $-\frac{\partial \phi}{\partial y}$ 로 표현되는데, 이 때 ϕ 는 지오퍼텐셜을 의미한다. 앞의 5장에서는 등압면 고도를 h 로 나타내어 기압경도력의 x 성분과 y 성분을 각각 $-g \frac{\partial h}{\partial x}$, $-g \frac{\partial h}{\partial y}$ 로 표현한 바 있다(방정식 (5.2)를 보라). 따라서 $\phi = gh$ 의 관계가 있음을 알 수 있다. 그러므로 등압면 좌표계에서 표현되는 단순화 수평 운동방정식은 다음과 같다.

12.2 준지균 근사

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \omega \frac{\partial u}{\partial p} = fv - \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (12.3)$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \omega \frac{\partial v}{\partial p} = -fu - \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (12.4)$$

이 식들을 벡터로 표시하면 다음과 같다.

$$\frac{d\vec{V}}{dt} + f\vec{k} \times \vec{V} = -\nabla\phi \quad (12.5)$$

여기서 \vec{V} 는 수평 속도 벡터이고, \vec{k} 는 연직 방향 단위 벡터이다. 그리고 등고도 좌표계에서 정역학 방정식은 $\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$ 로 표현되나 (3장의 방정식 (3.4)를 보라) 등압면 좌표계에서는 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial p} = -\alpha = -\frac{RT}{p} \quad (12.6)$$

여기서 α 는 단위 질량당 체적인 비체적을 가리킨다. 그리고 연속방정식은 7장에서 이미 공부했듯이 등압면 좌표계에서 다음과 같이 표현된다(7장의 방정식 (7.1)을 보라).

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0$$

또는
$$\nabla \cdot \vec{V} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0 \quad (12.7)$$

한편 열역학 에너지방정식은 등압면 좌표계에서 다음과 같이 표현된다.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \right) T - S_p \omega = \frac{Q}{c_p} \quad (12.8)$$

여기서 $S_p = -T \partial \ln \theta / \partial p$ 는 정적 안정도 파라미터이고 Q 는 비단열 가열율을 뜻한다.

이 방정식은 9장에서 다룬 기온의 시간 변화율을 계산하는 식 (9.3)과 같다.

12.2 준지균 근사

위 방정식들은 이미 단순화된 방정식들이기는 하지만, 대규모 운동에서 관측되는 수평 바람이 거의 지균풍에 가깝고 연직 속도는 수평 속도에 비하여 약 1/1000 정도 작기 때문에 이 방정식들은 더 단순화시킬 수 있다. 먼저 수평 속도를 지균 성분과 비지균 성분으로 나누어 다음과 같이 표시한다.

$$\vec{V} = \vec{V}_g + \vec{V}_{ag} \quad (12.9)$$

중관 규모 운동에서는 비지균풍의 크기가 지균풍의 크기에 비하여 1/10 이상 작고 그 비는 로스비(Rossby) 수의 크기와 거의 같다.

그러므로 수평 풍속은 지균 풍속으로 근사시킬 수 있고 이류향에 있는 수평 풍속도 지균 풍속으로 대체할 수 있다. 아울러 이류향에서 연직 성분 이류향도 무시될 수 있다. 결국 수평 운동방정식에서 수평 풍속의 시간 변화율은 다음과 같이 근사시킬 수 있다.

$$\frac{d\vec{V}}{dt} \approx \frac{\partial \vec{V}_g}{\partial t} + u_g \frac{\partial \vec{V}_g}{\partial x} + v_g \frac{\partial \vec{V}_g}{\partial y} \equiv \frac{d_g \vec{V}_g}{dt} \quad (12.10)$$

한편 코리올리 파라미터 f 는 위도에 따라 변하기 때문에 테일러(Taylor) 급수로 전개하여 두 번째 항까지만 포함시키면 다음과 같은 근사적 표현을 얻을 수 있다.

$$f = f_0 + \beta y \quad (12.11)$$

여기서 f_0 는 상수로서 중위도를 대표하는 위도 ϕ_0 의 값이며,

$\beta = (df/dy)_{\phi_0} = 2\Omega \cos \phi_0 / a$ 이고 (Ω 는 지구 자전각속도, a 는 지구 반경) 위도 ϕ_0 에서 $y=0$ 이다. 이 근사를 보통 중위도 β 평면 근사라고 부른다. 중관 규모 운동에서 식 (12.11)의 두 번째 항은 첫 번째 항에 비하여 1/10 이상 작는데, 이 비도 대략적으로 로스비 수의 크기와 거의 같다.

방정식 (12.5)의 $\nabla \phi$ 는 벡터 지균풍의 정의 $\vec{V}_g \equiv f_0^{-1} \vec{k} \times \nabla \phi$ 로부터 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\nabla \phi = -f_0 \vec{k} \times \vec{V}_g$$

따라서 방정식 (12.5)에서 코리올리 힘과 기압경도력의 합은 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} -f \vec{k} \times \vec{V} - \nabla \phi &= -(f_0 + \beta y) \vec{k} \times (\vec{V}_g + \vec{V}_{ag}) + f_0 \vec{k} \times \vec{V}_g \\ &\approx -f_0 \vec{k} \times \vec{V}_{ag} - \beta y \vec{k} \times \vec{V}_g \end{aligned} \quad (12.12)$$

12.2 준지균 근사

위 식에서 \vec{V}_{ag} 와 βy 의 곱이 포함된 항은 다른 항에 비하여 매우 작으므로 무시되었다.

이제까지 설명한 내용을 정리하면 방정식 (12.5)를 단순화시킨 근사 수평 운동방정식은 다음과 같다.

$$\frac{d_g \vec{V}_g}{dt} = -f_0 \vec{k} \times \vec{V}_{ag} - \beta y \vec{k} \times \vec{V}_g \quad (12.13)$$

다음으로 연속방정식 (12.7)에 $\vec{V} = \vec{V}_g + \vec{V}_{ag}$ 를 대입하여 정리하면 다음과 같이 된다.

$$\nabla \cdot \vec{V} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = \nabla \cdot \vec{V}_g + \nabla \cdot \vec{V}_{ag} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = \nabla \cdot \vec{V}_{ag} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0 \quad (12.14)$$

여기서 앞의 지균풍 정의에 의해 지균풍은 비발산이므로 $\nabla \cdot \vec{V}_g = 0$ 을 이용하였다.

위 연속방정식 (12.14)를 스칼라 형태로 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\frac{\partial u_{ag}}{\partial x} + \frac{\partial v_{ag}}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0 \quad (12.15)$$

이 식을 이용하면 바람의 비지균 성분만에 의해 연직 속도 ω 를 구할 수 있다. 즉 연직 운동은 비지균 운동이라 할 수 있다.

마지막으로 열역학 에너지방정식 (12.8)을 단순화시키도록 하자. 이 식에서 수평 이류를 일으키는 수평 바람 속도 \vec{V} 는 \vec{V}_g 로 근사시킬 수 있다. 그러나 연직 이류는 무시되지 않고 단열 가열이나 냉각 항에 포함시킨다. 연직 속도가 작음에도 불구하고 이 연직 이류를 포함시키는 이유는 종관 규모 운동에서 연직 안정도가 충분히 커서 연직 운동에 의한 단열 가열이나 냉각이 수평 온도 이류와 거의 크기가 같기 때문이다. 단열 가열이나 냉각 항은 총 온도(T_{tot})를 기압에만 의존하는 기본 상태 값(T_0)과 그 편차(T)로 나눔으로써 더 단순화시킬 수 있다. 즉 다음과 같이 표현한다.

$$T_{tot}(x, y, p, t) = T_0(p) + T(x, y, p, t)$$

T_0 의 연직 변화율 크기가 T 의 연직 변화율 크기보다 훨씬 더 크기 때문에, T_0 만이 정적 안정도 항에 포함된다. 이렇게 얻은 준지균 열역학 에너지 방정식은 다음 형태로 표현될 수 있다.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla \right) T - \left(\frac{\sigma p}{R} \right) \omega = \frac{Q}{c_p} \quad (12.16)$$

12.2 준지균 근사

여기서 $\sigma \equiv -RT_0 p^{-1} d \ln \theta_0 / dp$ 로서 θ_0 는 T_0 에 대응하는 온위이다. 참고로 중부 대류권에서 σ 의 값은 약 $2.5 \times 10^{-6} m^2 Pa^{-2} s^{-2}$ 이다.

방정식 (12.6) 을 이용하면 방정식 (12.16) 은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla \right) \left(-\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) - \sigma \omega = \frac{\kappa Q}{p} \quad (12.17)$$

여기서 $\kappa = R/c_p$ 이다.

지금까지 취급한 방정식들 중에서 방정식 (12.13), (12.15), (12.17) 및 지균풍 정의를 나타내는 식 ($\vec{V}_g \equiv f_0^{-1} \vec{k} \times \nabla \phi$) 은 준지균 방정식 세트를 구성한다. 비단열 가열을 Q 가 알려지면 이 방정식 세트는 종속 변수가 $\phi, \vec{V}_g, \vec{V}_{ag}$ 및 ω 인 완전 세트를 형성한다. 그러나 이와 같은 형태의 방정식 세트는 예측 시스템으로는 적절하지 않다. 다음 절에서 논의하게 될 준지균 소용돌이도 방정식이 예측 시스템으로 더 적절하다.

12.2.2 준지균 소용돌이도 방정식

앞 절에서 수평 풍속을 지균 풍속으로 근사시켰듯이 여기서도 소용돌이도를 지균 소용돌이도로 근사시킬 것이다. 등압면 좌표계에서 지균풍 성분은 다음과 같이 표현된다.

$$u_g = -\frac{1}{f_0} \frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad v_g = \frac{1}{f_0} \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (12.18)$$

지균 소용돌이도 ($\zeta_g = \vec{k} \cdot \nabla \times \vec{V}_g$) 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\zeta_g = \frac{\partial v_g}{\partial x} - \frac{\partial u_g}{\partial y} = \frac{1}{f_0} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) = \frac{1}{f_0} \nabla^2 \phi \quad (12.19)$$

방정식 (12.19) 는 관측된 지오퍼텐셜 장 $\phi(x, y)$ 로부터 소용돌이도 장 $\zeta_g(x, y)$ 를 결정하는데 사용될 수 있다. 또한 이 방정식은 ζ_g 의 수평 분포가 알려지면 이로부터 라플라스 연산자를 역산함으로써 지오퍼텐셜 ϕ 의 분포를 결정하는데 사용될 수도 있다. 역산할 경우에는 관심 있는 영역의 경계에 ϕ 의 적절한 값들이 주어져야 한다.

벡터 형태의 운동방정식을 x 와 y 성분으로 나타내면 다음과 같이 된다.

$$\frac{d_g u_g}{dt} - f_0 v_{ag} - \beta y v_g = 0 \quad (12.20)$$

12.2 준지균 근사

$$\frac{d_g v_g}{dt} + f_0 u_{ag} + \beta y u_g = 0 \quad (12.21)$$

$\partial(12.21)/\partial x - \partial(12.20)/\partial y$ 를 수행하고 지균풍이 비발산임을 이용하면 다음과 같은 소용돌이도 방정식을 얻는다.

$$\frac{d_g \zeta_g}{dt} = -f_0 \left(\frac{\partial u_{ag}}{\partial x} + \frac{\partial v_{ag}}{\partial y} \right) - \beta v_g \quad (12.22)$$

코리올리 파라미터 f 가 y 에만 의존하므로 $d_g f/dt = \vec{V}_g \cdot \nabla f = \beta v_g$ 임을 주목하고 연속방정식 (12.15)를 이용하면 소용돌이도 방정식 (12.22)는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

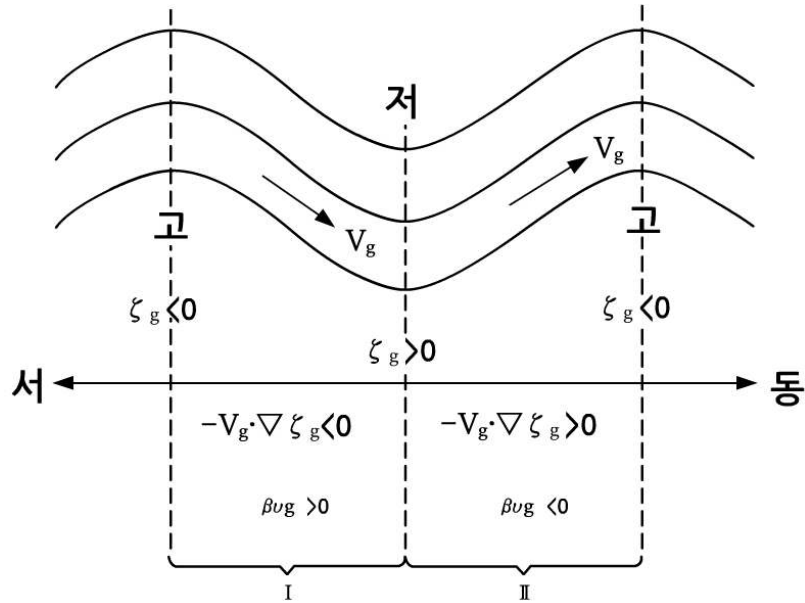
$$\frac{\partial \zeta_g}{\partial t} = -\vec{V}_g \cdot \nabla(\zeta_g + f) + f_0 \frac{\partial \omega}{\partial p} \quad (12.23)$$

이 방정식은 지균 소용돌이도의 국지 변화율이 지균풍에 의한 절대 소용돌이도의 이류와 유체 기둥의 신장 또는 수축에 의한 소용돌이도의 강화 또는 약화(발산 효과)의 합으로 결정된다는 것을 의미하고 있다. 우선 방정식 (12.23)의 오른 편 첫 번째 항은 다음과 같이 두 항으로 나누어 쓸 수 있다.

$$-\vec{V}_g \cdot \nabla(\zeta_g + f) = -\vec{V}_g \cdot \nabla \zeta_g - \beta v_g \quad (12.24)$$

이 식의 오른 편 첫 번째 항은 상대 소용돌이도의 지균 이류를 나타내고, 두 번째 항은 행성 소용돌이도의 지균 이류를 나타낸다. 이 두 항이 상대 소용돌이도의 국지 변화율에 어떻게 영향을 주는지 알기 위하여 편서풍 지역에 있는 파동을 고려한다. 그림 12.4는 이상화한 500 hPa 파동을 그린 것이다.

12.2 준지귤 근사



[그림 12.4] 상대 소용돌이도와 행성 소용돌이도의 양의 이유와 음의 이유를 보여 주는 개략적 500 hPa 지오포텐셜 장

500 hPa 골의 풍상측인 지역 I에서는 지귤풍이 상대 소용돌이도 최소 지역인 기압능으로부터 상대 소용돌이도 최대 지역인 기압골 쪽으로 불기 때문에 $-\vec{V}_g \cdot \nabla \zeta_g < 0$ 이다. 그러나 동시에 지역 I에서는 $v_g < 0$ 이기 때문에 $-\beta v_g > 0$ 이다. 따라서 지역 I에서는 상대 소용돌이도 이류가 국지 소용돌이도를 감소시키려 하고, 반면 행성 소용돌이도 이류는 국지 소용돌이도를 증가시키려 한다. 한편 500 hPa 골의 풍하측인 지역 II에서는 지귤풍이 상대 소용돌이도 최대 지역인 기압골로부터 상대 소용돌이도 최소 지역인 기압능 쪽으로 불기 때문에 $-\vec{V}_g \cdot \nabla \zeta_g > 0$ 이다. 그리고 지역 II에서는 $v_g > 0$ 이므로 $-\beta v_g < 0$ 이다. 그러므로 지역 II에서는 상대 소용돌이도 이류가 국지 소용돌이도를 증가시키려 하고, 반면 행성 소용돌이도 이류는 국지 소용돌이도를 감소시키려 한다. 결국 상대 소용돌이도 이류는 소용돌이도 패턴 즉 기압골과 기압능 패턴을 동쪽(풍하측)으로 이동시키려 한다. 그러나 행성 소용돌이도 이류는 이 기압골과 기압능 패턴을 편서풍 바람에 거슬러서쪽으로 이동시키려 한다. 이와 같은 운동을 역행이라 부른다. 이와 같이 소용돌이도 패턴이 동쪽으로 이동할 지 아니면 서쪽으로 이동할 지 결정하기 위해서는 상대 소용돌이도 이류의 크기와 행성 소용돌이도 이류의 크기를 비교해 보아야 한다. 이를 위하여 중위도 β 평면에서 다음과 같은 이상화한 지오포텐셜 분포를 고려한다.

$$\phi(x, y) = \phi_0 - f_0 U y + f_0 A \sin kx \cos ly \tag{12.25}$$

12.2 준지균 근사

여기서 $y = a(\phi - \phi_0)$ 이며 a 는 지구 반경이고 ϕ_0 는 f_0 가 계산되는 위도이다. 파라미터 ϕ_0 , U 및 A 는 기압에만 의존하고, 파수 k 와 l 은 각각 $k = 2\pi/L_x$ 와 $l = 2\pi/L_y$ 로 정의되는데 L_x 와 L_y 는 각각 x 방향과 y 방향 파장을 나타낸다. 지균풍은 성분은 다음과 같이 쓸 수 있는데,

$$u_g = -\frac{1}{f_0} \frac{\partial \phi}{\partial y} = U + u_g' = U + lA \sin kx \sin ly$$

$$v_g = \frac{1}{f_0} \frac{\partial \phi}{\partial x} = v_g' = +kA \cos kx \cos ly$$

여기서 (u_g', v_g') 은 중관 파동 요란에 의한 지균풍이다. 위 식을 이용하여 지균 소용돌이도를 계산하면 다음과 같이 간단히 표현된다.

$$\zeta_g = f_0^{-1} \nabla^2 \phi = -(k^2 + l^2) A \sin kx \cos ly$$

이 간단한 경우에 파동 지균풍 성분에 의한 상대 소용돌이도 이류는 0이 된다. 즉,

$$-u_g' \partial \zeta_g / \partial x - v_g' \partial \zeta_g / \partial y = 0$$

따라서 상대 소용돌이도 이류는 간단히 다음과 같이 된다.

$$-u_g \frac{\partial \zeta_g}{\partial x} - v_g \frac{\partial \zeta_g}{\partial y} = -U \frac{\partial \zeta_g}{\partial x} = +kU(k^2 + l^2) A \cos kx \cos ly \quad (12.26)$$

그리고 행성 소용돌이도 이류는 다음과 같이 표현된다.

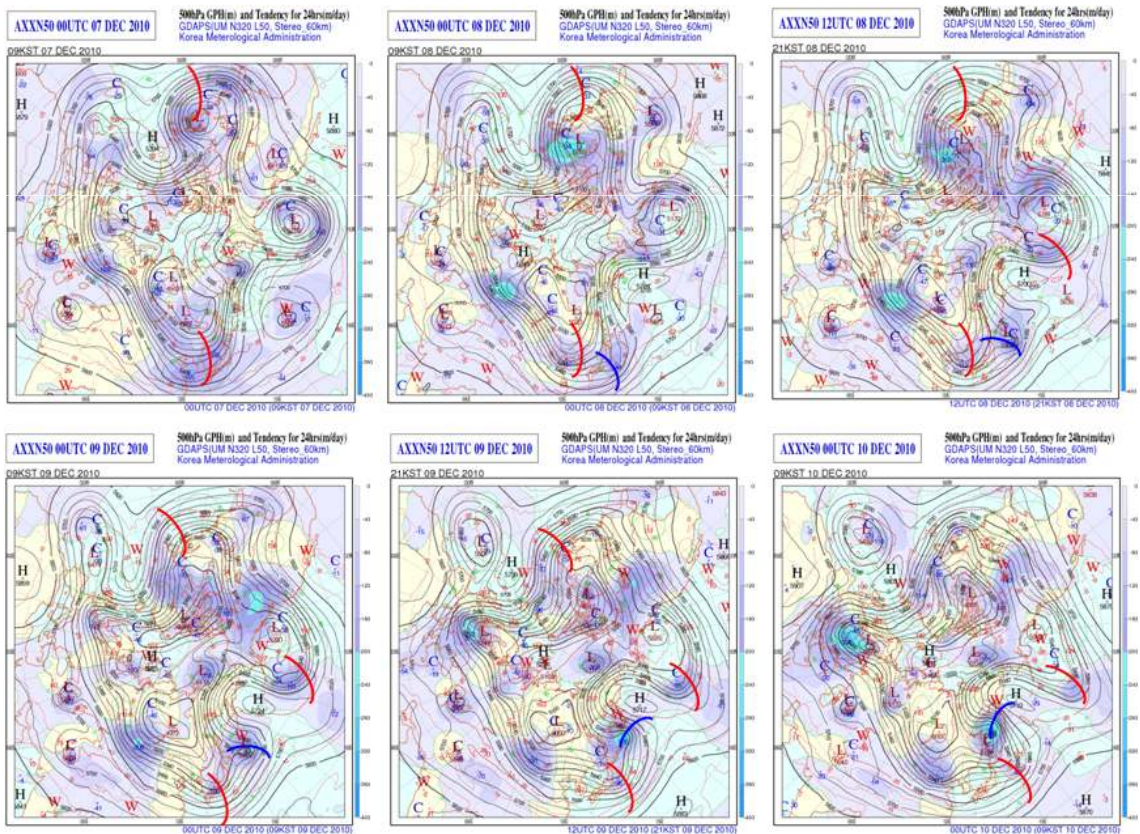
$$-\beta v_g = -\beta k A \cos kx \cos ly \quad (12.27)$$

식 (12.26)과 식 (12.27)을 비교하려면 공통 부분인 $kA \cos kx \cos ly$ 를 제외하고 $+U(k^2 + l^2)$ 과 $-\beta$ 를 비교하면 된다. 이 둘 중 어느 것이 더 큰 값을 갖는지는 파수에 달려 있다. k 나 l 이 큰 값을 갖게 되는 비교적 파장이 짧은 파는 $+U(k^2 + l^2)$ 값이 $-\beta$ 값보다 절대값이 크므로 동쪽으로 이동할 것이다. 반면 k 나 l 이 작은 값을 갖는 파장이 긴 파는 반대로 $-\beta$ 값이 $+U(k^2 + l^2)$ 값보다 그 절대값이 더 커서 서쪽으로 이동할 것이다.

12.2 준지귤 근사

결국 동서 방향 파장이 $3,000\text{km}$ 보다 짧은 단파는 상대 소용돌이도 이류가 행성 돌이도 이류를 압도하여 동쪽으로 이동하고, 동서 방향 파장이 $10,000\text{km}$ 보다 긴 장파는 행성 소용돌이도 이류가 상대 소용돌이도 이류보다 우세하여 서쪽으로 역행한다. 동서 방향 파장이 $3,000\text{km}$ 와 $10,000\text{km}$ 중간인 파는 준정체성을 갖거나 평균 지귤풍속보다 훨씬 느린 속도로 동쪽으로 이동할 것이다.

이와 같은 성질은 실제 상층 일기도에서 확인할 수 있다. 500hPa 고도의 등고선을 나타낸 아래 그림 12.5에서 이 특징을 찾을 수 있다. 이 그림에서 장파의 이동 속도와 단파의 이동 속도를 비교해 보자. 아래 일기도에서 붉은 색으로 기압골을 나타낸 장파는 거의 정체되어 있거나 동쪽으로 서서히 이동하고 있는 반면, 파란 색으로 기압골을 나타낸 단파는 장파보다 더 빠른 속도로 동쪽으로 이동하고 있음을 볼 수 있다.



[그림 12.5] 2010년 12월 7일부터 12월 10일까지 500 고도 등고선을 나타낸 일기도에서 장파와 단파의 이동 상황

12.2 준지균 근사

지금까지 준지균 소용돌이도 방정식 (12.23)을 다루면서 오른 편 첫 번째 항인 이류항만 설명하였다. 그러나 어떤 지점의 상대 소용돌이도는 두 번째 항인 발산항에 의해서도 시간적으로 변한다. 발산항이 비지균 성분의 바람과 연관되어 있고 공기 기둥의 신장이나 수축에 의해 소용돌이도가 바뀌므로 소용돌이도의 변화에는 좀 더 복잡한 과정이 포함되어 있다.

12.3 준지균 예측

지오퍼텐셜 경향을 $\chi \equiv \partial\phi/\partial t$ 로 정의하면 지균 소용돌이도 방정식 (12.23)은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{1}{f_0} \nabla^2 \chi = -\vec{V}_g \cdot \nabla \left(\frac{1}{f_0} \nabla^2 \phi + f \right) + f_0 \frac{\partial \omega}{\partial p} \quad (12.28)$$

여기서 식 (12.19)를 이용하였다. 지균풍 \vec{V}_g 가 지오퍼텐셜 ϕ 로 표현되기 때문에 방정식 (12.28)의 오른쪽은 종속 변수 ϕ 와 ω 만에 의존한다. 이 두 종속 변수에 의존하는 또 하나의 방정식을 열역학 에너지방정식 (12.17)로부터 얻을 수 있다. 방정식 (12.17)의 모든 항에 f_0/σ 를 곱하고 p 로 미분하면 그 결과는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial \chi}{\partial p} \right) = -\frac{\partial}{\partial p} \left[\frac{f_0}{\sigma} \vec{V}_g \cdot \nabla \left(\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \right] - f_0 \frac{\partial \omega}{\partial p} - f_0 \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\kappa Q}{\sigma p} \right) \quad (12.29)$$

방정식 (12.28)과 (12.29)를 비교하면 비지균 연직 운동은 각 방정식 왼편 항에 크기가 같고 부호가 다른 반대 효과를 미치고 있음을 알 수 있다. 즉, $\partial\omega/\partial p > 0$ 의 경우인 연직 신장이 일어날 때에는 연직 운동 항이 방정식 (12.28)에서 지균 소용돌이도를 양의 경향으로 강제할 것이고 방정식 (12.29)에서는 왼편 항에 음의 경향을 줄 것이다. 그러나 이 두 방정식을 합하게 되면 연직 운동 항의 효과는 없어진다.

12.3.1 지오퍼텐셜 경향 방정식

간단화를 위하여 $Q=0$ 을 가정하고, 방정식 (12.28)과 (12.29)에 각각 f_0 를 곱한 다음 더한다면 다음과 같은 방정식을 얻게 된다.

$$\left[\nabla^2 + \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial}{\partial p} \right) \right] \chi = -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left(\frac{1}{f_0} \nabla^2 \phi + f \right) - \frac{\partial}{\partial p} \left[-\frac{f_0^2}{\sigma} \vec{V}_g \cdot \nabla \left(-\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \right] \quad (12.30)$$

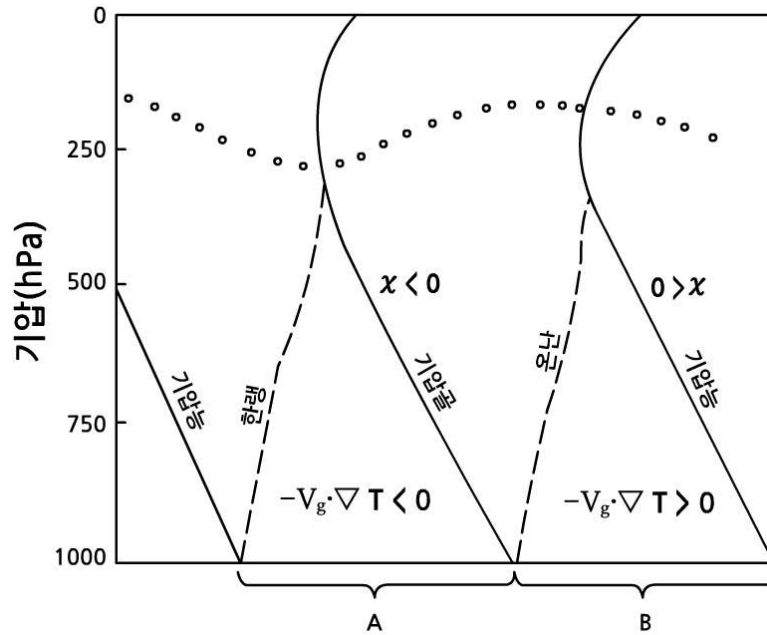
이 방정식을 흔히 지오퍼텐셜 경향 방정식이라고 부른다. 이 방정식 (12.30)의 오른편 항들은 모두 지오퍼텐셜의 함수로 되어 있어서 이 식은 지오퍼텐셜의 3차원 분포를 알면 어느 한 지점의 지오퍼텐셜의 시간적 변화율을 계산할 수 있다는 것을 보여 주고 있다. 이 방정식의 왼편 항은 어느 한 지점의 지오퍼텐셜 경향을 나타내고 있고, 오른편 첫 번째 항은 절대 소용돌이도의 이류와 관련된 항이며 오른편 두 번째 항은 층두께 이류 즉 온도 이류와 연관된 항이다.

12.3 준지균 예측

이제 좀 더 구체적으로 이 방정식을 살펴 보자. 위 방정식의 왼편 항은 x 장의 공간적 2차 도함수를 포함하고 있어 이 항은 일반적으로 $-x$ 에 비례함을 알 수 있다. 한편 오른편 첫 번째 항은 절대 소용돌이도의 이류에 비례하고 있어 이 항은 보통 상부 대류권에서 우세하다. 앞의 12.2.2 절에서 논의한 대로 단파의 경우 이 항이 그림 12.4의 지역 I(상층 기압골의 풍상측)에서 음이다. 이와 같이 지오퍼텐셜 경향의 부호가 오른 편 첫 번째 항의 부호와 반대이기 때문에 x 는 양이고 따라서 기압능이 발달하게 된다. 비슷한 논리로 지역 II(상층 기압골의 풍하측)에는 오른 편 첫 번째 항이 양이고 x 는 음이 되어 지오퍼텐셜 고도가 감소하게 된다. 이것은 상대 소용돌이도 이류가 양이기 때문에 나타나는 당연한 결과이다. 또 한 가지 주목할 점은 소용돌이도 이류 항이 기압골 축과 기압능 축에서는 0이라는 사실이다. 그 이유는 $\nabla\zeta_g$ 와 v_g 가 모두 기압골 축과 기압능 축에서 0이기 때문이다. 이처럼 소용돌이도 이류는 이류가 일어나는 층에서 요란의 강도를 변화시킬 수 없고 오로지 요란을 수평 방향으로 이동시키는 역할을 한다.

중위도 종관 시스템의 증폭과 감쇄에 대한 주 메커니즘은 방정식 (12.30)의 오른 편 두 번째 항에 포함되어 있다. 이 항은 수평 층두께(온도) 이류의 연직 변화율을 포함하고 있다. 발달하는 경압파에서는 층두께(온도) 이류의 크기가 500-hPa 기압골과 기압능 밑의 하부 대류권에서 가장 크다. 이와 같이 오른 편 두 번째 항은 고도에 따른 온도 이류 변화율에 비례함을 알 수 있다. ($-\partial/\partial p \propto \partial/\partial z$ 임을 기억하라) 따라서 이 항을 때때로 차등 온도 이류 항이라 부른다. 차등 온도 이류는 발달하는 요란에서 상층 고도 아노말리를 증가시킨다. 그림 12.6은 발달하는 종관 요란에 대하여 온도 이류와 상층 지오퍼텐셜 고도 경향과의 관계를 보여 주는 동서 방향 연직 단면도이다.

12.3 준지균 예측



[그림 12.6] 발달하는 종관 요란에 대하여 온도 이류와 상층 지오폰텐셜 고도 경향과의 관계를 보여 주는 동서 방향 연직 단면도. A와 B는 각각 하부 대류권에서의 한랭 이류와 온난 이류의 영역을 나타낸다.

500-hPa 기압능 밑에서는 온난 전선과 연관된 강한 온난 이류가 존재하는 반면, 500-hPa 기압골 밑에서는 한랭 전선과 연관된 강한 한랭 이류가 존재하게 된다. 500-hPa 기압능 밑의 강한 온난 이류는 층두께를 증가시켜 상층 기압능을 강화시키고, 500-hPa 기압골 밑의 강한 한랭 이류는 층두께를 감소시켜 상층 기압골을 더 깊게 만든다. 500-hPa 고도 이상에서는 보통 기온 경도가 약하고 등온선이 등고선에 거의 평행하므로 온도 이류는 아주 적다. 이와 같이 방정식 (12.30)의 오른 편 첫 번째 항과는 대조적으로 두 번째 강제력 항은 하부 대류권에 집중되어 있기 때문에, 발달하는 과정에서 차등 온도 이류는 상층 기압골을 더 깊게 할 것이고 상층 기압능을 강화시킬 것이다.

온난 이류의 지역에서는 $-\vec{V}_g \cdot \nabla(-\partial\phi/\partial p) > 0$ 이다. 그러나 앞에서 설명한 대로 온난 이류가 고도(기압)에 따라 감소(증가)하므로 $\partial[-\vec{V}_g \cdot \nabla(-\partial\phi/\partial p)]/\partial p > 0$ 이다. 반면 한랭 이류가 고도에 따라 감소하는 500-hPa 기압골 밑에서는 $\partial[-\vec{V}_g \cdot \nabla(-\partial\phi/\partial p)]/\partial p < 0$ 이다. 이와 같이 소용돌이도 이류가 0인 500- 기압골 축과 기압능 축을 따라서 지오폰텐셜 경향 방정식 (12.30)은 다음과 같은 사실을 말해 주고 있다.

12.3 준지균 예측

$$\text{기압능에서 } \chi = \frac{\partial \phi}{\partial t} \sim \frac{\partial}{\partial p} \left[-\vec{V}_g \cdot \nabla \left(-\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \right] > 0$$

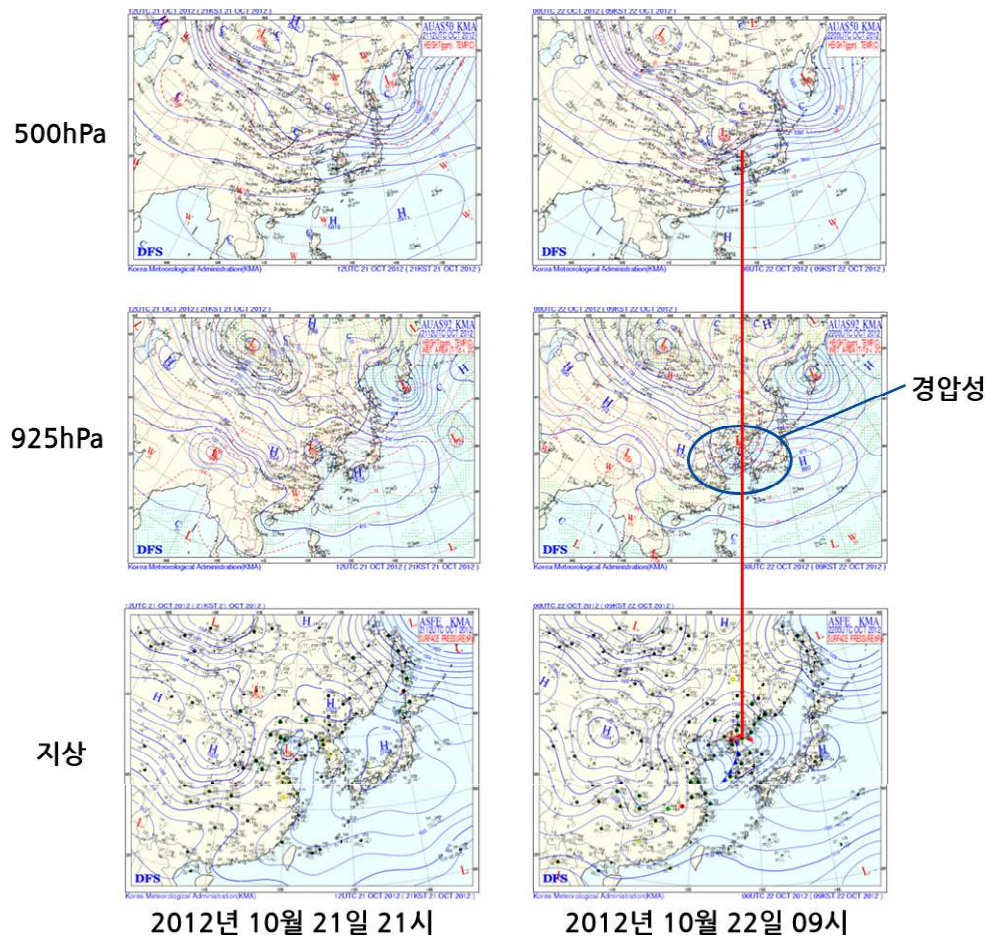
$$\text{기압골에서 } \chi = \frac{\partial \phi}{\partial t} \sim \frac{\partial}{\partial p} \left[-\vec{V}_g \cdot \nabla \left(-\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \right] < 0$$

그러므로 그림 12.6에서 볼 수 있듯이 500-hPa 기압골 밑의 한랭 이류 효과는 상부 대류권에서 기압골을 깊게 하는 것이고, 500-hPa 기압능 밑의 온난 이류 효과는 상부 대류권의 기압능을 강화시키는 것이다. 따라서 차등 온도 이류는, 그것이 하부 대류권에 국한되어 있다 하더라도, 발달하는 중관 시스템에서 상층 기압골과 기압능을 강화시킨다.

이것을 정성적으로 설명하면 다음과 같다. 500-hPa 기압골 밑의 공기 기둥 속으로 찬 공기가 이류해 오면 그 기둥의 두께가 감소되고, 따라서 지상 기압의 상승이 없는 한 500-hPa 면의 고도가 낮아진다. 그리고 500-hPa 기압능 밑의 공기 기둥 속으로 따뜻한 공기가 이류해 오면 반대로 그 기둥의 두께가 증가하고 500-hPa 면의 고도가 높아진다.

이처럼 기압골 축이 연직 방향으로 가면서 서쪽으로 기울어지는 경우를 그림 12.7에서 볼 수 있다. 2012년 10월 21일 21시에 지상에서 우리나라 서쪽 산동반도 근처에 저기압 중심이 위치하고 있으나 그 저기압 중심축이 상공으로 갈수록 서쪽으로 기울고 있음을 알 수 있다. 그로부터 12시간 후의 일기도를 보면 저기압 중심이 우리나라 북부에 지상으로부터 500 고도까지 연직 방향으로 거의 같은 위치에 있음을 알 수 있다. 아울러 이 저기압이 12시간만에 급격하게 발달한 것을 주목할 수 있다. 이와 같이 기압골 축이 지상으로부터 상층으로 갈수록 서쪽으로 기울어지는 경우에 저기압이 발달하게 됨을 알 수 있다.

12.3 준지균 예측



[그림 12.7] 2012년 10월 21일 21시부터 10월 22일 09시까지 급격히 발달하는 저기압 시스템. 2012년 10월 21일 21시에 지상으로부터 500 고도까지 기압골 축이 서쪽으로 기울어져 있음을 볼 수 있다.

12.3 준지균 예측

12.3.2 준지균 위치 소용돌이도 방정식

방정식 (12.30)으로 표현한 지오펜셀 경향 방정식은, 지오펜셀 경향 χ 가 소용돌이도 이류 및 온도 이류와 이해하기 쉽게 관련되어 있기 때문에, 상층 기압골과 기압능 발달 과정을 물리적으로 설명하는데 유용하다. 그런데 이 방정식은 실제로 일반적으로 부르는 준지균 위치 소용돌이도가 보존되는 식임을 알 수 있다. 이 지오펜셀 경향 방정식을 보존 형태로 나타내기 위하여 이 식의 오른 편을 단순화시키자. 미분의 연쇄 법칙을 이용하면 오른 편 두 번째 항은 다음과 같이 표현된다.

$$-\frac{\partial}{\partial p} \left[-\frac{f_0^2}{\sigma} \vec{V}_g \cdot \nabla \left(-\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \right] = -\vec{V}_g \cdot \nabla \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) - \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial \vec{V}_g}{\partial p} \cdot \nabla \left(\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \quad (12.31)$$

그러나 온도풍 관계식 $f_0 \partial \vec{V}_g / \partial p = \vec{k} \times \nabla (\partial \phi / \partial p)$ 를 살펴 보면 $\partial \vec{V}_g / \partial p$ 가 $\nabla (\partial \phi / \partial p)$ 에 직각임을 알 수 있다. 따라서 방정식 (12.31)의 오른 편 두 번째 항은 0이 된다. 위 식의 오른 편 첫 번째 항을 방정식 (12.30)의 오른 편 첫 번째 항과 합하여 다시 쓰면 다음과 같다.

$$-f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left(\frac{1}{f_0} \nabla^2 \phi + f \right) - f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial \phi}{\partial p} \right)$$

$\chi = \partial \phi / \partial t$ 을 방정식 (12.30)에 대입하고 모든 항을 f_0 로 나누어 주면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{f_0} \nabla^2 \phi + \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \right] = -\vec{V}_g \cdot \nabla \left[\frac{1}{f_0} \nabla^2 \phi + f + \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \right]$$

$\partial f / \partial t = 0$ 이므로 이것을 위 식의 왼편 항에 더하고 위 식의 오른 편 항을 왼쪽으로 옮겨 다시 쓰면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla \right) \left[\frac{1}{f_0} \nabla^2 \phi + f + \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \right] = 0 \quad (12.32)$$

이 방정식의 큰 괄호 속에 있는 양을 다음과 같이 q 로 정의한다.

$$q \equiv \left[\frac{1}{f_0} \nabla^2 \phi + f + \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \right] \quad (12.33)$$

그러면 방정식 (12.32)는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{d_g q}{dt} = 0 \quad (12.34)$$

12.3 준지균 예측

여기서 $\frac{d_q}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla$ 임을 기억하라. 방정식 (12.33)에서 정의한 q 를 준지균 위치 소용돌이도라고 부른다. 방정식 (12.32)와 방정식 (12.34)는 준지균 위치 소용돌이도 q 가 지균 운동을 따라 보존된다는 것을 나타내고 있다.

방정식 (12.33)을 보면 준지균 위치 소용돌이도 q 는 세 부분으로 구성되어 있음을 알 수 있다. 이 식의 오른 편 첫 번째 항은 상대 소용돌이도, 두 번째 항은 행성 소용돌이도 그리고 세 번째 항은 신장 소용돌이도이다. 대기에서 어떤 공기 덩이가 지균 운동을 따라 이동할 때 이 세 소용돌이도의 합이 일정하게 보존되면서 상대 소용돌이도, 행성 소용돌이도 및 신장 소용돌이도는 각각 변하게 될 것이다. 이 보존 식은 단열 흐름에 대해서 절대 소용돌이도의 변화가 신장 소용돌이도의 반대 변화와 균형을 이루게 됨을 보여주고 있다.

여기서 정의한 스칼라 양 q 는 에르텔 (Ertel) 위치 소용돌이도 ($P \equiv (\zeta_\theta + f) \left(-g \frac{\partial \theta}{\partial p} \right) = \text{상수}$)의 선형화 형태에 비례한다. 그러나 에르텔 위치 소용돌이도 P 는 $Kkg^{-1}m^2s^{-1}$ 의 단위를 갖고 있고 준지균 위치 소용돌이도 q 는 소용돌이도 단위인 s^{-1} 의 단위를 갖고 있다. 그리고 이 q 는 등압면에서 지오펜셜의 분포에 의해서만 결정된다.

특히 에르텔 위치 소용돌이도는 등온위면에서 단열 운동을 따라 보존되는 반면, 준지균 위치 소용돌이도는 등압면에서 지균 운동을 따라 단열 조건 아래에서 보존된다는 것을 주목하라. 이와 같은 이유 때문에 어떤 저자들은 q 를 가짜 위치 소용돌이도 라고 부른다. 그러나 일반적으로는 이 q 를 준지균 위치 소용돌이도라고 부른다.

방정식 (12.33)에 의하면 준지균 위치 소용돌이도는 마이너스 지오펜셜에 비례함을 알 수 있다. 어떤 지점에서 q 의 감소는 기압능 발달과 연관되어 있는 반면, q 의 증가는 기압골 발달과 연관되어 있다. q 는 지균 운동을 따라 보존되는 양이기 때문에 $\partial q / \partial t$ 는 q 의 지균 이류 ($-\vec{V}_g \cdot \nabla q$)로부터 얻을 수 있다. 더욱이 방정식 (12.32)는 지균풍이 q 등치선에 어디든지 평행하게 불 때 $\partial q / \partial t$ 는 0이 될 것임(즉, 흐름은 정상적이 될 것임)을 보여주고 있다.

지오펜셜 ϕ 의 초기 분포와 적절한 경계 조건이 주어지면 방정식 (12.32)는 지오펜셜장을 예보하는데 사용될 수 있다. 이 예보 과정은 다음과 같다. 먼저 ϕ 의 초기 분포로부터 방정식 (12.33)을 이용하여 q 를 계산하고 방정식 (12.32)를 이용하여 $\partial q / \partial t$ 를 계산한 후 이를 시간 적분하여 미래의 q 를 얻는다.

12.3 준지균 예측

그 다음에 미래의 q 값을 가지고 방정식 (12.33)을 이용하여 역산하면 미래의 지오포텐셜 ϕ 값 분포를 얻게 된다. 이 때 경계 조건들이 필요하게 되는데 단순화를 위하여 흔히 하부 경계는 $p_0 = 1000 hPa$ 로 가정하고 이 경계에서 $\omega = 0$ 을 가정한다. 이 때 방정식 (12.17)로부터 얻을 수 있는 단열 운동에 대한 하부 경계 조건은 단순히 온도(또는 층두께)가 $1000 hPa$ 면에서 지균 운동을 따라 보존된다는 것이다. 이 하부 경계 조건을 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla \right) \left(- \frac{\partial \phi}{\partial p} \right)_{p=p_0} = 0 \quad (12.35)$$

연습문제

1. 정적 안정도 파라미터 $\sigma = -\alpha \partial \ln \theta / \partial p$ 가 다음과 같이 ϕ 의 향으로 표현 될 수 있음을 증명 하라.

$$\sigma = \frac{\partial^2 \phi}{\partial p^2} - \frac{1}{p} \frac{\partial \phi}{\partial p} \left(\frac{R}{c_p} - 1 \right) = \frac{1}{p^2} \left(\frac{\partial}{\partial \ln p} - \frac{R}{c_p} \right) \frac{\partial \phi}{\partial \ln p}$$

2. 등온 대기에서는 정적 안정도 파라미터 σ 가 기압의 제곱에 반비례함을 증명하라.
3. 500hPa 면에서 45°N 어느 지점의 상대 소용돌이도가 3시간당 $3 \times 10^{-6} s^{-1}$ 의 율로 증가하고 있다. 바람은 남서쪽으로부터 $20 ms^{-1}$ 로 불고 상대 소용돌이도는 북동쪽으로 100 km당 $4 \times 10^{-6} s^{-1}$ 의 율로 감소한다. 준지균 소용돌이도 방정식 (12.23)을 이용하여 β 평면에서 이 지점의 수평 발산을 계산하라.
4. 다음과 같이 지오퍼텐셜 장이 주어져 있다.

$$\phi = \phi_0(p) + cf_0 \{ -y [\cos(\pi p/p_0) + 1] + k^{-1} \sin k(x - ct) \}$$

여기서 ϕ_0 는 p 만의 함수이고, c 는 상수인 속도이며, k 는 동서 방향 파수이다. 그리고 $p_0 = 1000 hPa$ 이다.

- (1) 위 지오퍼텐셜 장에 대응하는 지균풍과 상대 소용돌이도 장을 수식으로 표현하라.
- (2) 상대 소용돌이도 이류를 수식으로 표현하라.
- (3) 준지균 소용돌이도 방정식을 이용하여 위 지오퍼텐셜 장과 부합하는 수평 발산 장을 수식으로 표현하라. ($df/dy=0$ 을 가정하라)
- (4) $\omega(p_0)=0$ 을 가정하여 연속방정식을 기압에 관하여 적분함으로써 $\omega(x, y, p, t)$ 에 대한 표현을 얻으라.
- (5) 750hPa 고도와 250hPa 고도에서의 지오퍼텐셜 장을 스케치하라. 그리고 발산 최대 영역과 수렴 최대 영역을 표시하고 양의 소용돌이도 이류와 음의 소용돌이도 이류를 표시하라.

참고문헌

1. Wallace and Hobbs (1977), Atmospheric Science: An Introductory Survey. Academic Press, 467pp.
2. Bluestein (1993), Synoptic-Dynamic Meteorology in Midlatitudes, Vol. II. Oxford University Press, 594pp.
3. Blackburn (1985), Interpretation of Ageostrophic Winds and Implications for Jetstream Maintenance.
4. Holton (2004), An Introduction to Dynamic Meteorology. (4th Ed.) Elsevier (Academic Press), 535pp.
5. 한국기상학회 (2007), 대기역학. Holton (2004)의 번역판. 시그마프레스, 576pp.

...the first of these is the fact that the ...

...the second of these is the fact that the ...

...the third of these is the fact that the ...

...the fourth of these is the fact that the ...

...the fifth of these is the fact that the ...

...the sixth of these is the fact that the ...

...the seventh of these is the fact that the ...

...the eighth of these is the fact that the ...

...the ninth of these is the fact that the ...

...the tenth of these is the fact that the ...

...the eleventh of these is the fact that the ...

...the twelfth of these is the fact that the ...

...the thirteenth of these is the fact that the ...

...the fourteenth of these is the fact that the ...

...the fifteenth of these is the fact that the ...

...the sixteenth of these is the fact that the ...

...the seventeenth of these is the fact that the ...

...the eighteenth of these is the fact that the ...

...the nineteenth of these is the fact that the ...

...the twentieth of these is the fact that the ...

...the twenty-first of these is the fact that the ...

...the twenty-second of these is the fact that the ...

13장. 연직 운동의 진단

13.1 연직 운동의 진단 방법

13.2 오메가 방정식

13.3 이상화한 경압 요란 모델



학습목표

- 연직 운동을 진단하는 방법을 종합적으로 고찰한다.
- 전통적 오메가 방정식을 유도하고 이 방정식의 약점을 파악한다.
- Q 벡터 형태의 오메가 방정식으로부터 연직 속도를 진단하는 방법을 터득한다.
- 종관 규모 운동에서 연직 운동의 역할을 이해한다.
- 발달하는 경압 파동과 연관된 2차 순환의 구조를 파악한다.

13.1 연직 운동의 진단 방법

앞에서 설명하였듯이 단일 흐름에서는 비지균 운동만으로 지오펜셜 장의 예측을 하기는 어렵다. 그럼에도 불구하고, 비지균 운동과 연관된 연직 속도는 발달하는 종관 시스템의 상태를 파악하는 중요한 진단자이다. 따라서 이 장에서는 연직 운동을 진단 또는 예측하는 방법을 소개하고 이 중에서 연직 운동을 가장 정밀하게 진단하는 방법인 오메가 방정식을 자세히 고찰할 것이다.

종관 규모 운동에서는 연직 속도 성분이 전형적으로 수 cm/s 정도이다. 그러나 보통의 기상 관측은 약 1 m/s의 정밀도로 속도를 제공하고 있다. 이와 같이 일반적으로 연직 속도는 직접 측정할 수 없기 때문에 직접 측정할 수 있는 물리장으로부터 계산되어야만 한다. 연직 속도를 얻을 수 있는 방법에는 1) 운동학적 방법, 2) 단열적 방법, 3) 소용돌이도 방정식 방법, 4) 오메가 방정식 방법 등이 있다. 이 중에서 운동학적 방법은 연속방정식을 이용하여 얻는 방법이고 단열적 방법은 열역학 에너지 방정식을 이용하여 얻는 방법이다. 두 방법 모두 보통 등압면 좌표계를 이용하기 때문에 $w(z)$ 보다 $w(p)$ 를 계산하게 된다. 정역학 근사를 이용하면 $w(z)$ 와 $w(p)$ 사이의 관계를 찾아낼 수 있다.

Dp/Dt 를 (x, y, z) 좌표계에서 전개하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\omega \equiv \frac{Dp}{Dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla p + w \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right) \quad (13.1)$$

종관 규모 운동에 대해서 수평 속도는 1차 근사로 지균풍으로 취급할 수 있다. 그러므로, $\vec{V} = \vec{V}_g + \vec{V}_{ag}$ 로 표현할 수 있는데 여기서 \vec{V}_{ag} 는 비지균풍이고 $|\vec{V}_{ag}| \ll |\vec{V}_g|$ 이다. 그러나 $\vec{V}_g = (\rho f)^{-1} \vec{k} \times \nabla p$ 이므로 $\vec{V}_g \cdot \nabla p = 0$ 이다. 이 결과와 정역학 근사를 사용하면, 방정식 (13.1)은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\omega = \frac{\partial p}{\partial t} + \vec{V}_{ag} \cdot \nabla p - \rho g w \quad (13.2)$$

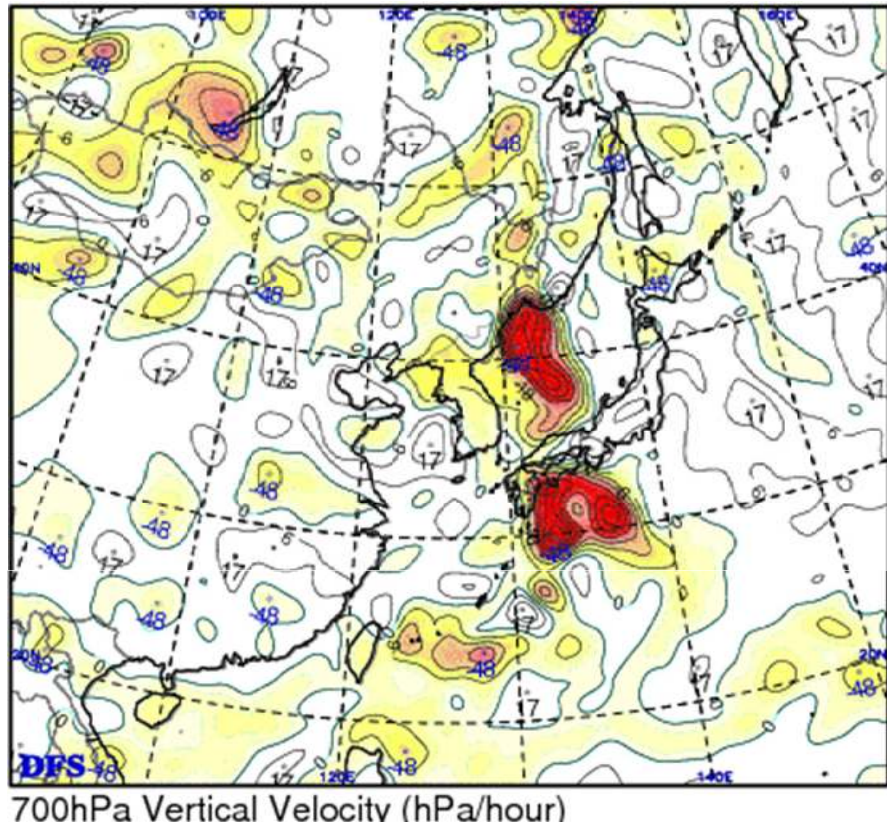
방정식 (13.2)의 오른 편 세 항의 크기를 비교해 보면, 종관 규모 운동에서 각 항이 다음과 같은 값을 갖고 있음을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} &\sim 10 \text{ hPa/일} \\ \vec{V}_{ag} \cdot \nabla p &\sim (1 \text{ m s}^{-1})(1 \text{ Pa km}^{-1}) \sim 1 \text{ hPa/일} \\ \rho g w &\sim 100 \text{ hPa/일} \end{aligned}$$

13.1 연직 운동의 진단 방법

즉, 아주 좋은 근사로 다음과 같이 써도 된다.

$$\omega = -\rho gw \tag{13.3}$$



[그림 13.1] 2011년 4월 22일 09시 700 연직속도(오메가) 분포도.

이 그림에서 등치선은 오메가(ω) 값을 나타낸다. 정의에 의해 $\omega \equiv dp/dt$ 이므로 ω 를 p 속도라고 부르기도 한다. 그림에서 등치선의 단위는 $hPa/hour$ 인데, ω 와 w 의 값을 비교해 보자. 공기 밀도 ρ 는 약 $1.2kgm^{-3}$ 이고 중력 가속도 g 는 약 $9.8 ms^{-2}$ 이므로 $\omega = -1.2kgm^{-3} \times 9.8ms^{-2} \times w$ 이다. 따라서 $w = 3cm$ 일 $\omega \approx -10hPa/hour$ 때 이다. 여기서 주목할 사실은 ω 값이 상승 운동일 때 음이고 하강 운동일 때 양이라는 것이다.

13.1 연직 운동의 진단 방법

13.1.1 운동학적 방법

연직 속도를 추론하는 한 가지 방법은 연속방정식을 연직 방향으로 적분하는 것이다. 연속방정식 $(\partial u/\partial x + \partial v/\partial y)_p + \partial \omega/\partial p = 0$ 을 기준 고도 p_s 로부터 어느 고도 p 까지 기압에 대하여 적분하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}\omega(p) &= \omega(p_s) - \int_{p_s}^p \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)_p dp \\ &= \omega(p_s) + (p_s - p) \left(\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x} + \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial y} \right)_p\end{aligned}\quad (13.4)$$

여기서 꺾쇠 괄호는 기압-가중 연직 평균을 나타낸다. 즉 다음과 같다.

$$\langle \rangle \equiv (p - p_s)^{-1} \int_{p_s}^p () dp$$

관계식 (13.3)을 이용하면 방정식 (13.4)의 연직 평균 형태는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$w(z) = \frac{\rho(z_s)w(z_s)}{\rho(z)} - \frac{p_s - p}{\rho(z)g} \left(\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x} + \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial y} \right) \quad (13.5)$$

여기서 z 와 z_s 는 각각 기압면 p 와 p_s 의 고도이다.

중위도 중관 규모 운동에서는 수평 속도가 거의 지균 균형을 이루고 있다. 코리올리 파라미터의 변화에 따른 작은 효과를 제외하면 지균풍은 비발산이다. 즉, $\partial u/\partial x$ 와 $\partial v/\partial y$ 는 크기가 거의 같고 부호는 반대이다. 이와 같이 수평 발산은 주로 지균 균형으로부터의 작은 풍속 편차(즉 비지균풍속)로 계산된다. 따라서 수평 발산 $\partial u/\partial x + \partial v/\partial y$ 의 바람 성분 중 하나(u 또는 v)를 측정할 때 10%의 오차가 발생하면 수평 발산을 계산할 때는 100%까지 오차가 생기기 쉽다. 이런 이유 때문에 연속방정식을 이용한 운동학적 방법은 관측된 수평 바람으로부터 연직 운동을 계산하는데 권장되지 않는다.

13.1.2 단열적 방법

연직 속도를 추정하는 두 번째 방법은 열역학에너지방정식을 사용하는 것인데, 이 방법은 측정된 수평 속도의 오차에 그렇게 민감하지는 않다. 만일 비단열 가열 Q 가 열 균형에서 다른 항에 비하여 작다면, 방정식 (12.8)은 다음과 같이 된다.

13.1 연직 운동의 진단 방법

$$\omega = S_p^{-1} \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (13.6)$$

온도 이류는 보통 지균풍을 사용함으로써 중위도지방에서는 아주 정확하게 산정될 수 있기 때문에, 단열적 방법은 지오폠펜셜과 기온 자료만 있으면 사용할 수 있다. 이 방법의 한 가지 단점은 기온의 국지 변화율이 필요하다는 것이다. 촘촘한 시간 간격으로 관측을 하지 않는 한 어떤 넓은 영역에 대해서 $\partial T/\partial t$ 를 정확하게 산정하기 어렵다. 또한 넓은 영역에서 집중 호우를 발생시키는 스톰과 같이 강한 비단열 가열이 존재하는 곳에서는 이 방법이 아주 부정확하다.

13.1.3 소용돌이도 방정식 방법

12장에서 공부한 준지균 소용돌이도 방정식 (12.23)을 ω 에 대하여 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \omega}{\partial p} = f_0^{-1} \left[\frac{\partial \zeta_g}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla (\zeta_g + f) \right] \quad (13.7)$$

이 방정식의 양변을 연직 방향으로 적분하면 연직 속도 ω 를 얻게 된다. 즉, ζ_g 와 \vec{V}_g 가 모두 지오폐텐셜 $\phi(x, y, p, t)$ 의 항으로 정의되기 때문에 ϕ 와 $\partial \phi / \partial t$ 를 알면 방정식 (13.7)을 적분하여 연직 속도 ω 를 진단할 수 있게 된다. 절대 소용돌이도($\zeta_g + f$)의 수평 이류는 비교적 정확하게 계산할 수 있으나 이 방법의 단점은 단열적 방법과 마찬가지로 상대 소용돌이도의 국지 변화율이 필요하다는 것이다. 실제로 상층 관측은 하루에 두 번만 이루어지기 때문에 12시간의 차를 계산할 수밖에 없어 $\partial \phi / \partial t$ 또는 $\partial \zeta / \partial t$ 의 값을 대략적으로만 얻게 된다. 이런 단점이 있기는 하지만 ω 를 산정하기 위한 소용돌이도 방정식 방법은 운동학적 방법보다는 통상적으로 더 정확하다.

위에서 소개한 연직 속도를 산정하는 세 가지 방법은 모두 큰 단점을 갖고 있다. 이에 대한 대안적 방법으로 종관 규모 운동에서 보다 정확한 연직 속도를 진단하기 위한 ω 방정식이 도입되었는데, 이 방법은 앞의 세 가지 방법에서 나타나는 단점을 갖고 있지 않다.

13.2 오메가 방정식

앞에서 설명한 대로 단일 흐름에서 지오포텐셜 장이 앞으로 어떻게 변해갈지에 대한 예측은 분명하게 비지균 운동에 좌우되지 않는다. 그럼에도 불구하고, 교란된 기상 상태와 강하게 관련되어 있는 연직 속도는 그 시스템을 진단하는 중요한 요소이다.

13.2.1 전통적 오메가 방정식

오메가 방정식이라 부르는, 연직 운동을 산정하는 대안적 방법은 소용돌이도 방정식과 열역학 에너지 방정식을 모두 이용하고 있다.

오메가 방정식을 유도하기 위하여 준지균 열역학에너지 방정식 (12.17)에 수평 라플라시안을 취하면 다음 식을 얻는다.

$$\nabla^2 \frac{\partial \chi}{\partial p} = -\nabla^2 \left[\vec{V}_g \cdot \nabla \left(\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \right] - \sigma \nabla^2 \omega - \frac{\kappa}{p} \nabla^2 Q \quad (13.8)$$

다음에 준지균 소용돌이도 방정식 (12.28)을 p 에 대하여 미분하면 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial}{\partial p} (\nabla^2 \chi) = -f_0 \frac{\partial}{\partial p} \left[\vec{V}_g \cdot \nabla \left(\frac{1}{f_0} \nabla^2 \phi + f \right) \right] + f_0^2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2} \quad (13.9)$$

방정식 (13.8)과 (13.9)의 왼편에 있는 항에서 연산자의 순서가 바뀌어 있기 때문에, 방정식 (13.9)에서 방정식 (13.8)을 빼면 χ 를 소거할 수 있다. 항들을 재정리하면 다음과 같은 전통적 오메가 방정식을 얻게 된다.

$$\begin{aligned} \left(\nabla^2 + \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial^2}{\partial p^2} \right) \omega &= \frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial}{\partial p} \left[\vec{V}_g \cdot \nabla \left(\frac{1}{f_0} \nabla^2 \phi + f \right) \right] \\ &+ \frac{1}{\sigma} \nabla^2 \left[\vec{V}_g \cdot \nabla \left(-\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \right] - \frac{\kappa}{\sigma p} \nabla^2 Q \end{aligned} \quad (13.10)$$

이 오메가 방정식의 오른편 첫 번째 항과 두 번째 항이 겹보기로는 별개의 물리과정으로 따로 해석되기는 하지만, 실제로 이 두 항 사이에 상당한 양이 상쇄된다. 또한 이 항들은 동서 좌표의 갈릴리안 변환에서 불변량이 아니다. 즉, 일정한 동서 방향 속도를 더할 때 연직 운동의 순 강제력을 변화시키지 않고 이 항들의 각각의 크기를 변화시킬 것이다. 이와 같은 이유 때문에 대안적 근사 형태의 오메가 방정식이 종관 분석에서 자주 사용된다.

13.2 오메가 방정식

미분의 사슬 법칙을 적용하면 방정식 (13.10)의 오른쪽 첫 번째 항은 다음과 같이 된다.

$$\frac{f_0}{\sigma} \left[\frac{\partial \vec{V}_g}{\partial p} \cdot \nabla \left(\frac{1}{f_0} \nabla^2 \phi + f \right) \right] + \frac{1}{\sigma} \vec{V}_g \cdot \nabla \left(\frac{\partial \nabla^2 \phi}{\partial p} \right) \quad (13.11a)$$

그리고 방정식 (13.10)의 오른쪽 두 번째 항은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$-\frac{1}{\sigma} \left[(\nabla^2 u_g) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) + (\nabla^2 v_g) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \right] - \frac{1}{\sigma} \vec{V}_g \cdot \nabla \left(\frac{\partial \nabla^2 \phi}{\partial p} \right) \quad (13.11b)$$

방정식 (13.11a)와 방정식 (13.11b)의 두 번째 항들은 크기가 같고 부호가 반대이므로 방정식 (13.11a)와 방정식 (13.11b)를 더하면 서로 상쇄된다. 따라서 전통적 오메가 방정식은 항들이 서로 상쇄되는 약점이 있어 다음 절에서 논의하게 될 Q 벡터 형태의 오메가 방정식을 도입하게 된다

13.2.2 Q 벡터 형태의 오메가 방정식

Q 벡터 형태의 오메가 방정식을 유도하기 전에 먼저 Q 벡터를 정의하기로 한다. 중위도 β 평면에서 준지균 예측 방정식들은 간단히 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{D_g u_g}{Dt} - f_0 v_{ag} - \beta y v_g = 0 \quad (13.12)$$

$$\frac{D_g v_g}{Dt} + f_0 u_{ag} + \beta y u_g = 0 \quad (13.13)$$

$$\frac{D_g T}{Dt} - \frac{\sigma p}{R} \omega = \frac{Q}{c_p} \quad (13.14)$$

이 방정식들은 다음과 같은 온도풍 관계식과 결합된다.

$$f_0 \frac{\partial u_g}{\partial p} = \frac{R}{p} \frac{\partial T}{\partial y}, \quad f_0 \frac{\partial v_g}{\partial p} = -\frac{R}{p} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (13.15a,b)$$

벡터 형태로 온도풍 관계식은 다음과 같다.

$$f_0 \vec{k} \times \frac{\partial \vec{V}_g}{\partial p} = \frac{R}{p} \nabla T \quad (13.16)$$

13.2 오메가 방정식

온도풍 성분의 시간적 변화에 대한 방정식들은 방정식 (13.12)와 방정식 (13.13)을 p 에 관하여 편미분하고 f_0 을 모든 항에 곱한 다음, 전도함수의 이류 부분에 미분의 사슬 법칙을 적용하면 다음과 같이 얻어진다.

$$\frac{D_g}{Dt} \left(f_0 \frac{\partial u_g}{\partial p} \right) = -f_0 \left[\frac{\partial u_g}{\partial p} \frac{\partial u_g}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial p} \frac{\partial u_g}{\partial y} \right] + f_0^2 \frac{\partial u_{ag}}{\partial p} + f_0 \beta y \frac{\partial v_g}{\partial p} \quad (13.17a)$$

$$\frac{D_g}{Dt} \left(f_0 \frac{\partial v_g}{\partial p} \right) = -f_0 \left[\frac{\partial u_g}{\partial p} \frac{\partial v_g}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial p} \frac{\partial v_g}{\partial y} \right] - f_0^2 \frac{\partial u_{ag}}{\partial p} - f_0 \beta y \frac{\partial u_g}{\partial p} \quad (13.17b)$$

여기서 온도풍 관계식 (13.15a)와 (13.15b)에 의하면 방정식 (13.17a)와 (13.17b)의 오른쪽 첫 번째 항은 각각 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} -f_0 \left[\frac{\partial u_g}{\partial p} \frac{\partial u_g}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial p} \frac{\partial u_g}{\partial y} \right] &= -\frac{R}{p} \left[\frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial u_g}{\partial x} - \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial u_g}{\partial y} \right] \\ -f_0 \left[\frac{\partial u_g}{\partial p} \frac{\partial v_g}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial p} \frac{\partial v_g}{\partial y} \right] &= -\frac{R}{p} \left[\frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial v_g}{\partial x} - \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial v_g}{\partial y} \right] \end{aligned}$$

다음과 같이 지균풍의 수평 발산이 없다는 사실을 이용하면

$$\partial u_g / \partial x + \partial v_g / \partial y = 0 \quad (13.18)$$

방정식 번호가 붙지 않은 위의 식들은 각각 Q 벡터의 성분으로 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$Q_2 \equiv -\frac{R}{p} \left[\frac{\partial u_g}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \right] = -\frac{R}{p} \frac{\partial \vec{V}_g}{\partial y} \cdot \nabla T \quad (13.19a)$$

$$Q_1 \equiv -\frac{R}{p} \left[\frac{\partial u_g}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} \right] = -\frac{R}{p} \frac{\partial \vec{V}_g}{\partial x} \cdot \nabla T \quad (13.19b)$$

방정식 (13.14)를 x 와 y 로 편미분하고 그 결과에 Rp^{-1} 을 곱한 다음 이류 항에 미분의 사슬 법칙을 적용하면 다음과 같은 식을 얻게 된다.

$$\frac{D_g}{Dt} \left(\frac{R}{p} \frac{\partial T}{\partial x} \right) = -\frac{R}{p} \left(\frac{\partial u_g}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \sigma \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\kappa}{p} \frac{\partial Q}{\partial x} \quad (13.20a)$$

$$\frac{D_g}{Dt} \left(\frac{R}{p} \frac{\partial T}{\partial y} \right) = -\frac{R}{p} \left(\frac{\partial u_g}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \sigma \frac{\partial \omega}{\partial y} + \frac{\kappa}{p} \frac{\partial Q}{\partial y} \quad (13.20b)$$

13.2 오메가 방정식

Q 벡터를 정의하는 식 (13.19a,b))를 사용하여 방정식 (13.17a,b)와 방정식 (13.20a,b)를 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\frac{D_g}{Dt} \left(f_0 \frac{\partial u_g}{\partial p} \right) = -Q_2 + f_0^2 \frac{\partial v_{ag}}{\partial p} + f_0 \beta y \frac{\partial v_g}{\partial p} \quad (13.21)$$

$$\frac{D_g}{Dt} \left(\frac{R}{p} \frac{\partial T}{\partial y} \right) = Q_2 + \sigma \frac{\partial \omega}{\partial y} + \frac{\kappa}{p} \frac{\partial Q}{\partial y} \quad (13.22)$$

$$\frac{D_g}{Dt} \left(f_0 \frac{\partial v_g}{\partial p} \right) = Q_1 - f_0^2 \frac{\partial u_{ag}}{\partial p} - f_0 \beta y \frac{\partial u_g}{\partial p} \quad (13.23)$$

$$\frac{D_g}{Dt} \left(\frac{R}{p} \frac{\partial T}{\partial x} \right) = Q_1 + \sigma \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\kappa}{p} \frac{\partial Q}{\partial x} \quad (13.24)$$

이제 $Q_2 > 0$ 이고 온도풍이 서풍($\partial u_g / \partial p < 0$ 이고 $\partial T / \partial y < 0$)이라고 가정한다. 그러면 방정식 (13.21)로부터 알 수 있듯이 Q_2 는 지균훈을 따라서 서풍 쉬어를 증가시킨다. 즉, $\partial u_g / \partial p$ 를 더 큰 음의 값이 되게 한다. 그러나 방정식 (13.22)로부터 알 수 있듯이 $Q_2 > 0$ 은 지균훈을 따라 남북 방향 온도 경도를 양으로 증가시킨다. 즉, $\partial T / \partial y$ 를 더 작은 음의 값이 되게 한다. 이와 같이 Q_2 는 동서 방향 바람의 연직 쉬어와 남북 방향 온도 경도 사이의 온도풍 균형을 깨뜨리려 한다. 유사하게, Q_1 도 남북 방향 바람의 연직 쉬어와 동서 방향 온도 경도 사이의 온도풍 균형을 깨뜨리려 한다. 따라서 근사적 온도풍 균형을 유지하기 위해서는 비지균훈 순환(u_{ag} , v_{ag} 와 ω)이 필요하다. 방정식 (13.22)에서 방정식 (13.21)을 빼고 전도함수를 소거하기 위해 방정식 (13.15a)를 사용하면 다음 방정식을 얻게 된다.

$$\sigma \frac{\partial \omega}{\partial y} - f_0^2 \frac{\partial v_{ag}}{\partial p} - f_0 \beta y \frac{\partial v_g}{\partial p} = -2Q_2 - \frac{\kappa}{p} \frac{\partial Q}{\partial y} \quad (13.25)$$

비슷하게 방정식 (13.23)과 방정식 (13.24)를 더하고 전도함수를 소거하기 위해 방정식 (13.15b)를 이용하면 다음과 같은 방정식을 얻게 된다.

$$\sigma \frac{\partial \omega}{\partial x} - f_0^2 \frac{\partial u_{ag}}{\partial p} - f_0 \beta y \frac{\partial u_g}{\partial p} = -2Q_1 - \frac{\kappa}{p} \frac{\partial Q}{\partial x} \quad (13.26)$$

$\partial(13.26) / \partial x + \partial(13.25) / \partial y$ 를 취하고 비지균훈을 소거하기 위하여 연속방정식 $\partial u_{ag} / \partial x + \partial v_{ag} / \partial y + \partial \omega / \partial p = 0$ 을 이용하면 다음과 같은 Q 벡터 형태의 오메가 방정식을 얻는다.

13.2 오메가 방정식

$$\sigma \nabla^2 \omega + f_0^2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2} = -2 \nabla \cdot \vec{Q} + f_0 \beta \frac{\partial v_g}{\partial p} - \frac{\kappa}{p} \nabla^2 Q \quad (13.27)$$

여기서

$$\vec{Q} \equiv (Q_1, Q_2) = \left(-\frac{R}{p} \frac{\partial \vec{V}_g}{\partial x} \cdot \nabla T, -\frac{R}{p} \frac{\partial \vec{V}_g}{\partial y} \cdot \nabla T \right) \quad (13.28)$$

이다.

방정식 (13.27)은 연직 운동이 Q 벡터의 발산, 비단열 가열의 라플라시안 및 β 효과에 관련된 항의 합에 의해 발생된다는 것을 보여 주고 있다. 여기서 β 효과 항은 중관 규모 운동에서 일반적으로 작다. 전통적 형태의 오메가 방정식과는 달리 Q 벡터 형태의 오메가 방정식은 부분적으로 상쇄되는 강제력 항을 갖고 있지 않다. 따라서 단열 흐름에 대한 ω 의 강제력은 Q 벡터 형태로 간단히 나타낼 수 있다. 앞 절에서 논의한 대로 방정식 (13.27)의 왼편 항들은 연직 속도에 비례한다. 즉, 그 왼편 항들은 $-\omega$ 에 비례하고 결국 ω 에 비례한다. 그러므로 Q 벡터가 수렴하면 상승 운동을 일으키고, Q 벡터가 발산하면 하강 운동을 일으킨다.

일기도 위 한 점에서 Q 벡터의 크기와 방향은 x 축을 등온선에 평행하고 찬 공기가 왼편에 오도록 잡은 직각 좌표계에서 쉽게 계산될 수 있다. 이 때 식 (13.28)은 다음과 같이 단순화된다.

$$\vec{Q} = -\frac{R}{p} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial v_g}{\partial x} \vec{i} - \frac{\partial u_g}{\partial x} \vec{j} \right)$$

여기서 $\partial u_g / \partial x = -\partial v_g / \partial y$ 를 이용하였다. 단위 벡터의 외적 규칙으로부터 Q 벡터에 대한 위 표현은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

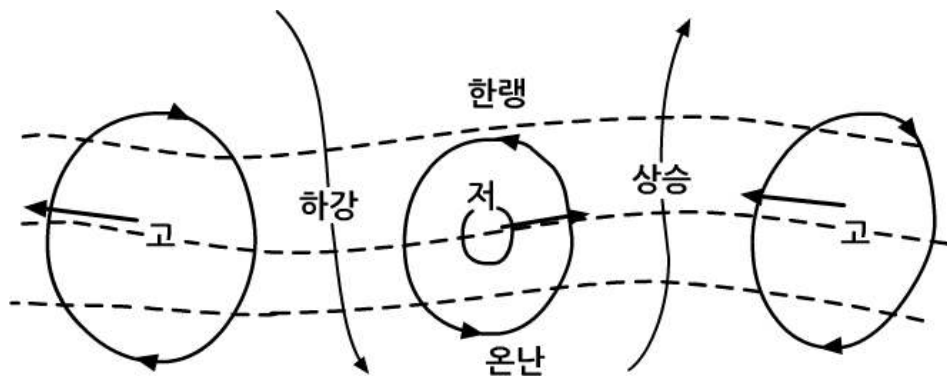
$$\vec{Q} = -\frac{R}{p} \left| \frac{\partial T}{\partial y} \right| \left(\vec{k} \times \frac{\partial \vec{V}_g}{\partial x} \right) \quad (13.29)$$

이와 같이 Q 벡터는 (찬 공기가 왼편에 오도록) 등온선을 따라 \vec{V}_g 의 벡터적 변화를 계산하고 이 변화 벡터를 시계 방향으로 90° 회전시킨 다음 그 결과 벡터에 $|\partial T / \partial y|$ 를 곱하여 얻을 수 있다.

연직 운동의 강제력인 Q 벡터는 식 (13.29)를 이용하여 어떤 한 등압면 위에서 ϕ 와 T 의 관측 값으로부터 구해진다. 두 가지 간단한 예를 들어 설명하려고 하는데 두 경우 모두 그림 13.2과 그림 13.3에서 보듯이 북쪽으로 갈수록 기온이 감소하는 경우를 고려한다. 그림 13.2은 저기압과 고기압이 연이어 나타나는 이상화된 패턴을 보여 주고 있다.

13.2 오메가 방정식

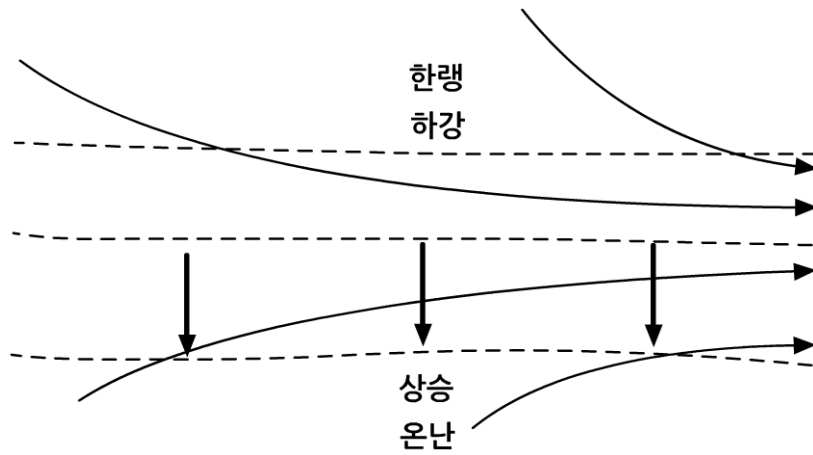
저기압 중심 근처에서 (찬 공기를 왼쪽에 두고) 등온선을 따라 동쪽 방향으로 가면 지균풍은 북풍으로부터 남풍으로 변하고 있다. 이 경우에 지균풍 변화 벡터는 북쪽을 향하게 되고 90° 시계 방향으로 회전시키면 Q 벡터는 동쪽을 향하게 되어 온도풍과 같은 방향으로 평행하게 된다. 고기압 중심에서는 같은 원리로 Q 벡터가 서쪽으로 향하고 온도풍과는 반대 방향으로 평행하게 된다. 따라서 $\nabla \cdot \vec{Q}$ 패턴은 기압골 서쪽의 한랭 이류 영역에서 하강 운동을, 기압골 동쪽의 온난 이류 영역에서 상승 운동을 제공한다.



[그림 13.2] 저기압과 고기압의 이상적 패턴에서의 벡터. 등압선(실선)과 등온선(쇄선), Q 벡터 (굵은 화살)

그림 13.3에서 보인 상황에서는 흐름이 합류하여 지균풍이 등온선을 따라 동쪽으로 증가하고 있다. 이 경우에 \vec{V}_g 의 벡터적 변화는 등온선에 평행하여 Q 벡터는 등온선에 직각이고 기온이 증가하는 쪽으로 향한다. 따라서 상승 운동은 Q 벡터가 수렴하는 곳에서 일어난다. 이와 같은 상승 운동은 밑에 있는 공기 기둥의 소용돌이도를 증가시킨다는 것을 암시하고 있기 때문에, 상승 Q 벡터 수렴 영역의 밑에서 저기압성 소용돌이도가 증가하려 할 것이다.

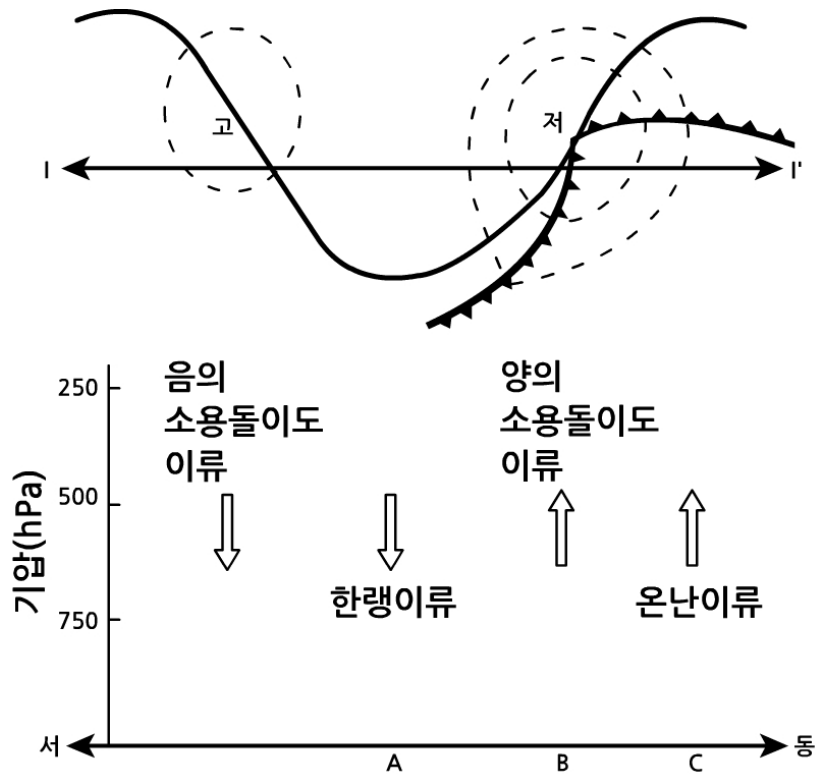
13.2 오메가 방정식



[그림 13.3] 제트 입구와 같은 합류 지역에서 Q 벡터들(굵은 화살표)의 방향.
(Sanders and Hoskins, 1990)

13.3 이상화한 경압 요란 모델

중관 규모 시스템에 대한 연직 운동과 지오퍼텐셜 경향의 장들은 1차 근사로 지오퍼텐셜의 3차원 분포에 의해 결정된다는 것을 앞 절에서 배웠다. 지오퍼텐셜 경향 방정식과 오메가 방정식을 사용하여 얻은 진단 분석 결과들을 결합하면 발달하는 경압 파동의 근본적 구조 특성을 보일 수 있다.



[그림 13.4] 발달하는 경압 파동에서의 연직 운동과 500hPa 및 1000hPa 지오퍼텐셜 사이의 관계

그림 13.4에서 연직 운동과 500hPa 및 1000hPa 지오퍼텐셜 사이의 관계가 발달하는 경압 파동에 대하여 도식적으로 그려져 있다. 또한 여러 지역에서 연직 순환을 일으키는 물리적 과정들이 함께 표시되어 있다.

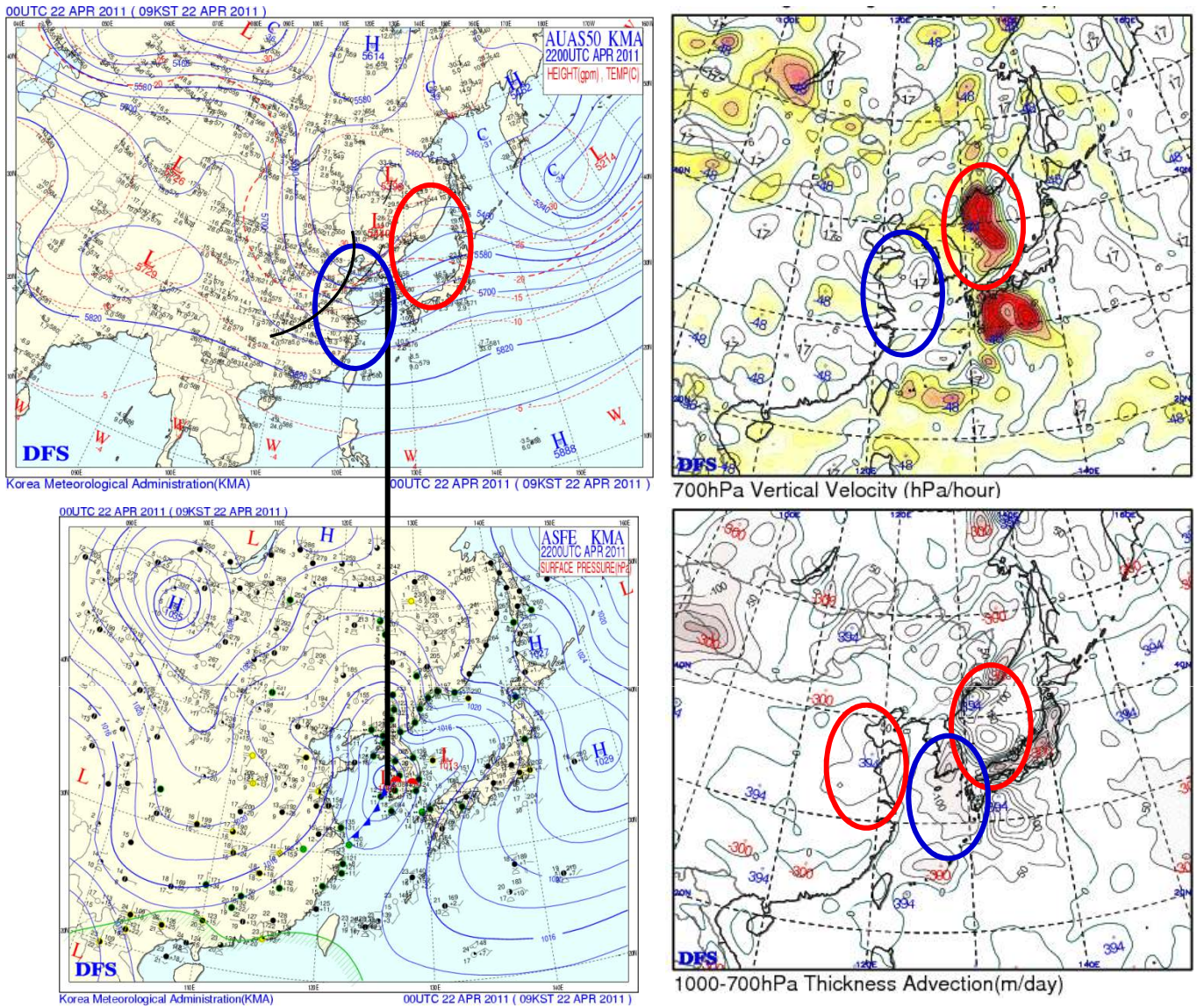
경향 방정식으로 진단할 수 있는 것들을 포함하여 추가적인 구조 특징들이 표 13.1에 요약되어 있다. 표 13.1에서 여러 가지 물리 파라미터들의 부호가 (A) 500hPa 기압골, (B) 지상 저기압, (C) 500hPa 기압능의 위치에 있는 연직 공기 기둥에 대하여 표시되어 있다. 모든 경우에 연직 운동과 발산장은 온도풍 균형을 위하여 온도 변화를 정역학적으로, 소용돌이도 변화를 지균적으로 유지시키려 한다는 것을 표 13.1로부터 알 수 있다.

13.3 이상화한 경압 요란 모델

[표 13.1] 발달하는 경압 요란의 특성

물리 파라미터	A 500-hPa 기압골	B 지상저기압	C 500-hPa 기압능
$\partial(\delta\Phi)/\partial t$ (500-1000 hPa)	음 (층두께 이류에 의한, 단열 승온에 의해 부분적 상쇄)	음 (단열 냉각에 의한)	양 (층두께 이류에 의한, 단 열 냉각에 의해 부분적 상쇄)
w (500 hPa)	음	양	양
$\partial\Phi/\partial t$ (500 hPa)	음 (차등 층두께 이류에 의한)	음 (소용돌이도 이류에 의한)	양 (차등 층두께 이류에 의한)
$\partial\zeta_g/\partial t$ (1000 hPa)	음 (발산에 의한)	양 (수렴에 의한)	양 (수렴에 의한)
$\partial\zeta_g/\partial t$ (500 hPa)	양 (수렴에 의한)	양 (소용돌이도 이류에 의한, 발 산에 의해 부분적 상쇄)	음 (발산에 의한)

13.3 이상화한 경압 요란 모델



[그림 13.5] 2011년 4월 22일 09시 경압파구조

13.3 이상화한 경압 요란 모델

앞에서 논의한 발산 비지균 연직 운동은 지균 균형 및 정역학 균형이라는 동시적 제한 조건을 받는 2차 순환으로 간주될 수 있다. 그러나 이 장에서 기술한 2차 순환은 경계층 펌핑으로 생기는 순환과는 완전히 독립적이다. 사실, 중위도 중관 규모 시스템에서 경계층의 마찰 수렴으로 생기는 연직 속도는 일반적으로 차등 소용돌이도 이류에 의해 생기는 연직 속도보다 훨씬 더 작다는 것이 관측되고 있다. 이런 이유로 준지균 시스템의 방정식을 유도하는 과정에서 경계층 마찰을 무시하였다.

발달하는 경압 시스템에서 2차 순환이 수평 이류장을 방해하며 행동하는 것을 주목하라. 이와 같이 발산 운동은 소용돌이도 이류를 부분적으로 상쇄시키려 하고, 연직 운동에 의한 단열 기온 변화는 온도 이류를 부분적으로 상쇄시키려 한다. 이처럼 2차 순환이 이류 변화를 부분적으로 상쇄시키려는 경향은 미래의 흐름에 중요한 암시를 주고 있다. 이 내용은 15장에서 자세히 논의할 예정이다.

이제 경압 시스템에 대한 두 가지 제약 조건인 지균 균형과 정역학 균형을 만족하기 위하여 발산적 2차 순환이 필요하다는 것이 분명해졌다. 이와 같은 2차 순환이 없다면 지균 이류가 온도풍 균형을 파괴할 것이다. 그러나 2차 순환 자체는 지균 균형의 작은 편차로부터 생긴다. 그림 13.3을 이용하여 다시 설명하면, 상층 기압골 영역에서는 한랭 이류가 지오퍼텐셜 고도를 떨어뜨려서 수평 기압 경도를 강화시킨다. 그러므로 바람은 약간 아지균적으로 되고 저기압 영역을 향하여 등압선을 횡단하는 가속도가 생긴다. 이 등압선 횡단의 비지균 바람 성분은 수렴을 일으키고 상층 대류권에서 소용돌이를 강하게 함으로써 새로운 지오퍼텐셜 분포를 지균적으로 조절된다. 운동량 균형의 측면에서 보면, 등압선을 횡단하는 흐름은 기압경도력에 의해 가속되어 풍속은 지균 균형을 향하여 다시 조절된다. 상층 기압능 영역에서는 위와 유사한 설명이 가능하나 이 경우에는 비지균 흐름이 발산을 일으키는 2차 순환을 유도한다. 두 경우 모두 저기압을 향하는 비지균 흐름은 위치에너지로부터 운동에너지로의 에너지 전환과 연관되어 있음을 15장에서 보일 것이다.

연습문제

1. 오메가 방정식 (13.10)을 이용하여 다음과 같은 지오포텐셜 장에 대한 ω 장을 유도하라. 단 비단열 가열을 Q 를 무시한다.

$$\phi(x, y, p) = \phi_0(p) + f_0 [-Uy + k^{-1}V \cos(\pi p/p_0) \sin k(x - ct)]$$

2. 다음 두 가지 지오포텐셜 장에 대응하는 Q 벡터 분포를 계산하라.

$$(1) \quad \phi = \phi_0(p) + cf_0 \{-y [\cos(\pi p/p_0) + 1] + k^{-1} \sin k(c - ct)\}$$

$$(2) \quad \phi = \phi_0(p) - f_0 U_0 y \cos(\pi p/p_0) + f_0 c k^{-1} \sin kx$$

참고문헌

1. Durran and Snellman (1987), The Application of Both Traditional and Q Vector Forms of the Omega Equation in Diagnosing the Vertical Motion of an Observed System.
2. Sanders and Hoskins (1990), How can the Distribution of Q Vectors easily be Visualized on Realistic Weather Maps?
3. Holton (2004), An Introduction to Dynamic Meteorology. (4th Ed.) Elsevier (Academic Press), 535pp.
4. 한국기상학회 (2007), 대기역학. Holton (2004)의 번역판. 시그마프레스, 576pp.

...the first of these is the fact that the ...

...the second of these is the fact that the ...

...the third of these is the fact that the ...

...the fourth of these is the fact that the ...

...the fifth of these is the fact that the ...

...the sixth of these is the fact that the ...

...the seventh of these is the fact that the ...

...the eighth of these is the fact that the ...

...the ninth of these is the fact that the ...

...the tenth of these is the fact that the ...

...the eleventh of these is the fact that the ...

...the twelfth of these is the fact that the ...

...the thirteenth of these is the fact that the ...

...the fourteenth of these is the fact that the ...

...the fifteenth of these is the fact that the ...

...the sixteenth of these is the fact that the ...

...the seventeenth of these is the fact that the ...

...the eighteenth of these is the fact that the ...

...the nineteenth of these is the fact that the ...

...the twentieth of these is the fact that the ...

...the twenty-first of these is the fact that the ...

...the twenty-second of these is the fact that the ...

14장. 대기 파동과 상호 조절

14.1 파동의 성질

14.2 간단한 파동 유형

14.3 내부 중력파

14.4 회전에 의해 변형된 중력파

14.5 로스비 파

14.6 지균 균형 상호 조절

학습목표

- 파동의 일반적 성질을 복습한다.
- 대기 중에 존재하는 여러 형태의 파동 특성을 파악한다.
- 내부 중력파에 의한 에너지 또는 운동량 전파 과정을 이해한다.
- 지구 자전이 중력파에 미치는 효과를 터득한다.
- 대기 운동에서 가장 중요한 로스비 파의 특징을 상세히 고찰한다.
- 질량장과 속도장 사이의 상호 조절 작용을 이해한다.

14.1 파동의 성질

대기에서 파동 운동이란 공간적 및 시간적으로 전파하는(속도와 기압과 같은) 장 변수의 진동이라 할 수 있다. 이 장에서는 선형적인 사인 곡선의 파동 운동을 다룰 것이다. 이 같은 파동의 성질은 우리가 친숙히 알고 있는 선형 조화 진동자의 특징과 같다. 조화 진동자의 한 가지 중요한 특징은 한번 진동하는데 걸리는 시간 즉 주기가 진동의 진폭에 무관하다는 것이다. 자연에서 나타나는 대부분의 진동 시스템에서 이 조건은 충분히 작은 진폭으로 진동할 때만 만족한다. 이와 같은 시스템의 고전적인 예가 단순 진자이다(그림 14.1). 이 진자는 길이 l 인 질량 없는 끈에 매달린 질량 M 의 추로 구성되어 있는데, 평형 위치 $\theta=0$ 을 중심으로 자유롭게 작은 진동을 하도록 한다. 운동 방향에 평행한 중력의 성분은 $-Mg\sin\theta$ 이다. 따라서 질량 M 의 추에 대한 운동 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$Ml\frac{d^2\theta}{dt^2} = -Mg\sin\theta$$

변위가 작으면 $\sin\theta \approx \theta$ 이므로 위 지배 방정식은 다음과 같이 된다.

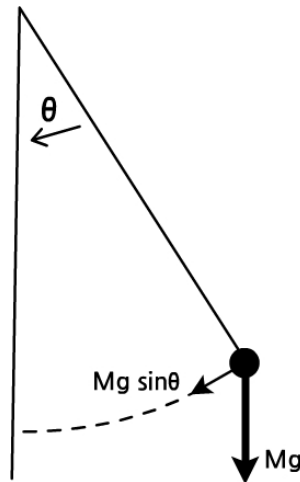
$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \nu^2\theta = 0 \quad (14.1)$$

여기서 $\nu^2 \equiv g/l$ 이다. 조화 진동자 방정식 (14.1)은 다음과 같은 일반해를 갖는다.

$$\theta = \theta_1 \cos \nu t + \theta_2 \sin \nu t = \theta_0 \cos(\nu t - \alpha)$$

여기서 $\theta_1, \theta_2, \theta_0$ 와 α 는 초기 조건으로 결정되는 상수이고, ν 는 진동의 진동수이다. 이처럼 완전한 해는 진폭 θ_0 와 위상 $\phi(t) = \nu t - \alpha$ 의 향으로 표현될 수 있다. 위상은 파동 주기당 2π 라디안만큼 시간에 따라 선형적으로 변한다.

14.1 파동의 성질

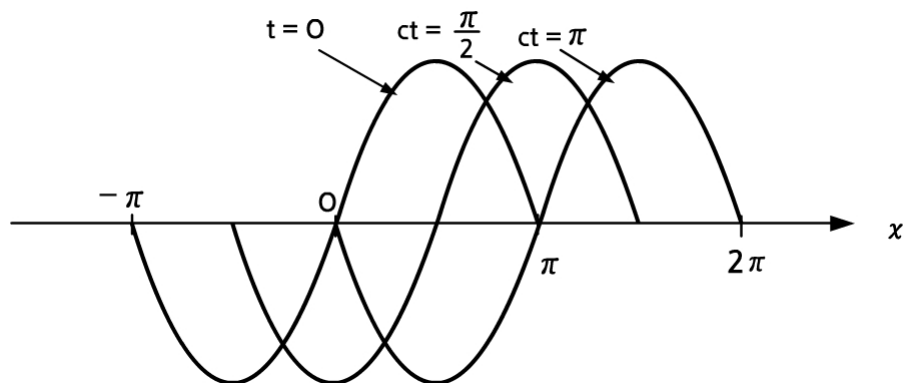


[그림 14.1] 단순한 진자

전파하는 파 또한 진폭과 위상으로 그 파의 특징을 알 수 있다. 그러나 전파하는 파에서 위상은 시간뿐만 아니라 하나 이상의 공간 변수에도 의존한다. 따라서 x 방향으로 전파하는 1차원 파에 대해서는 $\phi(x, t) = kx - \nu t - \alpha$ 이다. 여기서 파수 k 는 2π 를 파장으로 나눈 값으로 정의된다. 전파하는 파에서 위상 속도 $c \equiv \nu/k$ 로 이동하는 관측자에게 위상은 일정하다. 만일 위상이 운동을 따라 일정하게 유지된다면 다음과 같이 되기 때문에 위 사실은 증명된다.

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{D}{Dt}(kx - \nu t - \alpha) = k \frac{Dx}{Dt} - \nu = 0$$

이와 같이 위상이 일정해지기 위하여 $Dx/Dt = c = \nu/k$ 이다. $\nu > 0$ 이고 $k > 0$ 이면 $c > 0$ 이다. 이 경우에 $\alpha = 0$ 이면 $\phi = k(x - ct)$ 이다. 따라서 ϕ 가 일정하게 유지되려면 t 가 증가하면 x 가 증가해야 한다. 그림 14.2의 사인(sine) 파에 대하여 보인 것처럼 위상은 양의 방향으로 전파한다.



[그림 14.2] 속도 c 로 양의 x 방향으로 전파하는 사인 파(파수는 1로 가정되었다.)

14.1 파동의 성질

14.1.1 푸리에 급수

대기의 요란이 결코 순수한 사인 형태가 아니기 때문에 섭동을 단순한 사인 파로 나타내는 것은 지나친 단순화라고 할지 모른다. 그러나 경도 방향의 모든 파동은 동서 평균과 사인 성분의 푸리에 급수와와의 합으로 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$f(x) = \sum_{s=1}^{\infty} (A_s \sin k_s x + B_s \cos k_s x) \quad (14.2)$$

여기서 $k_s = 2\pi s/L$ 은 동서 파수 (단위는 m^{-1})이고, L 은 위도 원 둘레 길이이며, 행성 파수 s 는 위도 원을 따른 파의 수를 나타내는 정수이다. 계수 A_s 는 방정식 (14.2)의 양변에 $\sin(2\pi n x/L)$ 을 곱하여 위도 원을 따라 적분함으로써 계산되는데, 여기서 n 은 정수이다. 다음과 같은 직교성 관계를 적용하면

$$\int_0^L \sin \frac{2\pi s x}{L} \sin \frac{2\pi n x}{L} dx = \begin{cases} 0, & s \neq n \\ L/2, & s = n \end{cases}$$

다음과 같은 A_s 값을 얻을 수 있다.

$$A_s = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \sin \frac{2\pi s x}{L} dx$$

비슷한 방법으로 방정식 (14.2)의 양변에 $\cos(2\pi n x/L)$ 을 곱하고 적분하면 다음과 같은 B_s 값을 얻을 수 있다.

$$B_s = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \cos \frac{2\pi s x}{L} dx$$

A_s 와 B_s 는 푸리에 계수라 불리우고, s 번째 푸리에 성분은 다음과 같이 표현된다.

$$f_s(x) = A_s \sin k_s x + B_s \cos k_s x \quad (14.3)$$

이것을 함수 $f(x)$ 의 s 번째 조화라고 부른다. 만일 관측된 지오퍼텐셜 섭동을 경도방향에 대해 푸리에 계수를 계산한다면, 가장 큰 진폭의 푸리에 성분은 가 위도 원둘레방향으로 골이나 능의 수에 가까운 것에 해당할 것이다. 푸리에 성분에 대한 표현은 복소수 지수 표기법을 사용함으로써 보다 간단하게 쓸 수 있다. 오일러(Euler) 공식에 의하면 다음과 같이 표현된다.

14.1 파동의 성질

$$\exp(i\phi) = \cos\phi + i\sin\phi$$

여기서 $i \equiv (-1)^{1/2}$ 은 허수 단위이다. 따라서 푸리에 성분은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} f_s(x) &= \text{Re} [C_s \exp(ik_s x)] \\ &= \text{Re} [C_s \cos k_s x + i C_s \sin k_s x] \end{aligned} \quad (14.4)$$

여기서 $\text{Re} []$ 는 “실수 부분”을 나타내고 C_s 는 복소수 계수이다. 식 (14.3)과 식 (14.4)를 비교하면, 다음과 같이 주어질 때 $f(x)$ 의 두 표현이 서로 같음을 알 수 있다.

$$B_s = \text{Re} [C_s] \quad \text{그리고} \quad A_s = -\text{Im} [C_s]$$

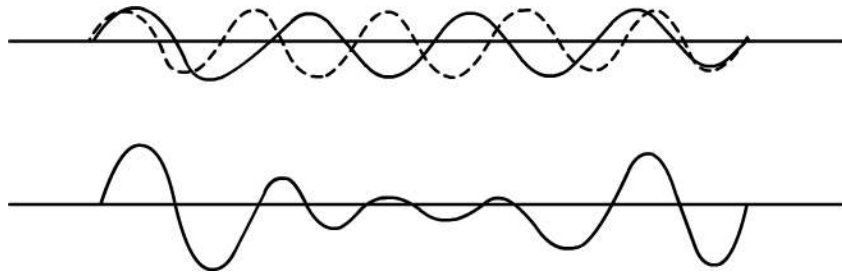
여기서 $\text{Im} []$ 는 “허수 부분”을 나타낸다. 앞으로 이 지수 표기법은 섭동이론을 적용할 때 일반적으로 사용될 것이다.

14.1.2 분산과 군속도

선형 진동자의 기본 성질은 진동수 ν 가 진동자의 물리적 특성에만 의존하지 운동 자체에는 의존하지 않는다는 것이다. 그러나 전파하는 파에 대해서는 ν 가 일반적으로 매질의 물리적 성질뿐만 아니라 섭동의 파수에 의존한다. 이와 같이 $c = \nu/k$ 이기 때문에 $\nu \propto k$ 의 특별한 경우를 제외하고는 위상 속도는 또한 파수에 의존한다. 위상 속도가 k 와 함께 변하는 파에 대해서는 어떤 주어진 위치에 있는 요란의 여러 사인 성분들이 나중 시간에 다른 장소에서 나타날 것이다. 즉, 이 성분들은 분산된다. 이와 같은 파를 분산적이라 하고, ν 와 k 를 관련시키는 공식을 분산 관계라 부른다. 음파와 같은 형태의 파는 파수에 독립적인 위상 속도를 갖고 있다. 이와 같은 비분산적 파에서는 많은 푸리에 파 성분(파군)으로 구성된 지역적인 요란은 그 파가 위상 속도로 공간적으로 전파함에 따라 그 모양을 보존할 것이다.

그러나 분산파에 대해서는 파군이 전파함에 따라 파군의 모양이 일정하게 유지되지 않을 것이다. 파군의 개개 푸리에 성분들은 그 상대적 위상에 따라 서로 강화되거나 상쇄될 것이기 때문에 파군의 에너지가 그림 14.3에서 보인 대로 제한된 지역에 집중될 것이다. 더욱이 파군은 일반적으로 시간이 지남에 따라 넓어진다. 즉, 에너지가 분산된다.

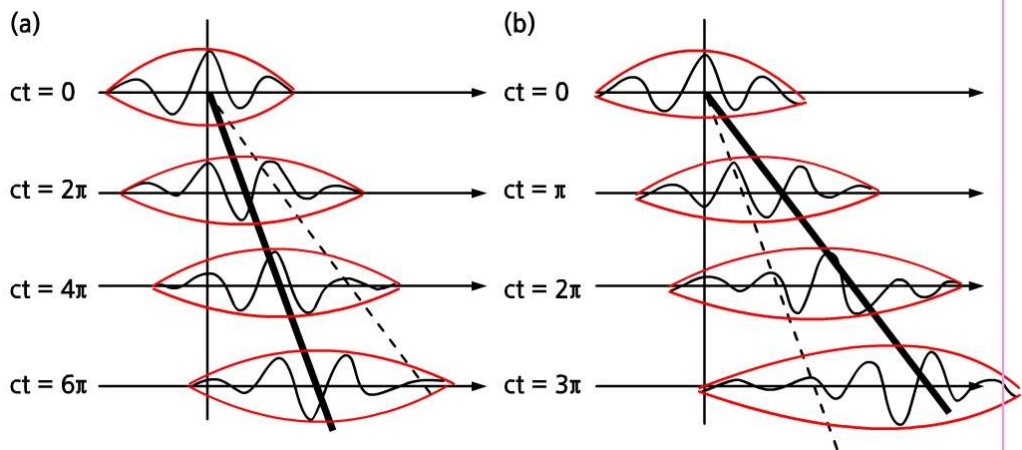
14.1 파동의 성질



[그림 14.3] 파장이 서로 약간 다른 두 사인 성분으로부터 형성되는 파군

비분산파에서는 그림의 아래 부분에 있는 패턴이 모양의 변화 없이 전파된다. 그러나 분산파에서는 이 패턴의 모양이 시간에 따라 변한다.

에너지가 분산될 때 파의 군속도는 개개의 푸리에 성분의 위상속도를 평균한 것과 일반적으로 다르다. 따라서 그림 14에서 보듯이 파군이 전파함에 따라 개개의 파 성분들은 파군보다 더 빨리 이동하거나 더 천천히 이동한다. 깊은 물의 표면 파(예를 들어 배가 움직일 때 뒤에서 생기는 꼬리 흐름)는 개개의 파 능이 파군보다 두 배나 빨리 이동하면서 분산되는 특징을 갖고 있다. 그러나 종관 규모의 대기 요란에서는 군속도가 위상 속도를 능가한다.



[그림 14.4] 두 종류의 파군 전파를 보여 주는 그림: (a) 위상 속도보다 작은 군속도와 (b) 위상 속도보다 큰 군속도. 굵은 선은 군속도를, 가는 선은 위상 속도를 나타냄

관측 가능한 요란이 전파하는 속도(즉, 에너지가 전파하는 속도)인 군속도에 대한 표현은 다음과 같이 유도할 수 있다. 진폭은 같으나 파장이 약간 다르고 진동수도 약간 다른, 수평으로 전파하는 두 파를 합성해 보자. 이 때 두 파의 파장 차와 진동수 차는 각각 $2\delta\lambda$ 와 $2\delta\nu$ 이다. 이와 같이 두 파를 합성한 총 요란은 다음과 같이 표현된다.

14.1 파동의 성질

$$\Psi(x, t) = \exp\{i[(k + \delta k)x - (\nu + \delta \nu)t]\} + \exp\{i[(k - \delta k)x - (\nu - \delta \nu)t]\}$$

여기서 간단히 하기 위해 방정식 (14.4)에 있는 $\text{Re}[\]$ 는 생략하였다. 그리고 위 식에서 오른쪽에 있는 항의 실수 부분만이 물리적 의미를 가지고 있다고 이해하면 된다. 항들을 정리하고 오일러 공식을 적용하면 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \Psi &= [e^{i(\delta k x - \delta \nu t)} + e^{-i(\delta k x - \delta \nu t)}] e^{i(kx - \nu t)} \\ &= 2\cos(\delta k x - \delta \nu t) e^{i(kx - \nu t)} \end{aligned} \quad (14.5)$$

합성과인 식 (14.5)는 고진동수의 반송파와 저진동수의 포락선의 곱이다. 반송파는 두 푸리에 성분의 평균인 파장 $2\pi/k$ 와 위상 속도 ν/k 를 갖고 있고, 포락선은 파장 $2\pi/\delta k$ 와 위상 속도 $\delta \nu/\delta k$ 를 갖고 있다. 이 때 δk 를 0으로 접근시키면 포락선의 수평 속도인 군속도를 얻게 된다. 즉, x 방향의 군속도는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$c_{gx} = \partial \nu / \partial k$$

이와 같이 파 에너지는 군속도로 전파한다. 파군의 파장인 $2\pi/\delta k$ 가 우세 성분의 파장인 $2\pi/k$ 에 비하여 크다면 이 결과는 일반적으로 임의의 파 포락선에 적용된다.

14.1.3 섭동법

섭동법에서 모든 장 변수는 기본 상태와 섭동의 두 부분으로 나누어지는데, 기본 상태는 보통 시간과 경도 방향에 독립적이라 가정되고 섭동은 기본 상태로부터의 지역적 장 편차이다. 예를 들면, \bar{u} 가 시간과 경도 방향으로 평균한 동서 방향 속도라 하고 u' 을 그 평균으로부터의 편차라 한다면 완전한 동서 방향 속도 장은 $u(x, t) = \bar{u} + u'(x, t)$ 이다. 이 경우에 관성 가속도 $u \partial u / \partial x$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$u \frac{\partial u}{\partial x} = (\bar{u} + u') \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u} + u') = \bar{u} \frac{\partial u'}{\partial x} + u' \frac{\partial u'}{\partial x}$$

섭동 이론의 기본 가정은 섭동을 0으로 놓을 때 기본 상태 변수들이 지배 방정식을 만족해야 한다는 것이다. 그리고 지배 방정식에서 섭동의 곱을 포함하는 모든 항들이 무시될 수 있도록 섭동 장들이 충분히 작아야 한다. 따라서 위의 예에서 $|u'/\bar{u}| \ll 1$ 이라면 다음과 같이 된다.

14.1 파동의 성질

$$|\bar{u}\partial u'/\partial x| \gg |u'\partial u'/\partial x|$$

섭동 변수들의 곱으로 이루어진 항들이 모두 무시된다면, 비선형 지배 방정식은 기본 상태 변수들이 계수가 되는 섭동 변수의 선형 미분 방정식으로 된다. 이 선형 미분 방정식은 표준 방법으로 풀 수 있고 기본 상태가 알려지면 섭동의 특성과 구조를 결정할 수 있게 된다.

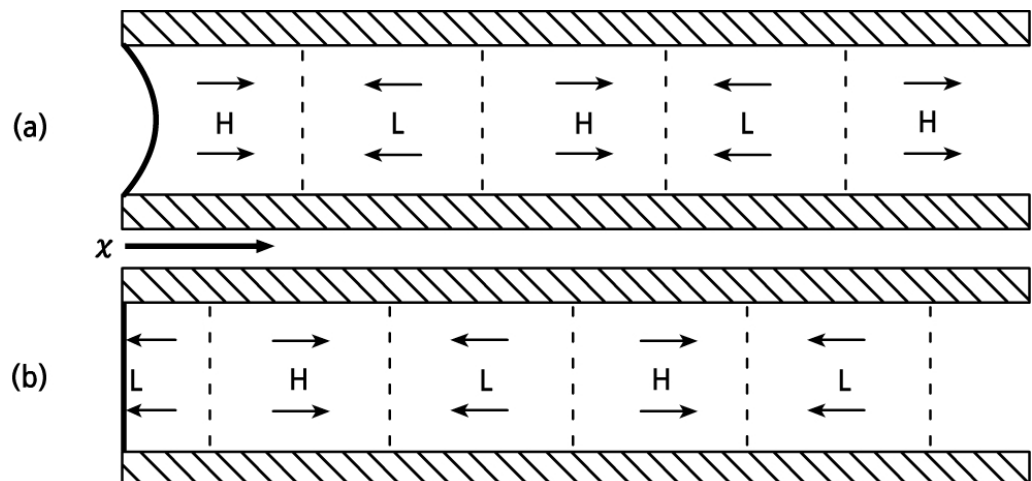
계수가 상수인 방정식에서는 그 해가 사인 형태이거나 지수 형태의 특성을 갖는다. 섭동 방정식의 해를 구하면 파의 전파 속도, 연직 구조 및 성장 또는 감쇠 조건과 같은 특성들을 알게 된다. 이와 같은 섭동 기법은 특별히 작은 섭동에 관한 기본 상태 흐름의 안정도를 연구하는데 유용하다.

14.2 간단한 파동 유형

유체의 파는 평형 위치에서 변위된 유체 덩이에 복원력이 작용하여 생긴다. 이 복원력은 압축성, 중력, 회전 및 전자 효과에 의해 발생할 수 있다. 이 절에서는 유체에서 가장 간단한 선형 파의 두 가지 예인 음파와 얇은물 중력파를 고려한다.

14.2.1 음파

음파는 세로파이다. 즉, 세로파란 입자 진동이 전파 방향과 평행한 파를 말한다. 소리는 매질의 단열 압축과 팽창이 번갈아 나타남으로써 전파된다. 예로서 그림 14.5는 왼편 끝에 진동판을 갖고 있는 관을 따라 음파가 전파하는 형태를 보여 주고 있다. 진동판이 진동을 시작한다면 진동판이 안과 밖으로 움직임에 따라 진동판에 이웃한 공기는 번갈아 압축되고 팽창될 것이다. 이에 따라 생기는 진동하는 기압경도력은 이웃 영역 공기의 진동하는 가속도와 균형을 이루게 될 것이다. 이 가속도는 관 속에서 점점 더 멀리 기압 진동을 일으키게 되고 이는 또 다시 가속도를 진동시키며 전파해 나간다. 이처럼 번갈아 가며 나타나는 압축과 팽창을 통한 연속적인 기압의 단열 증가와 감소는 그림 14.5에서 보인 것처럼 관을 따라 오른쪽으로 전파하는 사인 형태의 기압과 속도 섭동을 나타낸다. 그러나 개개의 공기 덩이는 오른쪽으로 계속 이동하지 않는다. 즉, 기압 패턴이 음파 속도로 오른쪽으로 이동하는 동안 개개의 공기 덩이는 단지 앞뒤로 진동할 뿐이다.



[그림 14.5] 왼편 끝에 진동판을 가진 관 안에서 음파의 전파를 설명하는 개략적인 그림. 표시된 H와 L은 각각 섭동 고기압과 저기압의 중심을 나타냄. 화살표는 섭동 속도를 의미. 양의 x 방향으로 전파하는 이 경우에 (b) 그림은 (a) 그림보다 1/4주기 늦은 상황을 나타낸 것

14.2 간단한 파동 유형

섭동법을 도입하기 위하여 그림 14.5의 경우에 대해 고려해 보자. 즉, x 방향에 평행한 직선 형태의 관 속에서 전파하는 1차원 음파를 고려한다. 입자가 위상 전파 방향의 직각으로 진동할 가능성을 제외시키기 위하여 처음부터 $v=w=0$ 을 가정한다. 또한 $u=u(x,t)$ 를 가정함으로써 y 와 z 에 대한 의존성을 모두 제거한다. 이 가정들을 하면 운동 방정식, 연속 방정식 및 열역학 에너지 방정식은 각각 다음과 같이 된다.

$$\frac{Du}{Dt} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (14.6)$$

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (14.7)$$

$$\frac{D\ln\theta}{Dt} = 0 \quad (14.8)$$

여기서 이 경우에는 $D/Dt = \partial/\partial t + u\partial/\partial x$ 이다. 상태 방정식을 이용하여 프와송(Poisson) 방정식 $\theta = T(p_s/p)^{R/c_p}$ 에서 T 를 치환하면 온위는 다음과 같이 표현된다.

$$\theta = (p/\rho R)(p_s/p)^{R/c_p}$$

여기서 $p_s = 1000$ hPa 이다. 이 식을 방정식 (14.8)에 대입하면 다음 방정식을 얻는다.

$$\frac{1}{\gamma} \frac{D\ln p}{Dt} - \frac{D\ln\rho}{Dt} = 0 \quad (14.9)$$

여기서 $\gamma = c_p/c_v$ 이다. 방정식 (14.7)과 방정식 (14.9)에서 ρ 를 소거하면 다음 방정식을 얻게 된다.

$$\frac{1}{\gamma} \frac{D\ln p}{Dt} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (14.10)$$

이제 종속 변수들을 일정한 기본 상태 부분(-로 표시)과 섭동 부분(/으로 표시)으로 다음과 같이 나눈다.

$$\begin{aligned} u(x,t) &= \bar{u} + u'(x,t) \\ p(x,t) &= \bar{p} + p'(x,t) \\ \rho(x,t) &= \bar{\rho} + \rho'(x,t) \end{aligned} \quad (14.11)$$

14.2 간단한 파동 유형

식 (14.11)을 방정식 (14.6)과 방정식 (14.10)에 대입하면 다음 방정식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\bar{u}+u')+(\bar{u}+u')\frac{\partial}{\partial x}(\bar{u}+u')+\frac{1}{(\bar{\rho}+\rho')}\frac{\partial}{\partial x}(\bar{p}+p') &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t}(\bar{p}+p')+(\bar{u}+u')\frac{\partial}{\partial x}(\bar{p}+p')+\gamma(\bar{p}+p')\frac{\partial}{\partial x}(\bar{u}+u') &= 0 \end{aligned}$$

다음으로 $|\rho'/\bar{\rho}| \ll 1$ 을 주목하면 밀도 항은 다음과 같이 근사될 수 있다.

$$\frac{1}{(\bar{\rho}+\rho')} = \frac{1}{\bar{\rho}} \left(1 + \frac{\rho'}{\bar{\rho}}\right)^{-1} \approx \frac{1}{\bar{\rho}} \left(1 - \frac{\rho'}{\bar{\rho}}\right)$$

섭동량의 곱으로 된 항을 무시하고 기본 상태 장이 상수이므로, 다음과 같은 선형 섭동 방정식을 얻는다.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)u' + \frac{1}{\bar{\rho}}\frac{\partial p'}{\partial x} = 0 \quad (14.12)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)p' + \gamma\bar{p}\frac{\partial u'}{\partial x} = 0 \quad (14.13)$$

방정식 (14.13)에 $(\partial/\partial t + \bar{u}\partial/\partial x)$ 를 적용시키고 방정식 (14.12)을 빼서 u' 을 소거하면 다음 방정식을 얻는다.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)^2 p' - \frac{\gamma\bar{p}}{\bar{\rho}}\frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} = 0 \quad (14.14)$$

이 식은 표준 파동 방정식의 형태를 갖고 있다. x 방향으로 전파하는 평면사인 파를 나타내는 단순한 해는 다음과 같이 표현된다.

$$p' = A \exp [ik(x - ct)] \quad (14.15)$$

여기서 간단히 표시하기 위해 $\text{Re}\{ \}$ 표기를 생략하였으나, 방정식 (14.15)의 실수 부분만이 물리적 의미를 갖고 있다고 이해하면 된다. 가정한 해 (14.15)를 방정식 (14.14)에 대입하면 위상 속도 c 가 다음 식을 만족해야 한다는 것을 알 수 있다.

$$(-ikc + ik\bar{u})^2 - (\gamma\bar{p}/\bar{\rho})(ik)^2 = 0$$

14.2 간단한 파동 유형

여기서 위 식의 두 항에 공통적으로 있는 인자 $A \exp[ik(x-ct)]$ 는 상쇄되었다. 위 식을 c 에 대해서 풀면 다음 식이 나온다.

$$c = \bar{u} \pm (\gamma \bar{p} / \bar{\rho})^{1/2} = \bar{u} \pm (\gamma R \bar{T})^{1/2} \quad (14.16)$$

그러므로 위상 속도가 식 (14.16)을 만족한다면 식 (14.15)는 방정식 (14.14)의 해이다. 식 (14.16)에 따르면 동서 방향 흐름 \bar{u} 에 상대적인 파의 전파 속도는 $c - \bar{u} = \pm c_s$ 인데, 여기서 $c_s \equiv (\gamma R \bar{T})^{1/2}$ 로서 단열 음속이라 부른다.

여기서 평균 동서 방향 속도 \bar{u} 는 음파를 이동시키는 도플러 쉬프트(Doppler shift) 역할만 한다. 따라서 주어진 파수 k 에 대응하는 지면에 상대적 진동수는 다음과 같다.

$$\nu = kc = k(\bar{u} \pm c_s)$$

도플러 쉬프트 교과는 바람이 불 때 고정된 관측자가 듣는 진동수는 음원에 상대적인 관측자의 위치에 좌우된다. 만일 바람이 서쪽에서 동쪽으로 불면, 즉 $\bar{u} > 0$ 이면 정지한 음원의 진동수는 음원의 서쪽에 있는 관측자($c = \bar{u} - c_s$)보다 음원의 동쪽에 있는 관측자($c = \bar{u} + c_s$)에게 더 높게 나타날 것이다.

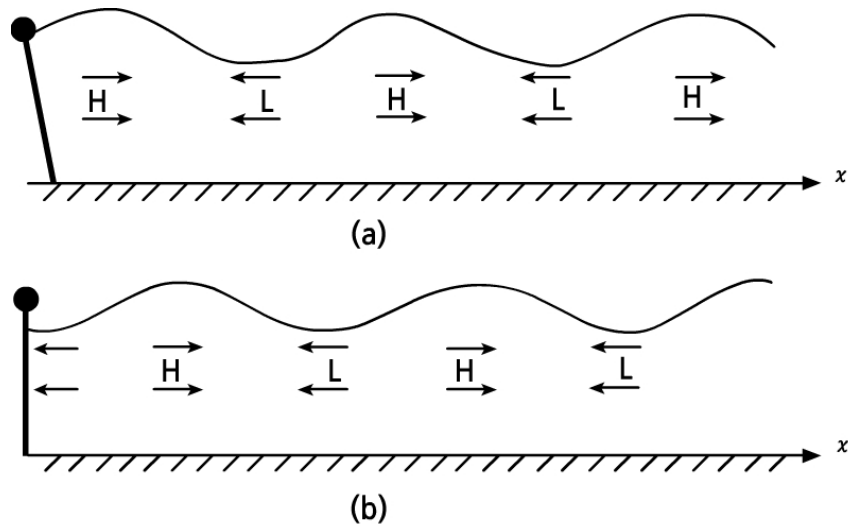
14.2.2 얇은물 중력파

순수한 파동 운동의 두 번째 예로서 얇은물 중력파로 알려진 수평으로 전파하는 진동을 고려한다. 이 파는 유체가 자유면이나 내부 밀도 불연속을 가질 때만 존재할 수 있다. 자유면이란 유체 위의 압력이 일정한 외부 대기압과 같은 유체 층의 표면을 말한다. 따라서 자유면에서는 $Dp/Dt = 0$ 이다. 그러므로 자유면은 내부 유체의 운동에 의해서만 형성된다. 앞 절에서 보인 것처럼 음파에서는 복원력(중력)이 파의 전파 방향과 평행하다. 그러나 얇은물 중력파에서는 복원력이 연직 방향을 향하고 있어서 전파 방향에 직각이다. 이와 같은 파를 가로파 또는 횡파라 부른다. 반면, 음파는 세로파 또는 종파라 부른다.

중력파의 전파 메커니즘은 한 쪽 끝에 있는 노와 x 방향으로 놓여 있는 수로의 물을 고려함으로써 이해할 수 있다. 노를 앞뒤로 진동시키면 자유면의 높이가 위 방향과 아래 방향으로 번갈아 이동하는데, 이 때 양과 음의 가속도가 번갈아 발생된다. 이것이 결국 유체의 수렴과 발산을 번갈아 일으키게 된다.

14.2 간단한 파동 유형

이로 인한 순 결과는 사인 형태의 자유면 고도 요란이 되는데, 이 요란은 오른쪽으로 이동하고 그림 14.6에서 보인 것처럼 섭동 속도와 섭동 자유면 고도가 정확히 같은 위상에 있게 된다. 즉, 고기압 영역에 양의 속도($u > 0$)가 나타나고 저기압 영역에 음의 속도($u < 0$)가 나타난다. 만일 유체의 오른쪽 끝에 있는 노를 저어 진동을 일으킨다면 이 요란은 왼쪽으로 이동하게 되며 속도 섭동과 자유면 고도 섭동은 정확히 180 위상 차를 보이게 된다. 즉, 고기압 영역에 음의 속도($u < 0$)가 나타나고 저기압 영역에 양의 속도($u > 0$)가 나타난다.

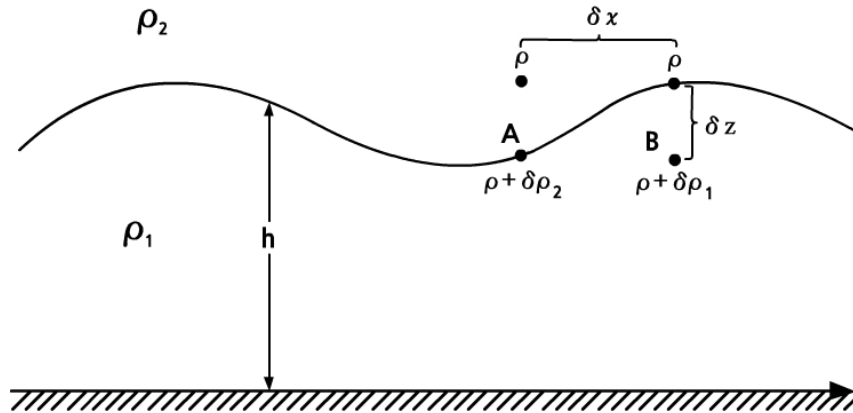


[그림 14.6] 왼쪽 끝에 있는 노를 저어서 수로의 물에 발생시킨 표면 중력파의 전파. 그림 14.5에서와 같은 기호를 사용

한 가지 특별한 예로서 그림 14.7에서 보인 것처럼 밀도가 서로 다른 균질 비압축성 유체로 이루어진 2층 시스템을 고려한다. 이 시스템에서 발생하는 파는 두 층 사이의 중간면을 따라 전파할 수 있다. 비압축성을 가정하면 음파가 완전히 제거되는데, 이렇게 함으로써 음파만을 따로 분리시킬 수 있다. 아래층 유체의 밀도 ρ_1 이 위층 밀도 ρ_2 보다 더 크다면 이 시스템은 안정한 상태에 있게 된다. 여기서 ρ_1 과 ρ_2 가 모두 상수이기 때문에, 압력이 정역학 평형을 만족한다면 각 층에서의 수평 압력 경도는 높이에 따라 변하지 않는다. 이 사실은 정역학 근사식을 x 에 관하여 미분함으로써 증명된다. 즉 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) = - \frac{\partial \rho}{\partial x} g = 0$$

14.2 간단한 파동 유형



[그림 14.7] 2층 유체 시스템

간단히 하기 위하여 위층에서는 수평 압력 경도가 없다고 가정한다. 그러면 아래층의 압력 경도는 정역학 방정식을 연직으로 적분함으로써 얻을 수 있다. 그림 14.7의 점과 점에 대하여 각각 다음 식을 얻는다.

$$\begin{aligned}
 p + \delta p_1 &= p + \rho_1 g \delta z = p + \rho_1 g (\partial h / \partial x) \delta x \\
 p + \delta p_2 &= p + \rho_2 g \delta z = p + \rho_2 g (\partial h / \partial x) \delta x
 \end{aligned}$$

여기서 $\partial h / \partial x$ 는 중간면의 기울기이다. $\delta x \rightarrow 0$ 의 극한을 취하면, 하층의 압력 경도를 다음과 같이 얻는다.

$$\lim_{\delta x \rightarrow 0} \left[\frac{(p + \delta p_1) - (p + \delta p_2)}{\delta x} \right] = g \delta \rho \frac{\partial h}{\partial x}$$

여기서 $\delta \rho = \rho_1 - \rho_2$ 이다.

간단히 하기 위해 운동이 x, z 평면에서만 이루어지는 2차원적이라고 가정한다. 그러면 아래층에 대한 x 운동량 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -g \frac{\delta \rho}{\rho_1} \frac{\partial h}{\partial x} \tag{14.17}$$

한편 연속방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \tag{14.18}$$

방정식 (14.17)의 압력 경도가 z 에 독립적이기 때문에, 초기에 u 가 연직 방향으로 일정하면 u 또한 계속 z 에 독립적일 것이다. 이와 같이 방정식 (14.18)을 하부 경계 $z=0$ 으로부터 중간면 $z=h$ 까지 연직으로 적분하면 다음을 얻는다.

14.2 간단한 파동 유형

$$w(h) - w(0) = -h(\partial u / \partial x)$$

그러나 여기서 $w(h)$ 는 중간면이 변하는 율로서 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$w(h) = \frac{Dh}{Dt} = \frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x}$$

그리고 평평한 하부 경계에 대해서는 $w(0) = 0$ 이다. 따라서 연직으로 적분된 연속방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} + h \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(hu) = 0 \quad (14.19)$$

방정식 (14.17)과 방정식 (14.19)는 변수 u 와 h 에 대해서 닫힌 세트이다. 즉, 변수 두 개에 대하여 방정식 두 개인 완전 세트이다. 이제 변수들을 다음과 같이 놓음으로써 섭동 기법을 적용한다.

$$u = \bar{u} + u', \quad h = H + h'$$

여기서 \bar{u} 는 전과 같이 기본 상태의 일정한 동서 방향 속도이고 H 는 아래 층의 평균 깊이이다. 위의 관계식을 대입하면 다음과 같이 방정식 (14.17)과 방정식 (14.19)의 섭동 형태를 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial u'}{\partial x} + g \frac{\delta \rho}{\rho_1} \frac{\partial h'}{\partial x} = 0 \quad (14.20)$$

$$\frac{\partial h'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial h'}{\partial x} + H \frac{\partial u'}{\partial x} = 0 \quad (14.21)$$

여기서 $H \gg |h'|$ 을 가정하여 섭동 변수들의 곱이 무시되었다.

방정식 (14.20)과 방정식 (14.21)에서 u' 을 소거하면 다음 식을 얻는다.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 h' - \frac{gH\delta\rho}{\rho_1} \frac{\partial^2 h'}{\partial x^2} = 0 \quad (14.22)$$

이 식은 형태로 보아 방정식 (14.14)와 비슷한 파동 방정식이다. 따라서 앞 절에서와 같이 방정식 (14.22)는 다음 형태의 해를 갖는다.

$$h' = A \exp[ik(x - ct)]$$

14.2 간단한 파동 유형

여기서 위상 속도 c 는 다음 관계를 만족한다.

$$c = \bar{u} \pm (gH\delta\rho/\rho_1)^{1/2} \quad (14.23)$$

만일 위층과 아래층이 각각 공기와 물이라면, $\delta\rho \approx \rho_1$ 이고 위상 속도 공식은 다음과 같이 간단화된다.

$$c = \bar{u} \pm \sqrt{gH}$$

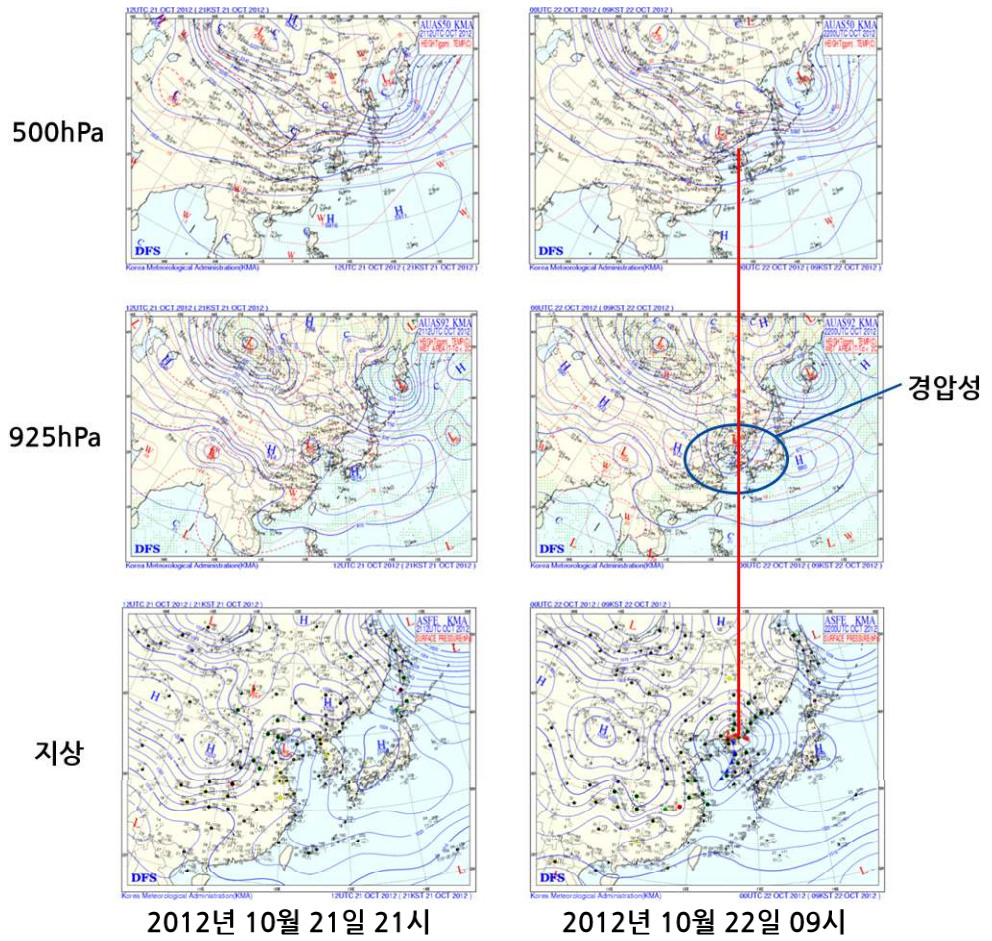
\sqrt{gH} 라는 양은 얕은물 중력과 속도라 부른다. 이 위상 속도 공식을 유도하는 과정에서 정역학 근사를 가정하였기 때문에, 이 속도는 파장이 유체 깊이보다 훨씬 더 큰 파에 대해서만 유효한 근사값이다. 따라서 “얕은물”이란 표현을 쓰고 있다. 아울러 정역학 근사가 유효하려면 연직 속도가 수평 속도에 비하여 충분히 작아야 한다. 이와 같은 제한 조건이 만족될 때 중력과 전파 속도는 \sqrt{gH} 가 된다. 바다 깊이가 4 km라면 얕은물 중력과 전파 속도는 약 200 m s^{-1} 이다. 이처럼 바다 표면의 장파는 매우 빠르게 이동한다. 다시 한 번 강조하지만 이 이론은 바다 깊이 보다 훨씬 더 긴 파장을 가진 장파에 대해서만 적용된다는 것을 기억해야 한다. 이와 같은 장파는 보통 바람에 의한 응력(스트레스)으로는 발생되지 않고, 지진이나 화산 폭발 같은 대규모 요란에 의해서만 발생할 수 있다. 후자와 같이 대규모 요란에 의해 생기는 장파를 쓰나미라 부른다.

얕은물 중력파는 밀도 경도가 큰 해양 내부에 있는 중간면에서도 발생할 수 있다. 이와 같이 밀도 차가 심한 좁은 영역을 수온약층이라 부르는데, 표면층 물은 수온약층을 경계로 깊은 층 물과 분리되어 있다.

만일 수온약층 위의 층에서 수평 압력 경도가 없다면, 방정식 (14.22)에서 H 는 수온약층 아래에 있는 층의 평균 깊이에 해당하고 k' 은 수온약층의 변위에 해당한다. 이 때 수온약층을 경계로 하여 밀도가 $\delta\rho/\rho_1 \approx 0.01$ 만큼 변한다면, 식 (14.23)으로부터 수온약층을 따라 전파하는 중력파의 속도를 계산할 수 있는데 이 값은 같은 깊이 H 의 바다 표면에 생기는 중력파에 대한 전파 속도의 1/10에 불과하다.

그림 14.8은 2011년 3월 11일 일본 지진해일 사례로서 파가 퍼져 가는 모습을 NOAA에서 만든 그림이다. 이 그림에서 등치선은 파가 도달하는 시간을 나타내고 있는데 이로부터 쓰나미의 전파 속도를 계산할 수 있다. 대략적으로 시간당 5~10도 위도 간격으로 전파하므로 전파속도는 약 $500 \text{ km/hr} \sim 1000 \text{ km/hr}$ 또는 $150 \text{ m/s} \sim 300 \text{ m/s}$ 이다.

14.2 간단한 파동 유형



[그림 14.8] 2011년 3월 11일 일본 지진해일의 사례에 대한 쓰나미의 전파 현황 (NOAA)

14.3 내부 중력파

이제 대기에 존재하는 중력파의 전파 특성을 알아보도록 한다. 연직으로 변위된 유체 덩이가 부력 진동을 받기 위해서는 대기가 안정되어 있어야 한다. 따라서 대기의 중력파는 대기가 안정할 때만 존재하게 된다. 부력은 중력파를 발생시키는 복원력이기 때문에 대기의 중력파를 부력파라고 부르는 것이 더 타당하다. 그러나 여기서는 전통적인 이름인 중력파라는 용어를 사용할 것이다.

위 경계와 아래 경계가 모두 뚜렷한 바다와 같은 유체에서는 연직으로 전파하는 파가 양쪽 경계면으로부터 반사되어 정립파를 형성하기 때문에 중력파는 주로 수평면으로 전파한다. 그러나 대기와 같이 위 경계가 없는 유체에서는 중력파가 수평뿐만 아니라 연직으로도 전파한다. 연직으로 전파하는 파에서는 그 위상이 고도의 함수가 된다. 이와 같은 파를 내부 파라고 한다. 비록 내부 중력파가 종관 규모의 일기 예보에는 일반적으로 크게 중요하지 않지만, 이 내부 중력파는 중규모 운동에서 중요하다. 예를 들어 내부 중력파는 산악 풍하파를 발생시킨다. 또한 내부 중력파는 에너지와 운동량을 중층 대기로 수송하는 중요한 메커니즘으로 알려져 있고 이 파는 흔히 청천 난류 형성과 연관되어 있는 것으로 믿고 있다.

14.3.1 순수 내부 중력파

간단히 생각하기 위하여 코리올리 힘을 무시하고 x, z 평면에서 전파하는 2차원 내부 중력파를 고려해 보자. 이와 같은 파의 진동수에 대한 표현을 얻기 위해서 먼저 “덩이 이론”을 설명하기로 한다.

안정적으로 성층화된 대기에서 어떤 공기 덩이가 그 평형 고도를 중심으로 하여 단열 진동을 하는 것을 부력 진동이라 부른다. 이와 같은 진동의 특성적 진동수는 공기 덩이를 연직으로 작은 거리 δz 만큼 이동시킴으로써 유도할 수 있다. 이 때 공기 덩이가 이동하는 동안 주위 대기를 교란시키지 않는다고 가정한다. 만일 주위 대기가 정역학 평형에 있다면, $\rho_0 g = -dp_0/dz$ 로 표현할 수 있는데 여기서 p_0 와 ρ_0 는 각각 주위 대기의 압력과 밀도이다. 이 공기 덩이의 연직 가속도는 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{dw}{dt} = \frac{d^2}{dt^2}(\delta z) = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (14.24)$$

14.3 내부 중력파

여기서 p 와 ρ 는 각각 공기 덩이의 압력과 밀도이다. 이 공기 덩이 방법에서는 이동하는 동안 공기 덩이의 압력이 주위 공기 압력과 순간적으로 같아진다고 가정한다: 즉, $p = p_0$ 이다. 이 조건은 공기 덩이가 주위 대기를 교란시키지 않으면 가능하다. 따라서 정역학 평형 관계식을 이용하면 방정식 (14.24)는 압력이 소거되어 다음과 같이 된다.

$$\frac{d^2}{dt^2}(\delta z) = g \left(\frac{\rho_0 - \rho}{\rho} \right) = g \frac{\theta}{\theta_0} \quad (14.25)$$

이 식에서 프와송(Poisson) 방정식 $\theta = T(p_s/p)^{R/c_p}$ 과 이상기체 법칙 $p = \rho RT$ 을 사용하여 부력을 온위로 나타내었다. 여기서 θ 는 공기 덩이의 온위에서 주위 대기의 기본 상태 온위 값 $\theta_0(z)$ 를 뺀 편차를 나타낸다. 온위가 $\theta_0(0)$ 인 고도 $z=0$ 에 공기 덩이가 초기에 놓여 있다면, 작은 연직 변위 δz 에 대하여 주위 대기의 온위는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\theta_0(\delta z) \approx \theta_0(0) + (d\theta_0/dz)\delta z$$

만일 공기 덩이의 이동이 단열적이라면, 그 공기 덩이의 온위는 변하지 않고 보존된다. 따라서 고도 δz 에서 공기 덩이의 온위로부터 주의 대기의 온위를 뺀 편차는 다음과 같다.

$$\theta(\delta z) = \theta_0(0) - \theta_0(\delta z) = - (d\theta_0/dz)\delta z$$

여기서 $\theta_0(0)$ 는 고도 δz 에서 공기 덩이의 온위와 같다. 그러므로 방정식 (14.25)는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{d^2}{dt^2}(\delta z) = - N^2 \delta z \quad (14.26)$$

여기서 $N^2 \equiv g d \ln \theta_0 / dz$ 는 주위 대기의 정적 안정도를 나타내는 척도이다. 방정식 (14.25)는 $\delta z = A \exp(iNt)$ 형태의 일반해를 갖는다. 따라서 $N^2 > 0$ 이면 공기 덩이가 $\tau = 2\pi/N$ 의 주기를 갖고 초기 고도를 중심으로 하여 진동할 것이다. 이 진동수 N 을 부력 진동수라 부른다. 대류권 평균 조건에 대하여 $N \approx 1.2 \times 10^{-2} s^{-1}$ 이고 이 부력 진동의 주기는 약 8분이다.

방정식 (14.26) 으로부터 알 수 있듯이 $N=0$ 의 경우에는 가속을 일으키는 힘이 없어서 공기 덩이가 이동된 고도에서 중립 상태에 있게 된다. 그러나 $N^2 < 0$ 인 경우(즉, 온위가 고도에 따라 감소하는 경우)에는 변위가 시간에 따라 지수적으로 증가할 것이다. 그러므로 다음과 같이 건조 공기에 대한 정적 안정도 판별 조건을 종합할 수 있다.

14.3 내부 중력파

- $d\theta_0/dz > 0$ 이면 정적으로 안정
- $d\theta_0/dz = 0$ 이면 정적으로 중립
- $d\theta_0/dz < 0$ 이면 정적으로 불안정

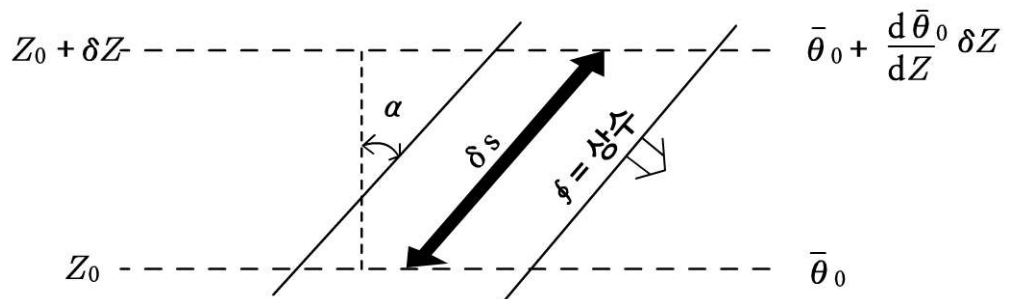
중관 규모에서 대기는 항상 안정하게 성층화되어 있다. 그 이유는 어떤 불안정 지역이라도 대류 활동에 의해 급속히 다시 안정화되기 때문이다. 이제 2차원 내부 중력파를 고려하기로 한다. 내부 중력파는 그림 14.9에서 보인 것처럼 공기 덩이 진동이 위상선에 평행한 가로파이다. 그림 14.9과 같이 연직선과 각도 α 로 기울어진 선을 따라 거리 δs 만큼 이동된 공기 덩이는 연직 이동 거리는 $\delta z = \delta s \cos \alpha$ 가 된다. 이와 같은 공기 덩이에 대해서 단위 질량당 연직 방향의 부력은 방정식 (14.26)에서 보인 것처럼 $-N^2 \delta z$ 이다. 이와 같이 공기 덩이가 진동하는 기울어진 경로에 평행한 부력의 성분은 다음과 같이 표현된다.

$$-N^2 \delta z \cos \alpha = -N^2 (\delta s \cos \alpha) \cos \alpha = -(N \cos \alpha)^2 \delta s$$

따라서 이 공기 덩이 진동에 대한 운동(량) 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{d^2(\delta s)}{dt^2} = -(N \cos \alpha)^2 \delta s \tag{14.27}$$

이 방정식은 $\delta s = \exp[\pm i(N \cos \alpha)t]$ 의 일반해를 갖고 있다. 이처럼 공기 덩이는 $\nu = N \cos \alpha$ 의 진동수로 단순 조화 진동을 수행하게 된다. 이 진동수는 정적 안정도(부력 진동수 N 으로 측정됨)와 위상선이 연직선과 이루는 각(α)에만 좌우된다.



[그림 14.9] 위상선이 연직선과 각도 α 만큼 기울어진 순수 중력파에 대한 공기 덩이 진동 경로 (굵은 화살표)

14.3 내부 중력파

위에서 설명한 유도 결과는 2차원 내부 중력파에 대한 선형 방정식들을 고려함으로써 확인할 수 있다. 여기서 단순화시키기 위하여 부시네스크(Boussinesq) 근사를 이용한다. 부시네스크 근사란 연직 운동 방정식의 부력항에 있는 중력과 결합된 밀도를 제외하고는 모든 밀도를 상수로 취급하는 근사이다. 이 근사에서는 대기를 비압축성으로 고려할 수 있고, 국지적 밀도 변화를 일정한 기본 상태 밀도장에서 일어나는 작은 섭동으로 가정할 수 있다. 기본 상태 밀도의 연직 변동은 중력과 결합된 곳을 제외하고는 무시되기 때문에, 부시네스크 근사는 연직 규모가 대기의 규모 고도 $H(\approx 8km)$ 보다 작은 운동에서만 유효하다. 회전 효과를 무시하면 비압축성 대기의 2차원 운동에 대한 기본 방정식들은 다음과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (14.28)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + g = 0 \quad (14.29)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (14.30)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + w \frac{\partial \theta}{\partial z} = 0 \quad (14.31)$$

여기서 온위 θ 는 다음과 같이 기압과 밀도의 함수이다.

$$\theta = \frac{p}{\rho R} \left(\frac{p_s}{p} \right)^\kappa$$

이 식의 양변에 대수를 취하면 다음과 같이 된다.

$$\ln \theta = \gamma^{-1} \ln p - \ln \rho + \text{상수} \quad (14.32)$$

방정식 (14.28)부터 방정식 (14.32)까지 방정식의 개수는 5개이고 미지수도 5개 (u, w, p, ρ, θ) 이므로 이 방정식 세트는 완전 세트이다. 이제 다음과 같이 각 변수를 평균과 편차로 표현하여 이 방정식들을 선형화한다.

$$u = \bar{u} + u' \quad p = \bar{p}(z) + p' \quad (14.33)$$

$$w = w' \quad \theta = \bar{\theta}(z) + \theta' \quad \rho = \rho_0 + \rho'$$

14.3 내부 중력파

여기서 기본 상태 동서 흐름 \bar{u} 와 밀도 ρ_0 은 모두 상수로 가정한다. 기본 상태의 기압장은 다음과 같이 정역학 방정식을 만족해야만 한다.

$$d\bar{p}/dz = -\rho_0 g \quad (14.34)$$

반면 기본 상태의 온위는 방정식 (14.32)를 만족해야 하므로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\ln \bar{\theta} = \gamma^{-1} \ln \bar{p} - \ln \rho_0 + \text{상수} \quad (14.35)$$

식 (14.33)을 방정식 (14.28)부터 방정식 (14.32)까지에 대입하고 섭동 변수의 곱으로 된 항들을 모두 무시하면 선형화된 방정식들을 얻을 수 있다. 예를 들어, 방정식 (14.29)의 마지막 두 항은 다음과 같이 근사시킬 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + g &= \frac{1}{\rho_0 + \rho'} \left(\frac{d\bar{p}}{dz} + \frac{\partial p'}{\partial z} \right) + g \\ &\approx \frac{1}{\rho_0} \frac{d\bar{p}}{dz} \left(1 - \frac{\rho'}{\rho_0} \right) + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} + g = \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} + \frac{\rho'}{\rho_0} g \end{aligned} \quad (14.36)$$

여기서 \bar{p} 를 소거하기 위하여 방정식 (14.34)를 사용하였다. 방정식 (14.32)의 섭동 형태는 다음 식을 이용하면 얻을 수 있다.

$$\ln \left[\bar{\theta} \left(1 + \frac{\theta'}{\bar{\theta}} \right) \right] = \gamma^{-1} \ln \left[\bar{p} \left(1 + \frac{p'}{\bar{p}} \right) \right] - \ln \left[\rho_0 \left(1 + \frac{\rho'}{\rho_0} \right) \right] + \text{상수} \quad (14.37)$$

이제 $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$ 이고 $\epsilon \ll 1$ 일 때 $\ln(1 + \epsilon) \approx \epsilon$ 임을 적용하면, 방정식 (14.35)와 방정식 (14.37)을 이용하여 다음과 같은 근사식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\theta'}{\bar{\theta}} \approx \frac{1}{\gamma} \frac{p'}{\bar{p}} - \frac{\rho'}{\rho_0}$$

이 식을 ρ' 에 대하여 풀면 다음 식을 얻는다.

$$\rho' \approx -\rho_0 \frac{\theta'}{\bar{\theta}} + \frac{p'}{c_s^2} \quad (14.38)$$

여기서 $c_s^2 \equiv \bar{p}\gamma/\rho_0$ 은 음속의 제곱이다. 부력과 운동에 대해서는 $|\rho_0 \theta' / \bar{\theta}| \gg |p' / c_s^2|$ 이다. 즉, 기압 변화에 의한 밀도 섭동량은 온도 변화에 의한 밀도 섭동량에 비하여 작다. 그러므로 1차 근사로 다음과 같이 쓸 수 있다.

14.3 내부 중력파

$$\theta'/\bar{\theta} = -\rho'/\rho_0 \quad (14.39)$$

이 관계식은 매우 유용하다. 왜냐 하면 실제로 관측하지 않는 밀도의 섭동 값을 관측 값으로부터 알 수 있는 온위의 섭동 값으로 치환할 수 있기 때문이다.

이제 방정식 (14.36)과 식 (14.39)를 이용하면 방정식 (14.28)부터 방정식 (14.31)까지의 선형화 형태는 다음과 같이 표현된다.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x}\right) u' + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x} = 0 \quad (14.40)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x}\right) w' + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} - \frac{\theta'}{\bar{\theta}} g = 0 \quad (14.41)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0 \quad (14.42)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x}\right) \theta' + w' \frac{d\bar{\theta}}{dz} = 0 \quad (14.43)$$

방정식 (14.41)을 x 로 편미분한 것으로부터 방정식 (14.40)을 z 로 편미분한 것을 빼면 p' 이 소거되어 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x}\right) \left(\frac{\partial w'}{\partial x} - \frac{\partial u'}{\partial z}\right) - \frac{g}{\bar{\theta}} \frac{\partial \theta'}{\partial x} = 0 \quad (14.44)$$

이 식은 바로 소용돌이도 방정식의 y 성분이다.

방정식 (14.42)와 방정식 (14.43)을 이용하면 방정식 (14.44)로부터 u' 과 θ' 을 소거할 수 있다. 결국 다음과 같은 w' 에 대한 방정식을 얻게 된다.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x}\right)^2 \left(\frac{\partial^2 w'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w'}{\partial z^2}\right) + N^2 \frac{\partial^2 w'}{\partial x^2} = 0 \quad (14.45)$$

여기서 $N^2 \equiv g d \ln \bar{\theta} / dz$ 는 부력 진동수의 제곱인데 상수로 가정된다.

방정식 (14.45)는 다음과 같은 형태의 조화 파동 해를 갖는다.

$$w' = \text{Re} [\hat{w} \exp(i\phi)] = w_r \cos \phi - w_i \sin \phi \quad (14.46)$$

14.3 내부 중력파

여기서 $\hat{w} = w_r + iw_i$ 는 실수 부분 w_r 과 허수 부분 w_i 를 가진 복소수 진폭이다. 그리고 $\phi = kx + mz - \nu t$ 는 위상으로서 x 와 t 뿐만 아니라 z 에도 선형적으로 의존한다고 가정한다. 이 때 해는 항상 x 방향으로 사인 형태이기 때문에 수평 파수 k 는 실수이고 편의상 양으로 취급한다. 그러나 연직 파수 $m = m_r + im_i$ 는 일반적으로 복소수 형태를 갖는데, 실수 m_r 은 z 방향으로 사인 형태의 변화를 나타내고 반면 허수 m_i 는 그 값이 양이면 연직 방향으로 지수적 감쇠를, 음이면 연직 방향으로 지수적 성장을 나타낸다. m 이 실수일 때, 총 파수는 벡터 $\vec{\kappa} \equiv (k, m)$ 으로 간주되며 그 방향은 위상이 일정한 선에 직각으로서 위상이 증가하는 방향이다. 파수의 각 성분 $k = 2\pi/L_x$ 와 $m = 2\pi/L_z$ 는 각각 수평 파장과 연직 파장에 반비례한다. 위에서 가정한 해 (14.46)을 방정식 (14.45)에 대입하면 다음과 같은 분산 관계를 얻는다.

$$(\nu - \bar{u}k)^2 (k^2 + m^2) - N^2 k^2 = 0$$

이 분산 관계는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\hat{\nu} \equiv \nu - \bar{u}k = \pm Nk / (k^2 + m^2)^{1/2} = \pm Nk / |\vec{\kappa}| \quad (14.47)$$

여기서 고유 진동수 $\hat{\nu}$ 은 평균 바람에 상대적인 진동수이다. 식 (14.47)에서 양의 부호는 평균 바람에 상대적으로 동쪽으로 위상 전파하는 경우에 해당하고 음의 부호는 평균 바람에 상대적으로 서쪽으로 위상 전파하는 경우에 해당한다.

$k > 0$ 이고 $m < 0$ 이면, 위상이 일정한 선들은 그림 14.10에서 보인 것처럼 고도가 증가함에 따라 동쪽으로 기울어진다. 즉, x 가 증가함에 따라 위상 $\phi = kx + mz$ 가 일정하게 유지되려면 $k > 0$ 이고 $m < 0$ 일 때 z 가 증가해야 한다. 위상선은 ϕ 가 일정한 선이므로, 위상선을 식으로 표현하면 다음과 같다.

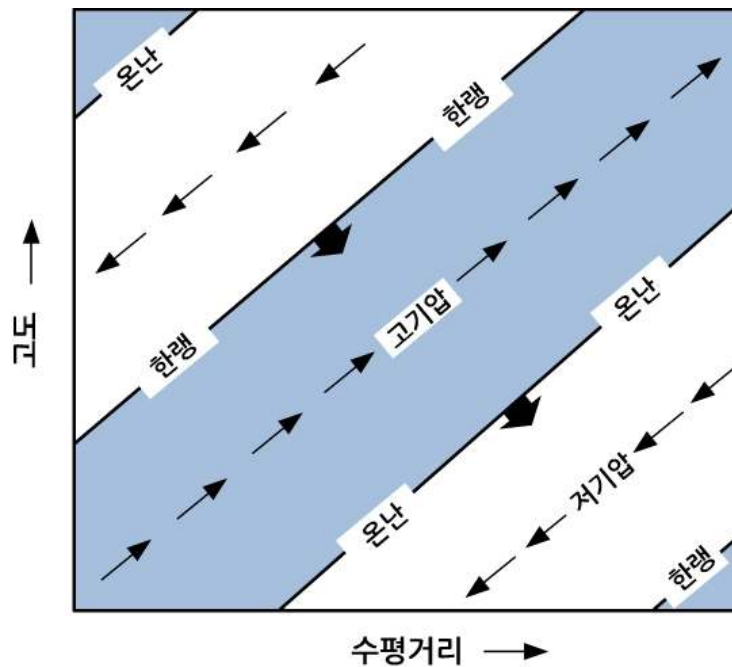
$$z = -(k/m)x + \text{상수}$$

$k > 0$ 이고 $m < 0$ 인 경우에 위상선의 기울기는 $-(k/m) > 0$ 이므로 위상선은 그림 14.10와 같이 된다. 식 (14.47)에서 양의 근을 선택하면 이 근은 평균 흐름에 상대적으로 동쪽과 아래 방향으로 전파하는 파에 해당한다. 그 이유는 평균 흐름에 상대적인 수평 위상 속도와 연직 위상 속도의 부호가 각각 다음과 같기 때문이다.

14.3 내부 중력파

$$c_x = \hat{v}/k = + N/(k^2 + m^2)^{1/2} > 0$$

$$c_z = \hat{v}/m = + N(k/m)/(k^2 + m^2)^{1/2} < 0$$



[그림 14.10] 내부 중력파에 대한 압력, 온도 및 속도 섭동의 위상을 보여주는 이상적 단면. 가는 화살표는 섭동 속도장을, 굵은 화살표는 위상 속도를 가리킴. 음영 표시 영역은 상승 운동 지역

한편 군속도의 x 성분(c_{gx})과 z 성분(c_{gz})은 각각 다음과 같이 표현된다.

$$c_{gx} = \frac{\partial \nu}{\partial k} = \bar{u} \pm \frac{Nm^2}{(k^2 + m^2)^{3/2}} \tag{14.48}$$

$$c_{gz} = \frac{\partial \nu}{\partial m} = \pm \frac{(-Nkm)}{(k^2 + m^2)^{3/2}} \tag{14.49}$$

여기서 위 또는 아래 부호는 식 (14.47)에서와 같은 방식으로 선택된다. $k > 0$ 이고 $m < 0$ 인 경우에 양의 근을 택하면, $c_{gx} > 0$ ($\bar{u} > 0$ 이라 가정) 이고 $c_{gz} > 0$ 이다. 이와 같이 군속도의 연직 성분은 평균 흐름에 상대적인 위상 속도의 연직 성분과 부호가 반대이다. 이것은 하향 위상 전파가 상향 에너지 전파를 암시한다는 것을 의미한다. 더욱이 군속도 벡터의 방향은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\frac{c_{gz}}{c_{gx} - \bar{u}} = \frac{\pm(-Nkm)/(k^2 + m^2)^{3/2}}{\pm Nm^2/(k^2 + m^2)^{3/2}} = -\frac{k}{m}$$

14.3 내부 중력파

이 식에서 알 수 있듯이 위상선의 기울기와 군속도 벡터의 기울기가 같다. 즉, 군속도 벡터는 위상선에 평행함을 알 수 있다. 이와 같이 내부 중력파는 그 군속도 방향이 위상 전파 방향과 직각을 이룬다는 주목할 만한 성질을 갖고 있다. 에너지는 군속도로 전파하기 때문에 이 사실은 에너지가 파의 능과 골에 평행하게 전파한다는 것을 암시한다. 앞 절에서 다룬 음파와 얇은물 중력파에서는 에너지가 파의 능과 골에 직각 방향으로 전파한다는 것을 주목하라. 대기에서 내부 중력파는 1) 적운 대류, 2) 지형(산악) 위 흐름 및 3) 그 밖의 다른 과정에 의해 발생하는데, 이 때 개개의 유체 덩이 진동이 1 km 보다 훨씬 작은 연직 거리에서 일어난다고 할지라도 이 내부 중력파는 몇 배의 규모 고도에 해당하는 대기권 중부까지 상향 전파할 수 있다. 그림 14.10로 다시 돌아가 보면, 위상선과 연직선이 이루는 각 α 는 다음과 같이 주어짐을 알 수 있다.

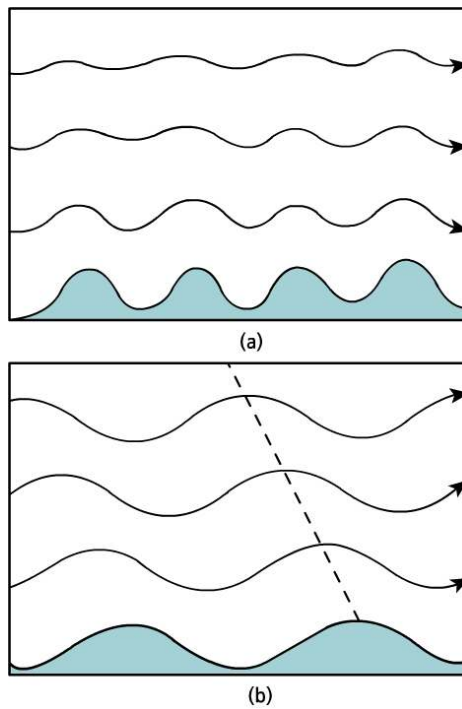
$$\cos \alpha = L_z / (L_x^2 + L_z^2)^{1/2} = \pm k / (k^2 + m^2)^{1/2} = \pm k / |\vec{k}|$$

따라서 $\hat{\nu} = N \cos \alpha$ 이다. 즉, 내부 중력파 진동수는 부력 진동수보다 작음에 틀림없다. 이것은 앞에서 다룬 방정식 (14.27)의 덩이 진동 모델 결과와 일치한다. 여기서 주목할 사실은 내부 중력파에 대한 위상선의 기울기는 파장에 의존하지 않고 부력 진동수에 대한 내부 중력파 고유 진동수의 비에만 좌우된다는 것이다.

14.3 내부 중력파

14.3.2 지형파

정적으로 안정한 상태에서 평균 풍속 \bar{u} 인 공기가 사인 형태의 산을 넘어 갈 때, 개개의 공기 덩이는 그림 14.11과 같이 그 평형 고도로부터 위와 아래로 번갈아 변위되어 부력 진동을 하게 될 것이다. 이 경우에는 지면에 상대적으로 정지한 파의 형태로 해가 존재한다. 즉 식 (14.47)에서 이다. 이와 같은 정체 파에 대해서는 w' 이 x 와 z 만에 의존하고 방정식 (14.45)는 다음과 같이 단순화된다.



[그림 14.11] 사인 형태의 (a) 짧은 파장 지형과 (b) 긴 파장 지형 위를 흐르는 정체 흐름의 유선. (b)에서 쇄선은 최대 상향 변위의 위상을 나타냄

$$\left(\frac{\partial^2 w'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w'}{\partial z^2} \right) + \frac{N^2}{\bar{u}^2} w' = 0 \tag{14.50}$$

조화 파동 해 (14.46)을 방정식 (14.50)에 대입하면 다음과 같은 분산 관계는 다음과 같다.

$$m^2 = N^2/\bar{u}^2 - k^2 \tag{14.51}$$

N, k, \bar{u} 값이 주어지면 식 (14.51)은 연직 구조를 알 수 있다. $|\bar{u}| < N/k$ 이면 $m^2 > 0$ (즉 m 이 실수)이고 방정식 (14.50)의 해는 다음과 같이 연직으로 전파하는 파의 형태를 갖게 된다.

14.3 내부 중력파

$$w' = \hat{w} \exp[i(kx + mz)]$$

식 (14.47)로부터 $k > 0$ 으로 놓으면 (이렇게 놓는 이유는 동쪽으로 전파하는 파의 경우에 $\nu > 0$ 이 되게 하기 위함) 서풍($\bar{u} > 0$)이 불 때 $\hat{\nu} < 0$ 이고 동풍($\bar{u} < 0$)이 불 때 $\hat{\nu} > 0$ 임을 알 수 있다. 앞 절에서 살펴 본 것처럼 군속도의 연직 성분은 위상 속도의 연직 속도와 항상 부호가 반대이다. 산을 넘어가는 흐름이 생길 때 에너지는 지면 근처에서 생성되므로 이 에너지가 내부 중력파에 의해 상공으로 수송된다. 그러므로 이 경우에 위상 속도의 연직 성분은 아래 방향을 향하게 된다. 즉 $c_z = \hat{\nu}/m < 0$ 이다. 따라서 서풍이 불 때 $\hat{\nu} < 0$ 이므로 $m > 0$ 이 되고, 동풍이 불 때 $\hat{\nu} > 0$ 이므로 $m < 0$ 이 된다. 한편 $m^2 < 0$ 일 때는 $m = im_i$ 는 허수 값을 갖게 된다.

이 때 $m_i = (k^2 - N^2/\bar{u}^2)^{1/2}$ 이다. 이 경우에 방정식 (14.50)의 해는 다음과 같이 연직으로 갇힌 파의 형태를 갖게 된다.

$$w' = \hat{w} \exp(ikx) \exp(-m_i z)$$

이와 같이 파의 연직 전파는 $|\bar{u}k| < N$ 일 때만 가능하다. 즉, 평균 흐름에 상대적인 진동수 크기가 부력 진동수보다 작을 때만 내부 중력파는 연직 방향으로 전파한다. 따라서 연직으로 전파하는 지형파가 형성되기 좋은 조건은 1) 정적으로 강한 안정 (큰 N 값), 2) 긴 산봉우리 사이의 거리 (작은 k 값) 그리고 3) 비교적 약한 동서 흐름 (작은 크기의 \bar{u} 값)이다.

지형파가 연직으로 전파할 때 $\bar{u} > 0$ 인 경우에 일정 위상 선은 고도가 증가함에 따라 서쪽으로 기울어져야 한다. 그 이유는 어떤 주어진 순간에 위상 ($\phi = kx + mz - \nu t$)이 일정한 선은 $z = -(k/m)x + \text{상수}$ 로 나타낼 수 있고 $k > 0$ 이고 $m > 0$ 이므로 위상 선의 기울기가 $-(k/m) < 0$ 이기 때문이다. 그러나 m 이 허수일 경우, 바로 위 식에서 보인 것처럼 해는 위상 선이 기울어지지 않고 그 진폭이 연직 방향으로 지수적으로 감소하는 형태를 갖게 된다.

실수와 허수의 m 에 대한 해의 성질을 대조하기 위하여 아래와 같은 형태의 지형 위를 넘어가는 서풍의 예를 고려한다.

$$h(x) = h_M \cos kx$$

여기서 h_M 은 지형의 진폭이다. 하부 경계면에서의 흐름은 그 경계면에 평행해야 하기 때문에 하부 경계면에서 연직 속도가 발생하는데, 이 속도는 다음과 같이 운동을 따라서 경계면 고도가 변하는 율로 표현할 수 있다.

14.3 내부 중력파

$$w'(x, 0) = (dh/dt)_{z=0} \approx \bar{u} \partial h / \partial x = -\bar{u} k h_M \sin kx$$

따라서 이 조건을 만족하는 방정식 (14.50)의 해는 다음과 같다.

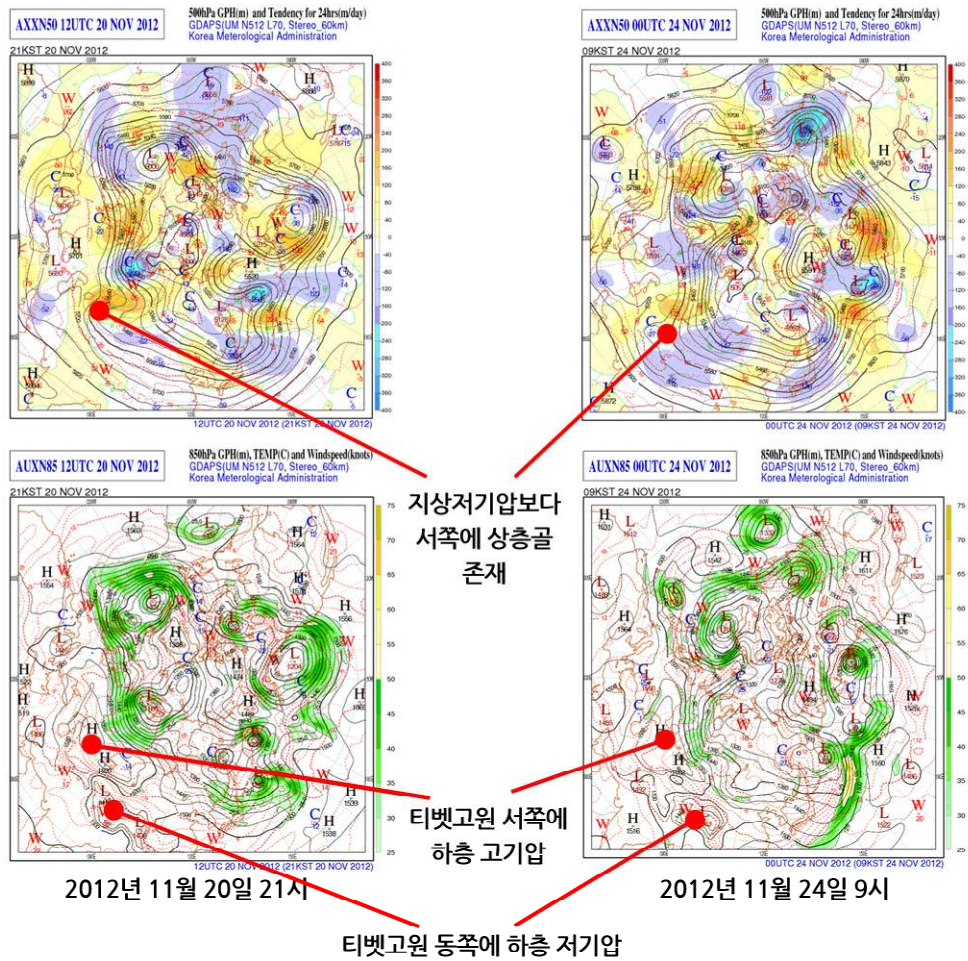
$$w'(x, z) = \begin{cases} -\bar{u} h_M k e^{-\mu z} \sin kx, & \bar{u} k > N \\ -\bar{u} h_M k \sin(kx + mz), & \bar{u} k < N \end{cases} \quad (14.52)$$

평균 풍속 \bar{u} 와 부력 진동수 N 이 일정한 경우, 해의 성질은 오직 지형의 수평 규모 k 에만 좌우된다. 방정식 (14.52)에서 위의 경우는 짧은 파장의 지형에 해당하고 아래의 경우는 긴 파장의 지형에 해당한다. 그림 14.11은 사인 형태의 지형 위를 서쪽에서 동쪽으로 넘어가는 흐름의 유선 패턴을 보이고 있다. 짧은 파장의 지형의 경우(그림 14.11a), 위쪽에서의 최대 변위는 능 꼭대기에서 발생하고 유선의 진폭은 고도가 높아질수록 감소한다. 반면 긴 파장의 지형의 경우(그림 14.11b)에는 위쪽에서의 최대 변위 선은 서쪽으로 기울어지고(이 경우 $m > 0$) 진폭은 고도와 관계없이 일정하며 지형과는 평균 흐름에 상대적으로 서쪽으로 전파한다.

동서 방향 파수와 부력 안정도가 일정한 경우, 해는 동서 방향 평균 풍속에만 좌우된다. 방정식 (14.52)에서 알 수 있듯이 동서 방향 평균 풍속이 N/k 보다 작을 때만 연직 방향으로 파동 전파가 일어날 것이다. 이처럼 연직 방향으로 전파하는 파동이 발생하기 위한 좋은 조건은 1) 대기가 매우 안정해야 하고(N 이 커야 하고), 2) 지형의 파장이 길어야 하며(k 가 작아야 하며), 3) 동서 방향 풍속이 약해야 한다(\bar{u} 가 작아야 한다).

방정식 (14.52)는 기본 상태의 흐름인 동서 방향 평균 바람의 속도인 \bar{u} 가 일정하다는 조건으로부터 얻은 식이다. 그러나 실제 대기에서는 동서 풍속 \bar{u} 와 안정도 파라미터 N 은 모두 고도 증가에 따라 변하고, 지형 능은 보통 사인 형태가 계속되지 않고 고립적으로 존재한다. 그러므로 지형의 모양, 풍속 및 안정도 분포에 따라 다양한 형태의 유선이 나타날 것이다. 어떤 특별한 조건에서는 큰 진폭의 파동이 형성될 수 있고 이것이 극심한 지면 하강 바람과 강한 청천 난류 지역을 발생시킬 수 있다.

14.3 내부 중력파



[그림 14.12] 티벳 고원을 넘는 흐름에 대한 500 일기도와 850 일기도의 예. 2012년 11월 20일 21시 일기도와 2012년 11월 24일 09시 일기도가 선택되었다.

이 그림으로부터 산이나 높은 고원을 넘는 기류에서 상층 기압골이 하층 기압골의 서쪽에 위치하게 됨을 알 수 있고 산이나 높은 고원의 동쪽에 기압골 또는 저기압이 형성됨을 볼 수 있다.

14.4 회전에 의해 변형된 중력파

수평 규모가 수백 km 보다 크고 주기가 수 시간보다 긴 중력파는 코리올리 효과에 의한 영향을 받아서 공기 덩이 진동이 순수 중력파처럼 직선이 아니라 타원 형태를 나타낸다. 이 타원형 진동은 다음 사실을 관찰해 보면 정성적으로 이해할 수 있다. 즉, 코리올리 효과는 회전하는 유체에서 덩이의 수평 이동을 방해하고, 약간 다르지만 비슷한 방법으로 부력은 정적으로 안정한 대기에서 덩이의 연직 이동을 방해한다. 전자의 경우에 저항력은 덩이 수평 속도의 직각 방향으로 작용하지만 후자의 경우에는 저항력이 덩이 이동 방향에 반대로 작용한다.

14.4.1 순수 관성파

지오퍼텐셜 장이 등압면에서 균일할 때 수평 기압 경도력은 0이 되고 비단열 가열항이 무시되는 경우에 전향력과 원심력이 균형을 이루는 흐름이 형성된다. 수평 속도를 V , 곡률 반경을 R 이라 할 때 단위 질량당 전향력은 fV 로, 단위 질량당 원심력은 V^2/R 로 표시된다. 이 두 힘이 균형을 이루므로 $V^2/R + fV = 0$ 으로 표현되며 이로부터 $R = -V/f$ 임을 알 수 있다. f 의 위도 변화를 무시하면 g 일정하고 균형류에서는 속도 V 가 일정하므로 곡률 반경이 일정하게 된다. 따라서 이 경우에 공기 덩이는 시계 방향의 원형 운동을 한다. 이 진동의 주기는 다음과 같이 계산된다.

$$P = \left| \frac{2\pi R}{V} \right| = \frac{2\pi}{|f|} = \frac{1}{\left| \sin\phi \right|} \text{일}$$

이 주기 P 는 푸코(Foucault) 진자가 원의 절반인 180 회전하는데 걸리는 시간에 해당된다. 그래서 이 주기를 흔히 반 진자일이라 한다. 상대 운동에 기인한 전향력과 원심력 모두 유체의 관성에 의해 생기기 때문에, 이런 형태의 운동을 전통적으로 관성 진동이라 부르고 반경 R 의 원을 관성원이라 한다.

이와 같은 형태의 관성 운동을 평균 바람이 동서 지균풍인 경우로 일반화시키기 위해 14.3.1절 앞 부분에서 취급한 부력 진동을 설명할 때 사용한 것과 비슷한 덩이 방법을 이용할 것이다. 기본 상태 흐름을 동서 방향 지균풍 u_g 로 가정하고 덩이 변위가 압력 장을 교란시키지 않는다고 가정하면, 근사 운동 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

14.4 회전에 의해 변형된 중력파

$$\frac{du}{dt} = fv = f \frac{dy}{dt} \quad (14.53)$$

$$\frac{dv}{dt} = f(u_g - u) \quad (14.54)$$

이제 기본 상태가 지균 운동인 경우, $y = y_0$ 위치에서 이동하는 공기 덩이를 고려한다. 이 공기 덩이가 공기 흐름을 가로 질러 거리 δy 만큼 변위된다면, 방정식 (14.53)의 적분 형태로부터 변위된 위치인 $y = y_0 + \delta y$ 에서의 동서 방향 속도는 다음과 같이 됨을 알 수 있다.

$$u(y_0 + \delta y) = u_g(y_0) + f \delta y \quad (14.55)$$

그리고 $y_0 + \delta y$ 에서의 지균풍은 다음과 같이 근사된다.

$$u_g(y_0 + \delta y) = u_g(y_0) + \frac{\partial u_g}{\partial y} \delta y \quad (14.56)$$

방정식 (14.55)와 방정식 (14.56)을 이용하여 $y_0 + \delta y$ 에서 방정식 (14.54)의 오른쪽 항들 값을 계산하면 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d^2 \delta y}{dt^2} = -f \left(f - \frac{\partial u_g}{\partial y} \right) \delta y = -f \frac{\partial M}{\partial y} \delta y \quad (14.57)$$

여기서 M 은 절대 운동량으로서 $M \equiv fy - u_g$ 로 정의된다.

이 방정식은 수학적으로 방정식 (14.26)과 같은 형태이다. 방정식 (14.26)은 성층화된 대기에서 연직으로 변위된 공기 덩이의 운동에 대한 방정식임을 기억하라. 방정식 (14.57)의 오른쪽 항 계수의 부호에 따라 공기 덩이는 원래 위치로 되돌아가기도 하고 그 위치로부터 더 멀어져 가기도 한다. 이처럼 이 계수가 다음과 같이 관성 불안정도에 대한 조건을 결정한다.

$$f \frac{\partial M}{\partial y} = f \left(f - \frac{\partial u_g}{\partial y} \right) \left(\begin{array}{l} > 0 \text{ 안정} \\ = 0 \text{ 중립} \\ < 0 \text{ 불안정} \end{array} \right) \quad (14.58)$$

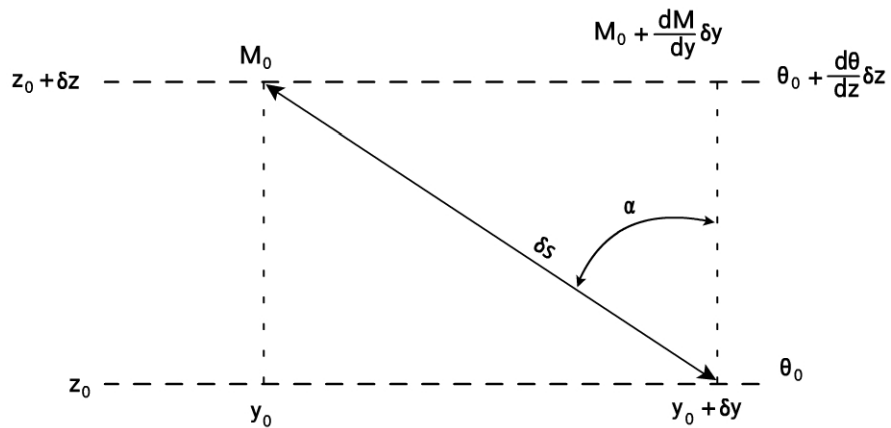
북반구에서는 f 가 양이므로 기본 흐름의 절대 소용돌이도 $f - \partial u_g / \partial y$ 가 양일 때 흐름은 관성적으로 안정하다. 그러나 남반구에서는 반대로 절대 소용돌이도가 음일 때 관성적으로 안정하다. 관측에 의하면 상층 제트류의 고기압성 쉬어 쪽으로 중립에 가까운 상태가 나타나기는 하지만 중위도 중관 규모 시스템에서 흐름은 항상 관성적으로 안정하다.

14.4 회전에 의해 변형된 중력파

그 이유는 넓은 영역에 관성 불안정이 발생하면 즉시 관성적으로 불안정한 운동이 시작되어 그것이 유체를 측면으로 혼합시켜서 절대 소용돌이가 다시 양이 될 때까지 쉬어를 감소시키기 때문이다.

14.4.2 관성 중력파

흐름이 관성적으로 안정하고 정적으로도 안정할 때, 공기 덩이를 이동시키면 회전과 부력 모두에 의해 저항을 받는다. 이 경우에 결과적으로 일어나는 진동을 관성 중력파라고 부른다. 이와 같은 파의 분산 관계는 14.3절에서 적용한 덩이법의 변형을 사용하여 분석할 수 있다. 이제 그림 14.13에서 보인 것처럼 (y, z) 평면에서 비스듬한 경로를 따라 진동하는 공기 덩이를 고려한다.



[그림 14.13] 관성 중력파에 대한 남북 평면에서의 공기 덩이 진동

연직 변위 δz 에 대해서 공기 덩이 진동 경사면에 평행한 부력 성분은 $-N^2 \delta z \cos \alpha$ 이고, 남북 방향 변위 δy 에 대해서 공기 덩이 진동 경사면에 평행한 코리올리 (관성) 힘 성분은 $-f^2 \delta y \sin \alpha$ 이다. 여기서 지균 기본 흐름이 위도에 일정하다고 가정하였다. 이 때 앞에서 공부한 순수 내부 중력파의 경우 공기 덩이에 대한 조화 진동자 방정식 (14.27)은 다음과 같은 형태로 변형된다.

$$\frac{d^2 \delta s}{dt^2} = -(f \sin \alpha)^2 \delta s - (N \cos \alpha)^2 \delta s \tag{14.59}$$

여기서 δs 는 다시 섭동 공기 덩이 변위이다. 그러므로 진동수는 다음과 같은 분산 관계를 만족한다.

14.4 회전에 의해 변형된 중력파

$$\nu^2 = N^2 \cos^2 \alpha + f^2 \sin^2 \alpha \quad (14.60)$$

일반적으로 $N^2 > f^2$ 이기 때문에 식 (14.60)은 관성 중력파의 진동수가 다음 범위 안에 있어야만 한다는 것을 가리키고 있다.

$$f \leq |\nu| \leq N$$

공기 덩이 궤적 경사면이 연직에 접근하면 진동수는 N 에 접근하고, 그 경사면이 수평에 접근하면 진동수는 f 에 접근한다. 전형적인 중위도 대류권 조건에 대해서 관성 중력파의 주기는 약 12분 내지 15시간의 범위 안에 있다. 그러나 식 (14.60)의 오른쪽 두 번째 항이 첫 번째 항과 그 크기가 비슷할 때만 회전 효과가 중요하게 된다. 이 때는 $\tan^2 \alpha \sim N^2/f^2 = 10^4$ 이다. 이 경우에 식 (14.60)으로부터 $\nu \ll N$ 임이 뚜렷하다. 이처럼 낮은 진동수의 관성 중력파만이 지구 자전에 의해 상당히 변형되고 이 파는 매우 작은 공기 덩이 궤적 경사면을 갖게 된다.

지금까지 공기 덩이 방법으로 설명한 유도 결과는 선형화된 역학 방정식들을 이용함으로써 증명할 수 있다. 그러나 이 경우에 회전을 포함시키는 것이 필요하다. 회전에 의해 상당히 변형되는 비교적 장주기 파의 작은 공기 덩이 궤적 기울기는 이 파의 수평 규모가 연직 규모보다 훨씬 더 크다는 것을 암시하고 있다. 그러므로 여기서 취급하는 운동은 정역학 균형을 이룬다고 가정할 것이다. 단순화를 위해 기본 상태가 정지해 있다고 가정하면, 선형화 방정식 (14.40)-(14.43)은 다음과 같이 대체된다. 즉, 여기서는 $\bar{u}=0$ 와 $\partial w'/\partial t=0$ 을 가정하였고 방향의 운동 방정식을 추가하였으며 연속방정식에서 $\partial v'/\partial y$ 항을 추가하였다.

$$\frac{\partial u'}{\partial t} - f v' + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x} = 0 \quad (14.61)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t} + f u' + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial y} = 0 \quad (14.62)$$

$$\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} - \frac{\theta'}{\theta} g = 0 \quad (14.63)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0 \quad (14.64)$$

14.4 회전에 의해 변형된 중력파

$$\frac{\partial \theta'}{\partial t} + w' \frac{d\bar{\theta}}{dz} = 0 \quad (14.65)$$

정역학 관계식인 (14.63)과 방정식 (14.65)에서 θ' 을 소거하면, 다음 방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} \right) + N^2 w' = 0 \quad (14.66)$$

미지수 u', v', w', p' 에 대한 해를 다음과 같이 놓고

$$(u', v', w', p'/\rho_0) = \text{Re} [(\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}, \hat{p}) \exp i(kx + ly + mz - \nu t)]$$

이것을 방정식 (14.61), (14.62), (14.66)으로 대입하면 다음 관계식을 얻는다.

$$\hat{u} = (\nu^2 - f^2)^{-1} (\nu k + i l f) \hat{p} \quad (14.67)$$

$$\hat{v} = (\nu^2 - f^2)^{-1} (\nu l - i k f) \hat{p} \quad (14.68)$$

$$\hat{w} = -(\nu m / N^2) \hat{p} \quad (14.69)$$

이 관계식들을 방정식 (14.64)에 대입하여 정리하면 다음과 같이 정역학 파에 대한 분산 관계를 얻는다.

$$\nu^2 = f^2 + N^2(k^2 + l^2)m^{-2} \quad (14.70)$$

정역학 파는 $(k^2 + l^2)/m^2 \ll 1$ 을 만족하기 때문에 식 (14.70)은 이 파가 연직으로 전파하기 위해서는 (이 경우에 m 이 실수) 진동수가 $|f| < |\nu| \ll N$ 을 만족해야 함을 가리키고 있다. 식 (14.60)과 식 (14.70)을 비교해 보면 $\sin^2 \alpha = 1, \cos^2 \alpha = (k^2 + l^2)/m^2$ 일 때 두 식은 서로 같아진다. 정역학 근사에서 $\sin^2 \alpha = 1, \cos^2 \alpha = (k^2 + l^2)/m^2$ 이므로 식 (14.70)은 정역학 파에 대한 분산 관계임을 확인할 수 있다.

축을 $l=0$ 가 되도록 선택한다면 군속도의 수평 성분에 대한 연직 성분의 비는 다음과 같이 된다.

14.4 회전에 의해 변형된 중력파

$$|c_{gz}/c_{gx}| = |k/m| = (\nu^2 - f^2)^{1/2}/N \quad (14.71)$$

식 (14.71)로부터 고정된 진동수 ν 에 대해서 관성 중력파는 순수 내부 중력파($f=0$)보다 값이 작으므로 수평면에 더 가깝게 전파한다는 것을 알 수 있다. 그러나 순수 내부 중력파에서처럼 관성 중력파의 군속도 벡터는 위상이 일정한 선에 평행하다.

$l=0$ 의 경우에 대하여 식 (14.67)과 식 (14.68)에서 \hat{p} 을 소거하면 다음 관계식을 얻는다.

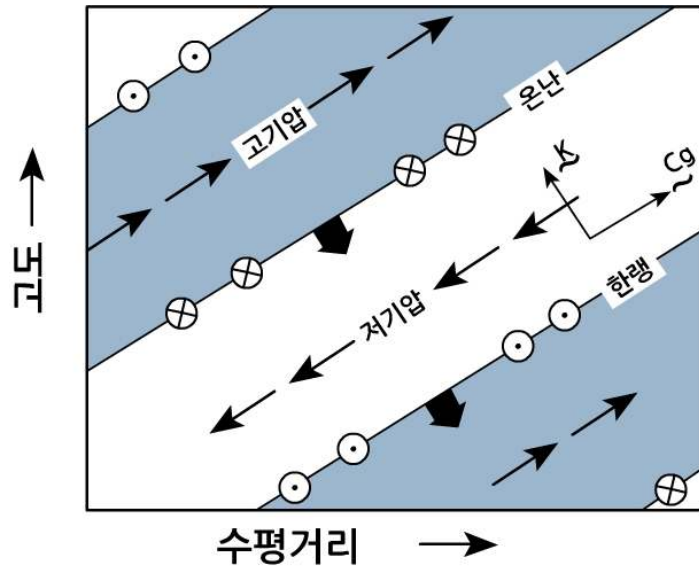
$$\hat{v} = -i f \hat{u} / \nu$$

이 관계식으로부터 \hat{u} 이 실수라면 섭동 수평 운동이 다음을 만족한다는 것을 쉽게 증명할 수 있다.

$$u' = \hat{u} \cos(kx + mz - \nu t), \quad v' = \hat{u}(f/\nu) \sin(kx + mz - \nu t) \quad (14.72)$$

따라서 수평 속도 벡터는 시간에 따라 고기압성으로 (즉, 북반구에서 시계 방향으로) 회전함을 알 수 있다. 그 결과, 공기 덩이는 파수 벡터에 직각인 평면에서 타원 궤적을 따른다. 방정식 (14.72)는 수평 속도 벡터가 상향으로 에너지를 전파하는 파(예를 들면, $m < 0$ 이고 $\nu > 0$ 인 파)의 경우 고도에 따라 고기압성으로 회전함을 보여 준다. 이 특성들은 그림 14.12에서 보인 연직 단면에서 볼 수 있다. 이와 같이 고도와 시간에 따라 수평 바람이 고기압성으로 회전하는 것은 기상 관측 자료에서 관성 중력 진동을 찾아내는 주요한 방법이다.

14.4 회전에 의해 변형된 중력파



[그림 14.14] $m < 0, \nu > 0, f > 0$ (북반구)인 에너지 상향 전파의 관성 중력파에서 속도, 지오펜텐셜 및 온도 편차 사이의 위상 관계를 보여주는 연직 단면. 가는 실선은 위상이 일정한 면(파수 벡터에 직각)을 나타내고, 굵은 화살표는 위상 전파의 방향을 나타냄. 가는 화살표는 섭동 동서 방향과 연직 방향의 속도를 보여 줌. 남북 방향 속도 섭동은 페이지 속으로 향하는(북향) 화살표(⊗)와 페이지 밖으로 나오는(남향) 화살표(⊙)로 나타냄. 섭동 바람 벡터가 고도와 함께 시계 방향으로 회전(순전)하고 있음을 주목

14.5 로스비 파

대규모 기상학적 과정에서 가장 중요한 파동 유형은 로스비 파 또는 행성 파이다. 수평 속도 발산이 0이 되는 일정 깊이의 비점성 순압 유체에서 로스비 파동은 절대 소용돌이도 보존 운동이다. 이 파동은 소위 “ β 효과”라고 부르는 “위도에 따른 코리올리 파라미터 f 의 변화” 때문에 생긴다. 보다 일반적으로, 경압 대기에서 로스비 파동은 위치 소용돌이도 보존 운동이다. 이 경우에 이 파동은 위치 소용돌이도가 등온위면에서 기울기 때문에 생긴다.

초기에 위도 원을 따라 정렬된 유체 덩이의 단힌 사슬을 고려하면 로스비 파의 전파를 정성적인 방법으로 이해할 수 있다. 상대 소용돌이도를 ζ , 코리올리 파라미터 또는 행성 소용돌이도를 f 라 하면 절대 소용돌이도 η 는 $\eta = \zeta + f$ 이다. 초기 시각 t_0 에 유체 덩이가 정지해 있다고 가정하면 $\zeta = 0$ 이다. 나중 시각 t_1 에 원래 위도로부터 유체 덩이를 만큼 남북 방향으로 변위시켰다고 가정하라. 그러면 시각 t_1 에 다음과 같은 식을 만족한다.

$$(\zeta + f)_{t_1} = f_{t_0}$$

또는

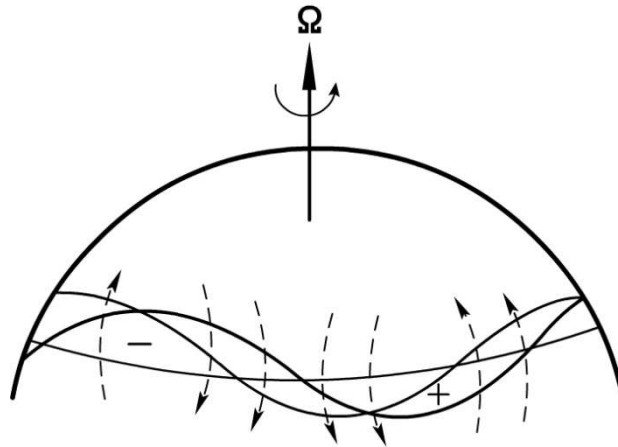
$$\zeta_{t_1} = f_{t_0} - f_{t_1} = -\beta \delta y \quad (14.73)$$

여기서 $\beta \equiv df/dy$ 는 원래 위도에서의 행성 소용돌이도 경도이다.

식 (14.73)으로부터 다음 사실을 명백히 알 수 있다. 즉, 유체 덩이 사슬이 절대 소용돌이도가 보존되면서 사인 형태의 남북 방향 변위를 받는다면, 결과적인 섭동 소용돌이도는 남향 변위에 대해서 양일 것이고 북향 변위에 대해서는 음일 것이다.

그림 14.15에서 보인 것처럼 이 섭동 소용돌이도 장은 남북 방향 속도 장을 유발할 것이고, 이것은 결국 유체 덩이 사슬을 소용돌이도 최대 지점의 서쪽에서 남쪽으로 이동시키고 소용돌이도 최소 지점의 서쪽에서 북쪽으로 이동시킨다. 이와 같이 유체 덩이는 평형 위도를 중심으로 하여 남북으로 진동하게 되고, 소용돌이도 최대와 최소 패턴은 서쪽으로 전파한다. 이 서쪽으로 전파하는 소용돌이도 장이 로스비 파를 구성한다. 양의 온위 연직 경도가 유체의 연직 변위를 저항하여 중력과의 복원력을 제공하듯이, 절대 소용돌이도의 남북 경도는 유체의 남북 변위를 저항하여 로스비 파의 복원력을 제공한다.

14.5 로스비 파



[그림 14.15] 남북 방향으로 변위된 유체 덩이에 대한 섭동 소용돌이도 장과 이로 유발된 속도 장 (쇄선 화살표). 파동 형태의 두꺼운 선은 원래 정지 상태에 있었던 섭동 위치. 가는 선은 유발된 속도에 의한 이유로 생긴 패턴의 서쪽으로의 변위

이 간단한 예에서 서쪽으로 전파하는 속도 c 는 $\delta y = a \sin [k(x - ct)]$ 로 놓고 계산할 수 있는데, 여기서 a 는 북쪽 최대 변위이다. 그러면 $v = d(\delta y)/dt = -kca \cos [k(x - ct)]$ 이므로 소용돌이도는 다음과 같이 표현된다.

$$\zeta = \partial v / \partial x = k^2 c a \sin [k(x - ct)]$$

δy 와 ζ 를 식 (14.73)에 대입하면 다음 식을 얻는다.

$$k^2 c a \sin [k(x - ct)] = -\beta a \sin [k(x - ct)]$$

또는

$$c = -\beta / k^2 \tag{14.74}$$

이와 같이 로스비 파의 위상 속도는 평균 흐름에 상대적으로 서쪽으로 향하고 동서 파수의 제곱에 반비례한다.

14.5 로스비 파

14.5.1 자유 순압 로스비 파

순압 로스비 파의 분산 관계는 선형화된 순압 소용돌이도 방정식의 파동 형태의 해를 찾음으로써 공식적으로 유도할 수 있다. 8장에서 우리는 중관 규모 운동에서 만족하는 소용돌이도 방정식 (8.4)를 공부한 바 있다. 여기에 순압 대기를 적용하면 방정식 (8.4)는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\frac{d_h(\zeta+f)}{dt} = 0 \quad (14.75)$$

여기서 $d_h/dt = \partial/\partial t + u\partial/\partial x + v\partial/\partial y$ 이다. 순압 소용돌이도 방정식 (14.75)는 절대 소용돌이도의 연직 성분이 수평 운동을 따라서 보존된다는 것을 나타내고 있다. 중위도 β 평면에 대하여 이 방정식은 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) \zeta + \beta v = 0 \quad (14.76)$$

이제 운동이 일정한 기본 상태의 동서 속도와 작은 수평 섭동으로 구성되어 있다고 다음과 같이 가정한다.

$$u = \bar{u} + u', \quad v = v', \quad \zeta = \partial v' / \partial x - \partial u' / \partial y = \zeta'$$

그리고 다음과 같이 섭동 유선함수 ψ' 을 정의한다.

$$u' = -\partial\psi'/\partial y, \quad v' = \partial\psi'/\partial x$$

이로부터 섭동 소용돌이도는 $\zeta' = \nabla^2\psi'$ 으로 표현된다. 이 식들을 방정식 (14.76)에 대입하여 선형화시키면 다음과 같은 형태를 얻는다.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right) \nabla^2\psi' + \beta \frac{\partial\psi'}{\partial x} = 0 \quad (14.77)$$

여기서 통상적으로 하듯이 섭동량의 곱이 포함된 항들은 다른 항에 비하여 작기 때문에 무시하였다. 그러면 이제 다음과 같은 형태를 갖는 해를 찾는다.

$$\psi' = \text{Re} [\Psi \exp(i\phi)]$$

14.5 로스비 파

여기서 $\phi = kx + ly - \nu t$ 이다. 여기서 k 와 l 은 각각 동서 방향과 남북 방향의 파수이다. 이 ψ' 을 방정식 (14.77)에 대입하면 다음 식을 얻는다.

$$(-\nu + k\bar{u})(-k^2 - l^2) + k\beta = 0$$

이 식을 ν 에 대해서 풀면 다음과 같이 된다.

$$\nu = \bar{u}k - \beta k / K^2 \quad (14.78)$$

여기서 $K^2 = k^2 + l^2$ 은 총 수평 파수의 제곱이다.

$c = \nu/k$ 임을 기억하면, 평균 바람에 상대적인 동서 방향 위상 속도는 다음과 같이 표현됨을 알 수 있다.

$$c - \bar{u} = -\beta / K^2 \quad (14.79)$$

이 때 평균 바람이 없고 $l=0$ 일 때 이 식은 식 (14.74)와 같게 된다. 이와 같이 로스비 파의 동서 방향 위상 전파는 항상 평균 동서 흐름에 상대적으로 서쪽으로 진행된다. 더욱이 로스비 파의 위상 속도는 수평 파수의 제곱에 반비례한다. 그러므로 로스비 파는 파장이 증가할수록 위상 속도가 급격히 증가하는 분산파이다.

이 결과는 12.2.2절에서 논의한 준지귤 소용돌이도 방정식 결과와 일치한다. 즉, 12.2.2절에서 행성 소용돌이도 이류가 상대 소용돌이도 이류보다 클 때 요란들을 서쪽으로 역진시키려는 경향이 있다고 하였고 이 역진 현상은 요란의 파장이 길수록 더 잘 일어난다고 하였다. 요란의 진폭이 충분히 작아서 섭동 이론이 적용되는 경우에 식 (14.79)는 이 효과의 정량적 척도를 제공한다. 남북 규모와 동서 규모가 서로 비슷하고 ($l \approx k$) 동서 방향 파장이 6,000 km인 전형적 중위도 종관 규모 요란에 대하여 계산한 동서 흐름에 상대적 로스비 파 전파 속도는 약 -8 ms^{-1} 이다. 평균 동서 바람은 일반적으로 서풍이고 8 ms^{-1} 보다 강하기 때문에 종관 규모 로스비 파는 보통 동쪽으로 이동한다. 그러나 이 이동 속도는 평균 동서 방향 풍속보다는 약간 작다.

아주 긴 파장에 대해서 서쪽으로 전파하는 로스비 파의 위상 속도는 평균 동서 방향 풍속과 균형을 이룰 수 있어 요란이 지면에 상대적으로 정체하게 된다. 식 (14.79)로부터 분명히 알 수 있듯이 다음 조건을 만족할 때 자유 로스비 파는 정체하게 된다.

$$K^2 = \beta / \bar{u} \equiv K_s^2 \quad (14.80)$$

14.5 로스비 파

이 조건의 중요성은 다음 절에서 자세히 논의한다.

평균 흐름에 상대적으로 항상 서쪽 방향을 가진 위상 속도와는 달리 로스비 파의 동서 방향 군속도는 동서 방향 파수와 남북 방향 파수의 비에 따라 평균 흐름에 상대적으로 동쪽으로 향할 수도 있고 서쪽으로 향할 수도 있다(문제를 참고하라). 정체 로스비 파는 지면에 상대적으로 동쪽으로 향하는 군속도를 갖고 있다. 종관 규모 로스비 파 또한 지면에 상대적으로 동쪽으로 향하는 군속도를 가지려는 경향이 있다. 종관 규모 파에 대해서 평균 동서 바람에 의한 이류는 일반적으로 로스비 파 위상 속도보다 커서 종관 요란의 위상 속도는 지면에 상대적으로 동쪽으로 향하나, 동서 방향 군속도보다는 느리다. 그림 14.4b에서 보인 것처럼 군속도가 위상 속도보다 큰 것은 새 요란이 현존하는 요란의 풍하 쪽에 발달하려는 경향이 있음을 암시하고 있어서 이것은 예보를 위해 중요하게 고려해야 할 사항이다.

지금까지는 단순화한 방정식을 다루어 논의했지만 완전 원시 방정식의 섭동 형태를 사용하여 자유 행성과를 분석하는 것도 가능하다. 이 경우에 자유 모드의 구조는 지면과 상층 경계면에서의 경계 조건에 따라 상당히 좌우된다. 그 분석 결과는 수학적으로 복잡하나 정성적으로 얇은 물 모델의 것과 비슷한 수평 분산 특성을 가진 파를 제공한다. 정역학적이고 중력적으로 안정한 대기에서 생기는 자유 진동은 동쪽으로 이동하는 중력파, 서쪽으로 이동하는 중력파 및 서쪽으로 이동하는 로스비 파로 구성되어 있는 것으로 판명되었다. 그런데 중력파는 지구 자전에 의해서 약간 변형되는 반면, 로스비 파는 중력 안정도에 의해 약간 변형된다. 이 세 가지 자유 진동이 대기 진동의 정규 모드이다. 이들 파는 대기에 작용하는 여러 가지 힘에 의해 연속적으로 발생된다. 행성 규모 자유 진동은 일반적으로 그 진폭이 아주 작다. 아마도 이것은 파를 발생시키는 강제력이 빠른 위상 속도에서 매우 약하기 때문일 것이다.

14.5 로스비 파

14.5.2 강제 지형 로스비 파

자유 전파 로스비 파가 대기에서 아주 약하게 발생되지만 강제 정체 로스비 파는 행성 규모 순환 패턴을 이해하는데 아주 중요하다. 이 강제 정체 로스비 파는 정도에 좌우되는 비단열 가열 패턴이나 지형 위 흐름에 의해 발생된다. 특히 로키 산맥과 히말라야 산맥 위 흐름에 의해 생기는 정체 로스비 파는 북반구 중위도 순환에서 매우 중요하다.

지형 로스비 파의 가장 단순한 역학 모델로서 다음과 같은 순압 위치 소용돌이도 방정식을 사용한다.

$$\frac{d_h}{dt} \left(\frac{\zeta_g + f}{h} \right) = 0 \quad (14.81)$$

여기서 ζ_g 는 지균폰 소용돌이도이다. 순압 (로스비) 위치 소용돌이도 방정식에 대하여 10장에서 간단히 언급했으나 이제 위의 식이 유도되는 과정을 살펴보기로 한다. 종관 규모 운동에서 만족하는 소용돌이도 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{d_h(\zeta + f)}{dt} = -(\zeta + f) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (14.82)$$

이 식은 8장에서 공부한 식 (8.4)에서 d/dt 대신 d_h/dt 를 사용한 것에 불과하다. 즉, 여기서는 크기가 작은 $w\partial(\zeta + f)/\partial z$ 를 무시하였다. 순압 대기에서는 온도풍이 0이 되므로 지균폰이 고도에 따라 변하지 않고 일정하다. 방정식 (14.82)의 소용돌이도 ζ 를 지균폰 소용돌이도 ζ_g 로 놓고 바람도 지균폰 (u_g, v_g) 로 놓은 다음 z_1 부터 z_2 까지 연직으로 적분하면 다음과 같은 형태를 얻는다.

$$h \frac{d_h(\zeta_g + f)}{dt} = (\zeta_g + f) [w(z_2) - w(z_1)] \quad (14.83)$$

$w \equiv dz/dt$ 이고 $h \equiv h(x, y, t) = z_2 - z_1$ 이기 때문에 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$w(z_2) - w(z_1) = \frac{dz_2}{dt} - \frac{dz_1}{dt} = \frac{d_h h}{dt} \quad (14.84)$$

식 (14.84)를 방정식 (14.83)에 대입하여 정리하면 다음과 같이 된다.

14.5 로스비 파

$$\frac{1}{(\zeta_g + f)} \frac{d_h(\zeta_g + f)}{dt} = \frac{1}{h} \frac{d_h h}{dt} \quad (14.85)$$

또는

$$\frac{d_h \ln(\zeta_g + f)}{dt} = \frac{d_h \ln h}{dt}$$

이 방정식 (14.85)는 방정식 (14.81)을 암시하고 있다.

이제 상부 경계는 고정된 고도 H 에 위치해 있고 하부 경계는 변하는 고도 $h_T(x, y)$ 에 있다고 가정한다. 이 때 $|h_T| \ll H$ 이다. 그리고 준지균 규모 분석에 의하면 $|\zeta_g| \ll f_0$ 이다. 그러면 방정식 (14.83)을 다음과 같이 근사시킬 수 있다.

$$H \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \right) (\zeta_g + f) = -f_0 \frac{dh_T}{dt} \quad (14.86)$$

여기서 $h = H - h_T \approx H$ 로, $\zeta_g + f \approx f_0$ 로 근사하였다.

방정식 (14.86)을 선형화하고 중위도 β 평면 근사를 적용하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right) \zeta_g' + \beta v_g' = -\frac{f_0}{H} \bar{u} \frac{\partial h_T}{\partial x} \quad (14.87)$$

이제 하부 경계면이 사인 형태인 특별한 경우에 대하여 방정식 (14.87)의 해를 조사하도록 하자. 지형이 다음과 같은 형태를 갖는다고 가정한다.

$$h_T(x, y) = \text{Re} [h_0 \exp(ikx)] \cos ly \quad (14.88)$$

그리고 지균풍과 소용돌이도를 다음과 같은 섭동 유선함수로 나타낸다.

$$\psi(x, y) = \text{Re} [\psi_0 \exp(ikx)] \cos ly \quad (14.89)$$

그러면 방정식 (14.87)은 다음과 같은 복소수 진폭을 갖는 정상 상태의 해를 갖는다.

$$\psi_0 = f_0 h_0 / [H(K^2 - K_s^2)] \quad (14.90)$$

14.5 로스비 파

식 (14.90)에서 유선함수(ψ_0)는 $K^2 - K_s^2$ 의 부호에 따라 지형(h_0)과 같은 위상(산 정상에 능 위치)이거나 반대 위상(산 정상에 골 위치)에 있게 됨을 알 수 있다. 장파($K < K_s$)의 경우, 방정식 (14.87)의 오른쪽에 있는 지형에 의한 소용돌이도 원천은 주로 행성 소용돌이도의 남북 방향 이류(β 효과)에 의해 균형을 이룬다. 단파($K > K_s$)의 경우에는 지형에 의한 소용돌이도 원천이 주로 상대 소용돌이도의 동서 방향 이류에 의해 균형을 이룬다.

지형 파에 대한 해의 식 (14.90)은 파수(K)가 임계 파수(K_s)와 같을 때 진폭(ψ_0)이 무한대가 되는 비합리적 특성을 갖고 있다. 식 (14.80)으로부터 알 수 있듯이 이 특이성은 자유 로스비 파가 정체되는 동서 방향 풍속에서 일어난다. 이와 같이 이 특이성은 순압 시스템의 공명 반응으로 생각할 수 있다.

Charney와 Eliassen(1949)은 지형 로스비 파 모델을 사용하여 북반구 중위도 지방에 대한 500 hPa 지오퍼텐셜 고도의 겨울 평균 경도 방향 분포를 설명하였다. 그들은 에크만 펌핑의 형태로 경계층 항력을 포함시킴으로써 공명 특이성을 제거하였다. 이 형태의 경계층 항력을 포함시키면 소용돌이도 방정식 (14.87)은 다음과 같이 된다.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x}\right) \zeta_g' + \beta v_g' + r \zeta_g' = -\frac{f_0 - \partial h_T}{H} u \frac{\partial h_T}{\partial x} \quad (14.91)$$

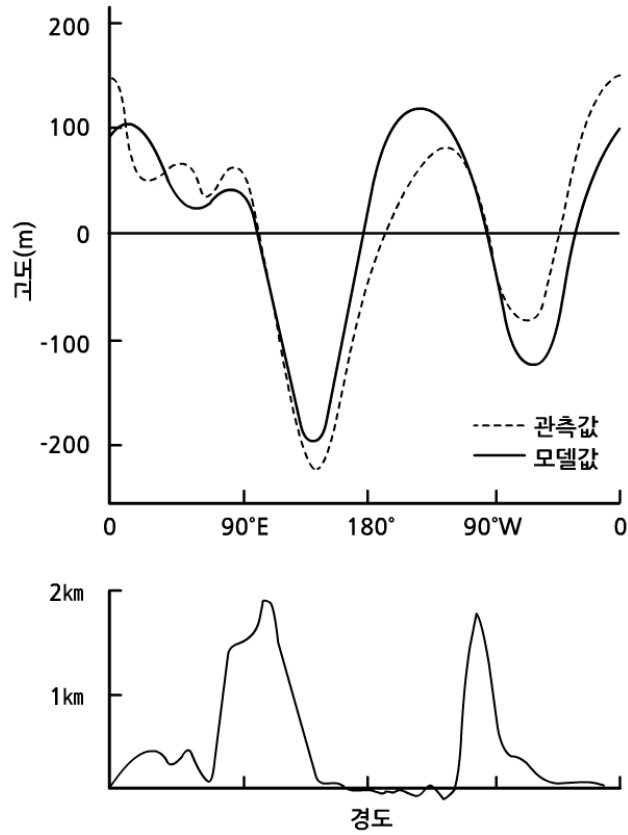
여기서 $r \equiv \tau_e^{-1}$ 은 선회 감소 시간의 역수이다. 정상 흐름에 대해서 방정식 (14.91)은 다음과 같은 복소수 진폭을 갖는 해를 가진다.

$$\psi_0 = f_0 h_0 / [H(K^2 - K_s^2 - i\epsilon)] \quad (14.92)$$

여기서 $\epsilon \equiv rK^2(k\bar{u})^{-1}$ 이다. 이와 같이 경계층 항력은 그 반응의 위상을 이동시켜서 공명 특이성을 제거시킨다. 이렇게 해도 진폭은 $K = K_s$ 일 때 최대이며 유선함수에서 골은 산 정상에 1/4주기 동쪽에 발생하는데, 이것은 관측 결과와 대략적으로 일치한다.

푸리에(Fourier) 전개를 사용하면 현실적인 지형 분포에 대해서 방정식 (14.91)을 풀 수 있다. 45° N에서 평활화한 지구의 지형으로서 x 방향으로만 변하는 h_T , 35°에서 위도 방향으로 반 파장에 해당하는 남북 방향 파수, $\tau_e = 5$ 일, $\bar{u} = 17 \text{ms}^{-1}$, $f_0 = 10^{-4} \text{s}^{-1}$ 및 $H = 8 \text{km}$ 에 대한 결과를 그림 14.16에 나타내었다. 단순화과정을 거쳤음에도 불구하고 북반구 중위도 지방에서 관측된 500 hPa 정체 파를 재현시키는데 주목할 만한 결과를 제시하고 있다.

14.5 로스비 파



[그림 14.16] (위) 1월 45°N에서 관측된 500 hPa 고도 섭동(파선)과 비교하여 본문에서 주어진 파라미터들 값에 대하여 Charney-Eliassen 모델에서 계산된 요란의 지오펜셜 고도($\equiv f_0\psi/g$)(실선)의 경도 변화. (아래) 계산에서 사용된 45°N에서 평활화한 지형 모습

14.6 지균 균형 상호 조절

12장에서 우리는 중위도 지방의 종관 규모 운동이 근사적으로 지균 균형 상태에 있다는 것을 배웠다. 이 균형으로부터의 편차가 관성 중력파를 발생시킬 수 있는데, 이 관성 중력파가 질량과 운동량의 분포를 조절하여 흐름이 지균 균형으로 돌아가도록 한다. 이 절에서는 지균 균형이 도달되는 과정, 즉 조절 과정을 조사하도록 한다. 단순화를 위하여 전형적인 얇은 물 시스템을 사용한다. 이 과정은 연속적으로 성층화된 대기에도 비슷하게 적용될 수 있다. 코리올리 파라미터가 일정하고 운동이 없는 기본 상태의 선형화된 요란에 대하여 수평 운동(량) 방정식과 연속 방정식은 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$\frac{\partial u'}{\partial t} - f_0 v' = -g \frac{\partial h'}{\partial x} \quad (14.93)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t} + f_0 u' = -g \frac{\partial h'}{\partial y} \quad (14.94)$$

$$\frac{\partial h'}{\partial t} + H \left(\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} \right) = 0 \quad (14.95)$$

여기서 h' 은 평균 깊이 H 로부터의 편차이다. $\partial(14.93)/\partial x + \partial(14.94)/\partial y$ 를 취하면 다음 방정식을 얻게 된다.

$$\frac{\partial^2 h'}{\partial t^2} - c^2 \left(\frac{\partial^2 h'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h'}{\partial y^2} \right) + f_0 H \zeta' = 0 \quad (14.96)$$

여기서 $c^2 \equiv gH$ 이고 $\zeta' = \partial v'/\partial x - \partial u'/\partial y$ 이다.

비회전 시스템인 $f_0 = 0$ 에 대해서 소용돌이도 섭동 ζ' 과 고도 섭동 h' 은 서로 결합되지 않고, 방정식 (14.96)은 다음과 같이 h' 에 대한 2차원 얇은 물 파동 방정식이 된다.

$$\frac{\partial^2 h'}{\partial t^2} - c^2 \left(\frac{\partial^2 h'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h'}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (14.97)$$

이 방정식의 해는 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$h' = A \exp [i(kx + ly - \nu t)] \quad (14.98)$$

이 해를 방정식 (14.97)에 대입하면 $\nu^2 = c^2(k^2 + l^2) = gH(k^2 + l^2)$ 임을 알 수 있다. 그러나 회전 시스템인 $f_0 \neq 0$ 인 경우에는 h' 과 ζ' 장이 결합된다는 것을 방정식 (14.96)으로부터 알 수 있다.

14.6 지균 균형 상호 조절

$1/f_0$ 보다 긴 시간 규모를 가진 운동에 대해서 (이것은 확실히 종관 규모 운동에 대해서 사실임) 방정식 (14.96)의 둘째 항에 대한 첫째 항의 크기 비는 다음과 같다.

$$\frac{|\partial^2 h' / \partial t^2|}{|c^2(\partial^2 h' / \partial x^2 + \partial^2 h' / \partial y^2)|} \leq \frac{f_0^2 L^2}{gH}$$

$H \gg 1km$ 이면 $L \sim 1000km$ 에 대하여 이 비 값은 작다. 이 경우에 방정식 (14.96)의 시간 도함수 항은 나머지 두 항에 비하여 작아서 무시되면 이 방정식은 단순히 소용돌이도가 지균 균형을 이루고 있음을 말하고 있다. 흐름이 초기에 비균형 상태에 있다면 방정식 (14.96)은 흐름이 지균 균형 쪽으로 진행되는 것을 기술하는데 사용될 수 있다. 이제 h' 과 ζ' 의 두 번째 관계를 얻기 위하여 $\partial(14.94)/\partial x - \partial(14.93)/\partial y$ 를 취하면 다음 방정식을 얻게 된다.

$$\frac{\partial \zeta'}{\partial t} + f_0 \left(\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} \right) = 0 \quad (14.99)$$

이 방정식 (14.99)를 방정식 (14.95)와 결합하면 다음과 같은 선형화된 위치 소용돌이도 보존 법칙을 얻는다.

$$\frac{\partial \zeta'}{\partial t} - \frac{f_0}{H} \frac{\partial h'}{\partial t} = 0 \quad (14.100)$$

Q' 을 섭동 위치 소용돌이도로 놓으면, 방정식 (14.100)으로부터 다음과 같은 보존 관계를 얻는다.

$$Q'(x, y, t) = \zeta' / f_0 - h' / H = \text{상수} \quad (14.101)$$

그러므로 초기 시간에 Q' 의 분포를 안다면 그 후 모든 시간에 대한 Q' 을 알 수 있다:

$$Q'(x, y, t) = Q'(x, y, 0)$$

따라서 마지막 조절된 상태는 시간에 의존하는 문제를 풀지 않고도 결정될 수 있다.

이 조절 문제는 1930년대에 로스비(Rossby)가 처음 풀었기 때문에 흔히 이 문제를 로스비 조절 문제라 부른다. 비록 단순하고 약간 비현실적인 조절 과정의 예이기는 하지만 다음과 같은 초기 조건을 가진 회전 판 위에서 회전하는 이상화된 얇은 물 시스템을 고려해 보자.

14.6 지균 균형 상호 조절

$$u', v' = 0; \quad h' = -h_0 \operatorname{sgn}(x) \quad (14.102)$$

여기서 $x > 0$ 에서는 $\operatorname{sgn}(x) = 1$ 이고 $x < 0$ 에서는 $\operatorname{sgn}(x) = -1$ 이다. 이것은 $x = 0$ 에서 운동이 없는 유체의 h' 에 대한 초기 계단 함수에 해당한다. 이 초기 조건을 이용하면 식 (14.101)로부터 다음을 얻을 수 있다.

$$(\zeta'/f_0) - (h'/H) = (h_0/H) \operatorname{sgn}(x) \quad (14.103)$$

방정식 (14.103)을 이용하여 방정식 (14.96)에서 ζ' 을 소거하면 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial^2 h'}{\partial t^2} - c^2 \left(\frac{\partial^2 h'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h'}{\partial y^2} \right) + f_0^2 h' = -f_0^2 h_0 \operatorname{sgn}(x) \quad (14.104)$$

균질한 경우 ($h_0 = 0$), 이 방정식은 다음과 같은 분산 관계를 제공한다.

$$\nu^2 = f_0^2 + c^2(k^2 + l^2) = f_0^2 + gH(k^2 + l^2) \quad (14.105)$$

이 분산 관계를 식 (14.70)과 비교해 보라.

초기에 h' 이 y 에 독립적이기 때문에 h' 은 그 후 모든 시간에도 계속 y 에 독립적이다. 따라서 최종 정상 상태 ($\partial/\partial t = 0$)에서 방정식 (14.104)는 다음과 같이 된다.

$$-c^2 \frac{d^2 h'}{dx^2} + f_0^2 h' = -f_0^2 h_0 \operatorname{sgn}(x) \quad (14.106)$$

이 방정식은 다음과 같은 해를 갖는다.

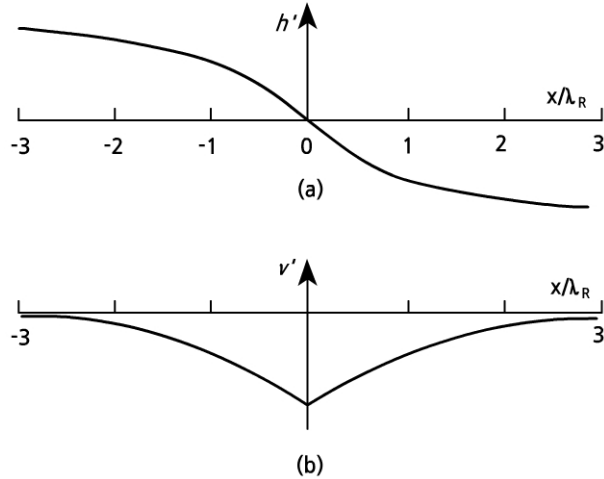
$$\frac{h'}{h_0} = \begin{cases} -1 + \exp(-x/\lambda_R), & x > 0 \text{에서} \\ +1 - \exp(+x/\lambda_R), & x < 0 \text{에서} \end{cases} \quad (14.107)$$

여기서 $\lambda_R \equiv f_0^{-1} \sqrt{gH}$ 는 로스비 변형 반경이다. 따라서 변형 반경은 지균 균형으로 접근하는 동안 고도 장이 조절되는 수평 길이 규모로 해석할 수 있다. $|x| \gg \lambda_R$ 인 영역에서는 원래의 이 변하지 않는 상태로 남아 있게 된다. 해 (14.107)을 방정식 (14.93)(14.95)에 대입하면 정상 상태의 속도 장이 다음과 같이 지균적이고 비발산적임을 알 수 있다.

$$u' = 0, \quad \text{그리고} \quad v' = \frac{g}{f_0} \frac{\partial h'}{\partial x} = -\frac{gh_0}{f_0 \lambda_R} \exp(-|x|/\lambda_R) \quad (14.108)$$

14.6 지균 균형 상호 조절

정상 상태의 해 (14.108)은 그림 14.17에 그려져 있다.



[그림 14.17] 식 (14.102)에 주어진 초기 상태로부터의 조절 결과로 나타난 최종 상태의 지균 균형 해. (a) 표면 고도 프로파일; (b) 지균 속도 프로파일

결과인 (14.108)은 방정식 (14.93)(14.95)에서 단지 $\partial/\partial t$ 로 놓음으로써 유도될 수 없다. $\partial/\partial t$ 로 놓으면 지균 균형이 얻어지고 h' 의 어떤 분포도 다음 방정식들을 만족한다.

$$f_0 u' = -g \frac{\partial h'}{\partial y}, \quad f_0 v' = g \frac{\partial h'}{\partial x}, \quad \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} = 0$$

방정식 (14.93)(14.95)를 결합하여 위치 소용돌이도 방정식을 얻고, 흐름이 모든 중간 시간에 위치 소용돌이도 보존을 만족하게 함으로써 최종 지균 상태의 비유일성이 제거된다. 다른 말로 말하면, 어떤 고도 장도 방정식 (14.93)(14.95)의 정상 상태인 지균 상태를 만족하지만 주어진 초기 상태와 일치하는 고도 장은 오직 하나이다; 이 고도 장은 보존성을 갖고 있는 위치 소용돌이도의 분포로부터 계산될 수 있기 때문에 즉시 얻을 수 있다. 이제 조절 과정 동안 중력파에 의해 분산되는 에너지 양을 계산해 보자. 즉, 초기 상태와 최종 상태 사이에 에너지 변화를 계산하는 것이 중요한 의미를 갖는다. 단위 수평 면적당 위치 에너지는 다음과 같다.

$$\int_0^{h'} \rho g z dz = \rho g h'^2 / 2$$

14.6 지균 균형 상호 조절

따라서 조절 과정 동안 y 방향으로 단위 길이당 방출된 위치 에너지는 다음과 같이 계산된다.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\rho g h_0^2}{2} dx - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\rho g h'^2}{2} dx = \quad (14.109)$$

$$2 \int_0^{+\infty} \frac{\rho g h_0^2}{2} [1 - (1 - e^{-x/\lambda_R})^2] dx = \frac{3}{2} \rho g h_0^2 \lambda_R$$

그러나 비회전의 경우 ($\lambda_R \rightarrow \infty$)에는 초기의 모든 유효 위치 에너지가 방출되어서 (운동 에너지로 전환) 무한한 에너지 방출이 있게 된다. (에너지는 중력파의 형태로 방출되어서 시간이 무한대로 감에 따라 방향으로 무한대까지 평평한 자유면을 남겨 놓는다.)

반면에 회전의 경우에는 오직 방정식 (14.109)에 주어진 한정된 양만이 운동 에너지로 전환되고, 이 운동 에너지의 일부분만이 방사되어 사라진다. 이 나머지는 정상 지균 순환으로 남게 된다. y 방향의 단위 길이당 정상 상태의 운동 에너지는 다음과 같이 계산된다.

$$2 \int_0^{+\infty} \rho H \frac{v'^2}{2} dx = \rho H \left(\frac{g h_0}{f_0 \lambda_R} \right)^2 \int_0^{+\infty} e^{-2x/\lambda_R} dx = \frac{1}{2} \rho g h_0^2 \lambda_R \quad (14.110)$$

이와 같이 회전의 경우에는 한정된 양의 위치 에너지가 방출되나, 방출된 위치 에너지의 1/3만이 정상 지균 모드 속으로 들어간다.

이 간단한 분석으로부터 우리는 다음과 같은 중요한 점을 발견하게 된다: (a) 회전하는 유체의 위치 에너지를 뺏어 내는 것은 어렵다. 이 예에서 무한한 위치 에너지가 저장소에 있다 할지라도 오직 한정된 양만이 지균 균형에 도달하기 전에 전환된다. (b) 위치 소용돌이도 보존은 시간 적분을 수행하지 않고도 지균적으로 조절된 정상 상태의 속도 장과 고도 장을 결정할 수 있게 만든다. (c) 정상 해에 대한 길이 규모는 로스비 변형 반경 λ_R 이다. 이 조절 과정의 역학은 수치 예보의 초기화와 자료 동화에서 중요한 역할을 한다. 예를 들면, 어떤 조건 하에서는 조절 과정이 격자점에 삽입된 새 고도 자료를 효과적으로 감쇠시킬 수 있다. 왜냐 하면 새 고도 자료는 일반적으로 비균형 상태에 있고 이미 존재하고 있는 바람 장과 지균 균형을 향하여 조절되려는 경향이 있기 때문이다.

연습문제

1. 내부 중력파의 구조가 그림 14.10과 같이 됨을 설명하라.
2. 방정식 (14.71)에서 주어진 관성 중력파에 대한 군속도 성분의 비를 증명하라.
3. 소용돌이도 방정식의 선형화 형태인 방정식 (12.22)와 β 평면 근사를 사용하여 깊이 h 인 균질 비압축성 해양에 대한 로스비 파 위상 속도를 유도하라. 기본 상태는 운동이 없고 섭동은 x 와 t 에만 의존하며 그 크기가 작다고 가정한다: 즉, 다음과 같이 가정한다.

$$u = u'(x, t), \quad v = v'(x, t), \quad h = H + h'(x, t)$$

여기서 H 는 해양의 평균 깊이이다.

참고문헌

1. Gill (1982), Atmosphere-Ocean Dynamics. Academic Press, 662pp.
2. Smith (1979), Many Aspects of Waves Generated by Flow over Mountains.
3. Nappo, An Introduction to Atmospheric Gravity Waves.
4. Holton (2004), An Introduction to Dynamic Meteorology. (4th Ed.) Elsevier (Academic Press), 535pp.
5. 한국기상학회 (2007), 대기역학. Holton (2004)의 번역판. 시그마프레스, 576pp.

...the first of these is the fact that the ...

...the second of these is the fact that the ...

...the third of these is the fact that the ...

...the fourth of these is the fact that the ...

...the fifth of these is the fact that the ...

...the sixth of these is the fact that the ...

...the seventh of these is the fact that the ...

...the eighth of these is the fact that the ...

...the ninth of these is the fact that the ...

...the tenth of these is the fact that the ...

...the eleventh of these is the fact that the ...

...the twelfth of these is the fact that the ...

...the thirteenth of these is the fact that the ...

...the fourteenth of these is the fact that the ...

...the fifteenth of these is the fact that the ...

...the sixteenth of these is the fact that the ...

...the seventeenth of these is the fact that the ...

...the eighteenth of these is the fact that the ...

...the nineteenth of these is the fact that the ...

...the twentieth of these is the fact that the ...

...the twenty-first of these is the fact that the ...

...the twenty-second of these is the fact that the ...

15장. 경압 불안정

15.1 유체 역학 불안정

15.2 2층 모델의 정규 모드 경압 불안정

15.3 경압 파동의 에너지론

15.4 연속 성층화 대기의 경압 불안정



학습목표

- 유체 역학에서 다루는 불안정을 정리한다.
- 2층 모델을 이용하여 정규 모드의 불안정 특징을 파악한다.
- 경압 불안정 파동에 대한 연직 운동 구조를 고찰한다.
- 유효 위치 에너지의 개념을 이해하고 2층 모델에 대한 에너지 방정식을 분석한다.
- 연속적으로 성층화된 대기의 경압 불안정을 이해한다.

15.1 유체 역학 불안정

만일 평균 흐름 속으로 들어간 작은 요란이 평균 흐름으로부터 에너지를 끌어내서 자발적으로 성장한다면, 그 동서 평균 흐름 장은 유체 역학적으로 불안정하다고 말한다. 유체 불안정을 크게 두 유형으로 나누는 것이 유용하다: 1) 덩이 불안정, 2) 파동 불안정. 덩이 불안정으로는 세 가지 예를 들 수 있는데, 그 중 가장 간단한 예가 정적으로 불안정한 유체에서 유체 덩이를 연직으로 변위시켰을 때 발생하는 대류적 뒤집힘 현상이다. 또 다른 예가 관성 불안정인데, 이것은 북반구에서 음의 절대 소용돌이도를 또는 남반구에서 양의 절대 소용돌이도를 가진 축대칭 소용돌이에서 반경 방향으로 유체 덩이가 변위될 때 발생한다. 이 불안정은 이미 14.4.1절에서 공부하였다. 보다 일반적인 유형의 덩이 불안정의 예로서는 대칭 불안정이란 것이 있는데, 이것은 날씨 요란에서 중요하다. 이 불안정은 여기서 논의하지 않을 것이다.

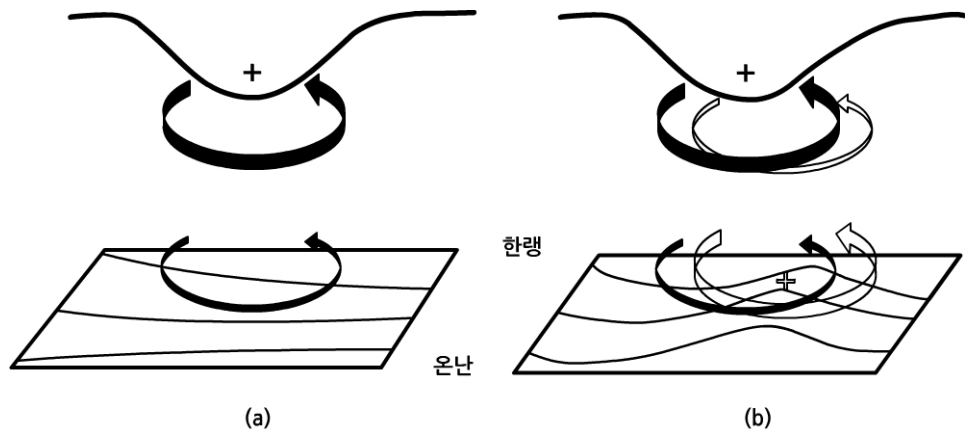
기상학에서 중요한 대부분의 불안정은 파동 전파와 연관되어 있다. 이 불안정은 개개 유체 덩이의 행동에 쉽게 관련시킬 수 없다. 종관 규모 기상학에서 중요한 파동 불안정은 일반적으로 동서 방향으로 대칭인 기본 흐름장에 동서 방향으로 비대칭인 섭동의 형태로 발생한다. 일반적으로 기본 흐름은 제트류로서 이 제트류는 수평과 연직으로 평균 흐름의 쉬어를 갖고 있다. 순압 불안정은 제트류와 같은 흐름에서 수평 쉬어와 연관된 파동 불안정이다. 이 순압 불안정은 평균 흐름 장으로부터 운동 에너지를 빼앗아 성장한다. 그러나 경압 불안정은 평균 흐름의 연직 쉬어와 연관되어 있다. 이 경압 불안정은 평균 수평 온도 경도와 연관된 위치 에너지를 전환시킴으로써 성장하는데, 이 온도 경도는 기본 상태의 흐름에서 연직 쉬어에 대한 온도풍 균형을 이루기 위하여 존재해야만 한다. 이 두 파동 불안정 유형에서는 덩이 방법이 만족할 만한 안정도 조건을 제공하지 못 한다.

불안정 분석을 위한 전통적 접근 방법은 $\exp[ik(x-ct)]$ 형태의 한 푸리에 (Fourier) 파동으로 이루어진 작은 섭동을 흐름에 도입하여 위상 속도 c 가 허수 부분을 갖는 조건을 결정하는 것이다. 정규 모드 방법이라 부르는 이 기법은 경압 흐름의 안정도를 분석하기 위하여 다음 절에서 적용할 것이다.

15.1 유체 역학 불안정

불안정도 분석을 위한 또 다른 방법은 초기 값 방법이다. 이 방법은 일반적으로 스톰을 발달시키는 섭동이 하나의 정규 모드 요란으로 기술될 수 없고 복잡한 구조를 가질 때 사용된다. 이와 같은 요란의 초기 성장은 초기 요란의 위치 소용돌이도 분포에 강하게 좌우된다. 비선형 상호 작용이 없을 때 가장 빨리 성장하는 정규 모드 요란이 궁극적으로 우세하여야 하지만, 하루 또는 이들의 시간 규모로 이와 같은 성장은 비슷한 규모의 정규 모드 성장과는 아주 다를 수 있다.

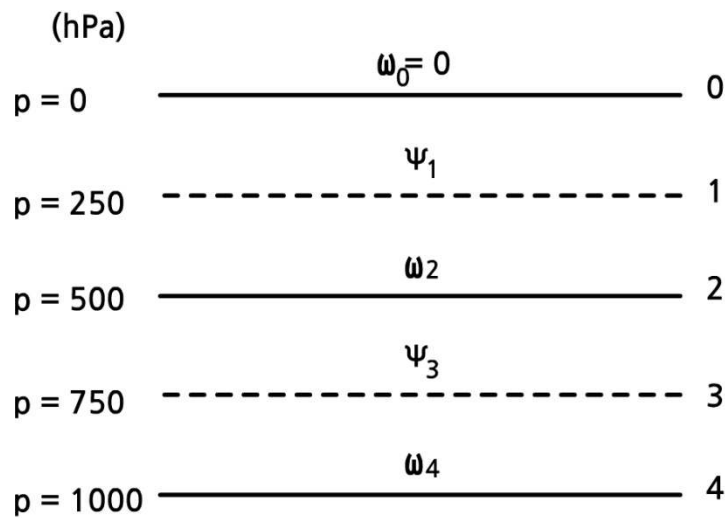
진폭이 큰 상층 위치 소용돌이도 아노말리가 지면에 이미 존재하는 남북 방향 온도 경도가 있는 영역으로 이류될 때, 초기 조건에 강하게 의존하는 저기압 발생이 생길 수 있다. 이 경우에 그림 15.1에서 보인 것처럼 상층 아노말리가 유도한 순환이 지면에 온도 이류를 일으킨다. 이것이 지면 근처에서 위치 소용돌이도 아노말리를 유도하고 이것은 다시 상층 아노말리를 강화시킨다. 어떤 조건 아래에서는 지면 위치 소용돌이도 아노말리와 상층 위치 소용돌이도 아노말리가 아노말리 패턴에서 고정될 수 있어서 유도된 순환이 아노말리 패턴을 매우 빠르게 증폭시킨다. 저기압 발생의 초기 값 방법에 대한 자세한 논의는 이 과정의 정도를 넘는다. 여기서는 주로 가장 간단한 정규 모드 불안정 모델에 집중할 것이다.



[그림 15.1] 하층 경압 지역 위로 상층 양의 소용돌이도 섭동이 도착하는 경우에 대한 개괄적 그림. (a) 상층 소용돌이도 아노말리에 의해 유도된 하층 저기압성 소용돌이도. 소용돌이도 아노말리에 의해 유도된 순환은 굵은 화살표로 표시되어 있고, 온위 등치선은 하층 경계면에 그려져 있음. 유도된 하층 순환에 의한 온위 이류는 상층 소용돌이도 아노말리의 약간 동쪽으로 온난 아노말리를 발생시킴. 이것은 다시 (b)에서 열린 화살표로 표시된 저기압성 순환을 일으킴. 유도된 상층 순환은 원래의 상층 아노말리를 강화시킬 수 있고 요란을 증폭시킬 수 있음(Hoskins et al., 1985)

15.1 유체 역학 불안정

아주 이상화한 평균 흐름 프로파일에 대해서도 연속적으로 성층화한 대기에서 경압 불안정을 수학적으로 취급하는 것은 제법 복잡하다. 그와 같은 복잡한 모델을 다루기 전에 먼저 경압 과정을 설명할 수 있는 가장 간단한 모델을 고려할 것이다. 그림 15.2처럼 대기가 0, 2, 4로 번호 붙여진 면을 경계로 하는 두 층으로 구성되어 있다고 하자. 일반적으로 번호 0은 0hPa 면, 번호 2는 500hPa 면, 번호 4는 1000hPa 면으로 생각할 수 있다. 중위도 β 평면에 대한 준지균 소용돌이도 방정식은 그림 15.2에서 1로 번호 붙여진 면인 250hPa 면과 3으로 번호 붙여진 750hPa 면에 적용된다. 반면에 열역학 에너지 방정식은 2로 번호 붙여진 면인 500hPa 면에 적용된다.



[그림 15.2] 2층 경압 모델에 대한 연직 방향으로의 변수 정렬

2층 모델의 특정 방정식을 쓰기 전에 지균 유선함수, $\psi \equiv \Phi/f_0$ 를 정의하는 것이 편리하다. 지균풍과 지균 소용돌이도를 유선함수로 나타내면 각각 다음과 같이 표현된다.

$$\vec{V}_\psi = \vec{k} \times \nabla \psi, \quad \zeta_g = \nabla^2 \psi \tag{15.1}$$

그러면 준지균 소용돌이도 방정식 (12.23)과 정역학적 열역학 에너지 방정식 (12.17)은 다음과 같이 ψ 와 ω 의 항으로 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi + \vec{V}_\psi \cdot \nabla (\nabla^2 \psi) + \beta \frac{\partial \psi}{\partial x} = f_0 \frac{\partial \omega}{\partial p} \tag{15.2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \psi}{\partial p} \right) = - \vec{V}_\psi \cdot \nabla \left(\frac{\partial \psi}{\partial p} \right) - \frac{\sigma}{f_0} \omega \tag{15.3}$$

15.1 유체 역학 불안정

이제 두 층의 중간에 번호 1과 3으로 매겨진 두 면에 소용돌이도 방정식 (15.2)를 적용한다. 이를 위해서는 다음과 같이 연직 도함수에 유한 차 근사를 사용하여 각 면에 발산항 $\partial\omega/\partial p$ 를 계산해야 한다.

$$\left(\frac{\partial\omega}{\partial p}\right)_1 \approx \frac{\omega_2 - \omega_0}{\delta p}, \quad \left(\frac{\partial\omega}{\partial p}\right)_3 \approx \frac{\omega_4 - \omega_2}{\delta p} \quad (15.4)$$

여기서 $\delta p = 500 \text{ hPa}$ 은 0-2 층과 2-4 층 사이의 기압 간격이고, 첨자 표현은 각 종속 변수에 대한 연직 면을 나타내기 위해 사용되었다. 결국 면 1과 면 3에서 소용돌이도 방정식이 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi_1 + \vec{V}_1 \cdot \nabla (\nabla^2 \psi_1) + \beta \frac{\partial \psi_1}{\partial x} = \frac{f_0}{\delta p} \omega_2 \quad (15.5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi_3 + \vec{V}_3 \cdot \nabla (\nabla^2 \psi_3) + \beta \frac{\partial \psi_3}{\partial x} = -\frac{f_0}{\delta p} \omega_2 \quad (15.6)$$

여기서 $\omega_0 = 0$ 이라는 사실을 사용하였고 $\omega_4 = 0$ 을 가정하였다.

다음으로 열역학 에너지 방정식 (15.3)을 면 2에 적용하여 쓸 것이다. 먼저 다음 공식을 사용하여 $\partial\psi/\partial p$ 를 계산한다.

$$(\partial\psi/\partial p)_2 \approx (\psi_3 - \psi_1)/\delta p$$

그 결과는 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\psi_1 - \psi_3) = -\vec{V}_2 \cdot \nabla (\psi_1 - \psi_3) + \frac{\sigma \delta p}{f_0} \omega_2 \quad (15.7)$$

이 방정식의 오른쪽 첫 번째 항은 500hPa 면의 바람에 의한 250hPa/750hPa 층두께의 이류이다. 그러나 500hPa 유선함수인 ψ_2 는 이 모델에서 예측 변수가 아니다. 그러므로 ψ_2 는 다음과 같이 250hPa 면과 750hPa 면 사이에서 선형적으로 내삽하여 얻어야 한다.

$$\psi_2 = (\psi_1 + \psi_3)/2$$

이 내삽 공식이 사용된다면 방정식 (15.5), (15.6), (15.7)은 변수 ψ_1 , ψ_2 , ω_2 를 예측할 수 있는 닫힌 세트의 방정식이 된다.

15.2 2층 모델의 정규 모드 경압 불안정

15.2.1 선형 섭동 분석

가능한 한 간단히 분석을 하기 위하여 유선함수 ψ_1 과 ψ_3 가 y 에만 선형적으로 의존하는 기본 상태 부분과 x 와 t 에만 의존하는 섭동 부분의 합으로 구성되어 있다고 가정한다. 즉 다음과 같이 놓는다.

$$\begin{aligned}\psi_1 &= -U_1 y + \psi'_1(x, t) \\ \psi_3 &= -U_3 y + \psi'_3(x, t) \\ \omega_2 &= \omega'_2(x, t)\end{aligned}\tag{15.8}$$

여기서 고도 1과 3에서의 동서 방향 속도는 각각 값 U_1 과 U_3 을 갖는 상수이다. 따라서 섭동 장은 남북 방향 속도 성분과 연직 속도 성분만을 갖는다. 식 (15.8)을 방정식 (15.5)~(15.7)에 대입하여 선형화하면 다음과 같은 섭동 방정식을 얻을 수 있다.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U_1 \frac{\partial}{\partial x}\right) \frac{\partial^2 \psi'_1}{\partial x^2} + \beta \frac{\partial \psi'_1}{\partial x} = \frac{f_0}{\delta p} \omega'_2\tag{15.9}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U_3 \frac{\partial}{\partial x}\right) \frac{\partial^2 \psi'_3}{\partial x^2} + \beta \frac{\partial \psi'_3}{\partial x} = -\frac{f_0}{\delta p} \omega'_2\tag{15.10}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U_m \frac{\partial}{\partial x}\right) (\psi'_1 - \psi'_3) - U_T \frac{\partial}{\partial x} (\psi'_1 + \psi'_3) = \frac{\sigma \delta p}{f_0} \omega'_2\tag{15.11}$$

여기서 ψ_1 과 ψ_3 의 항으로 \overline{V}_2 를 표현하기 위해 선형적으로 내삽하였고, U_m 과 U_T 를 다음과 같이 정의하였다.

$$U_m \equiv (U_1 + U_3)/2, \quad U_T \equiv (U_1 - U_3)/2$$

이와 같이 U_m 과 U_T 는 각각 연직으로 평균한 평균 동서 방향 풍속과 평균 온도풍 풍속이다.

방정식 (15.9)~(15.11)을 결합하여 ω'_2 을 소거한다면 이 시스템의 역학적 성질을 더 명확하게 표현할 수 있다. 먼저 방정식 (15.9)와 (15.10)을 다음과 같이 다시 쓸 수 있음을 주목하라.

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + (U_m + U_T) \frac{\partial}{\partial x}\right] \frac{\partial^2 \psi'_1}{\partial x^2} + \beta \frac{\partial \psi'_1}{\partial x} = \frac{f_0}{\delta p} \omega'_2\tag{15.12}$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + (U_m - U_T) \frac{\partial}{\partial x}\right] \frac{\partial^2 \psi'_3}{\partial x^2} + \beta \frac{\partial \psi'_3}{\partial x} = -\frac{f_0}{\delta p} \omega'_2\tag{15.13}$$

15.2 2층 모델의 정규 모드 경압 불안정

이제 순압 및 경압 섭동을 다음과 같이 정의한다.

$$\psi_m \equiv (\psi'_1 + \psi'_3)/2; \quad \psi_T \equiv (\psi'_1 - \psi'_3)/2 \quad (15.14)$$

방정식 (15.12)와 (15.13)을 더하고 식 (15.14)의 정의를 사용하면 다음 방정식을 얻는다.

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + U_m \frac{\partial}{\partial x} \right] \frac{\partial^2 \psi_m}{\partial x^2} + \beta \frac{\partial \psi_m}{\partial x} + U_T \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 \psi_T}{\partial x^2} \right) = 0 \quad (15.15)$$

한편 방정식 (15.12)로부터 방정식 (15.13)을 뺀 다음 ω'_2 를 소거하기 위해 방정식 (15.11)과 결합시킨다면 다음 방정식을 얻게 된다.

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + U_m \frac{\partial}{\partial x} \right] \left(\frac{\partial^2 \psi_T}{\partial x^2} - 2\lambda^2 \psi_T \right) + \beta \frac{\partial \psi_T}{\partial x} + U_T \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 \psi_m}{\partial x^2} + 2\lambda^2 \psi_m \right) = 0 \quad (15.16)$$

여기서 $\lambda^2 \equiv f_0^2 / [\sigma(\delta p)^2]$ 이다.

방정식 (15.15)와 (15.16)은 각각 순압(연직 평균) 섭동 소용돌이도와 경압(온도) 섭동 소용돌이도를 예측하는 방정식이다.

이제 14장에서와 같이 다음과 같은 파동 형태의 해가 존재한다고 가정한다.

$$\psi_m = A e^{ik(x-ct)}, \quad \psi_T = B e^{ik(x-ct)} \quad (15.17)$$

위에 가정한 해를 방정식 (15.15)와 (15.16)에 대입하고 공통인자 $e^{ik(x-ct)}$ 로 모든 항을 나누면 다음과 같이 계수 A 와 B 에 대한 한 쌍의 선형 대수 방정식을 얻는다.

$$ik[(c - U_m)k^2 + \beta]A - ik^3 U_T B = 0 \quad (15.18)$$

$$ik[(c - U_m)(k^2 + 2\lambda^2) + \beta]B - ik U_T (k^2 - 2\lambda^2)A = 0 \quad (15.19)$$

이 방정식 세트는 균일하기 때문에 A 와 B 의 계수로 이루어진 행렬식이 0일 때만 의미 있는 해가 존재한다. 이와 같이 위상 속도 c 는 다음 행렬식이 0이라는 조건을 만족해야 한다.

$$\begin{vmatrix} (c - U_m)k^2 + \beta & -k^3 U_T \\ -U_T(k^2 - 2\lambda^2) & (c - U_m)(k^2 + 2\lambda^2) + \beta \end{vmatrix} = 0$$

이 행렬식은 다음과 같이 c 에 대한 2차 분산 방정식을 제공한다.

15.2 2층 모델의 정규 모드 경압 불안정

$$(c - U_m)^2 k^2 (k^2 + 2\lambda^2) + 2(c - U_m)\beta(k^2 + \lambda^2) + [\beta^2 + U_T^2 k^2 (2\lambda^2 - k^2)] = 0 \quad (15.20)$$

방정식 (15.20)의 분산 관계를 위상 속도 c 에 대해서 풀면 다음과 같다.

$$c = U_m - \frac{\beta(k^2 + \lambda^2)}{k^2(k^2 + 2\lambda^2)} \pm \delta^{1/2} \quad (15.21)$$

여기서 δ 는 다음과 같다.

$$\delta \equiv \frac{\beta^2 \lambda^4}{k^4 (k^2 + 2\lambda^2)^2} - \frac{U_T^2 (2\lambda^2 - k^2)}{(k^2 + 2\lambda^2)}$$

위상 속도 c 가 식 (15.21)을 만족할 때만 식 (15.17)이 방정식 (15.15)와 (15.16)에 대한 해라는 것을 지금 보았다. 식 (15.21)이 좀 복잡해 보이지만, $\delta < 0$ 이면 위상 속도 c 가 허수 부분을 갖게 되어 섭동이 지수적으로 증폭할 것임을 알 수 있다. 섭동이 지수적으로 성장하기 위한 일반적 물리 조건을 논의하기 전에 먼저 두 가지 특별한 경우를 고려한다.

첫 번째 특별한 경우로서 $U_T = 0$ 인 경우, 즉 기본 상태의 온도풍이 0이어서 평균 흐름이 순압인 경우를 생각하기로 한다. 이 경우에 위상 속도는 다음과 같이 된다.

$$c_1 = U_m - \beta k^{-2} \quad (15.22)$$

그리고

$$c_2 = U_m - \beta(k^2 + 2\lambda^2)^{-1} \quad (15.23)$$

이 두 위상 속도는 순압 기본 상태 흐름을 가진 2층 모델에 대한 자유 정규 모드 진동에 해당하는 실제 물리량이다. $U_T = 0$ 인 경우, 위상 속도 c_1 은 단 순히 순압 로스비 파에 대한 분산 관계이다. 즉 식 (15.22)는 14장에서 공부한 순압 로스비 파의 분산 관계식 (14.79)에서 $l = 0$ 인 경우에 해당한다. 식 (15.22)를 방정식 (15.18)과 (15.19)에 대입하면 $A \neq 0$ 이고 $B = 0$ 임을 알 수 있다. 즉, 섭동이 순압 구조를 갖고 있음을 알 수 있다. 그러나 식 (15.23)은 내부 경압 로스비 파에 대한 위상 속도로 해석할 수 있다. 위상 속도 c_2 는 자유면을 가진 균질 해양에 대한 로스비 파의 속도와 유사한 분산 관계임을 주목하라.

15.2 2층 모델의 정규 모드 경압 불안정

자유면을 가진 균질 해양에 대한 로스비 파의 분산 관계는 이 장의 끝에 있는 연습문제를 풀면 알 수 있다. 여기서 취급한 2층 모델에서는 분모에 $2\lambda^2$ 나타나지만 해양의 경우에는 그 자리에 f_0^2/gH 가 나타난다.

위상 속도 c_2 를 방정식 (15.18)과 (15.19)에 대입하면 ψ'_1 과 ψ'_3 장이 180° 위상 차가 있어서 기본 상태가 순압적임에도 섭동은 경압적임을 알 수 있다. 또한 ω'_2 장이 250 hPa 고도 지오포텐셜 장과 1/4 주기 위상 차가 있어서 최대 상승 운동이 250 hPa 고도 기압골의 서쪽에서 발생함을 알 수 있다. 이 사실도 이 장의 뒤에 있는 연습문제를 풀면 이해할 수 있다.

$c_2 - U_m < 0$ 이므로 요란 패턴이 평균 바람에 상대적으로 서쪽으로 움직인다는 것을 주목하면 이 연직 운동 패턴을 이해할 수 있다. 즉 다음과 같이 해석할 수 있다. 평균 바람과 함께 움직이는 좌표계에서 볼 때, 소용돌이도 변화는 오직 행성 소용돌이도 이류향과 수렴향에만 기인하며 (방정식 (12.23)을 참고하라) 층두께 변화는 오직 연직 운동에 기인한 단열 승온 또는 단열 냉각에 의해 발생한다 (방정식 (12.17)을 참고하라). 따라서 시스템이 서쪽으로 이동할 때 필요한 층두께 변화를 발생시키기 위해서는 250hPa 고도 골의 서쪽에 상승 운동이 존재해야만 한다.

식 (15.22)와 (15.23)을 비교하면 경압 모드의 위상 속도가 일반적으로 순압 모드의 위상 속도보다 작다는 것을 알 수 있다. 중위도 대류권 평균 조건에서 $\lambda^2 \approx 2 \times 10^{-12} m^{-2}$ 인데, 이것은 4300km의 동서 방향 파장에 대한 k^2 과 거의 같다.

이제 두 번째 특별한 경우로서 $\beta=0$ 을 가정한다. 이 경우는 실험실 환경에 해당한다. 실험실에서는 회전하는 수평면에 의해 유체가 위와 아래가 막혀 있어서 중력과 회전 벡터들이 어디서나 평행하게 된다. 이와 같은 환경에서는 $\beta=0$ 이 되고 식 (15.21)은 다음과 같이 된다.

$$c = U_m \pm U_T \left(\frac{k^2 - 2\lambda^2}{k^2 + 2\lambda^2} \right)^{1/2} \quad (15.24)$$

$k^2 < 2\lambda^2$ 을 만족하는 동서 방향 파수를 가진 파에 대해서 식 (15.24)의 c 는 허수 부분을 갖게 된다. 이 때 파는 불안정해서 증폭된다. 즉, 임계 파장 $L_c = \sqrt{2}\pi/\lambda$ 보다 긴 모든 파는 증폭된다. λ 의 정의를 이용하면 임계 파장은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$L_c = \delta p \pi (2\sigma)^{1/2} / f_0$$

15.2 2층 모델의 정규 모드 경압 불안정

전형적인 대류권 조건에서 $(2\sigma)^{1/2} \approx 2 \times 10^{-3} N^{-1} m^3 s^{-1}$ 이므로, $\delta p = 500$ hPa 과 $f_0 = 10^{-4} s^{-1}$ 을 이용하면 $L_c \approx 3000$ km 이다. 이 임계 파장에 대한 식으로부터 정적 안정도 σ 가 커질수록 임계 파장이 길어진다는 것을 알 수 있다. 여기서 한 가지 흥미로운 것은 $\beta = 0$ 일 때 임계 파장이 기본 상태 온도풍 U_T 에 좌우되지 않는다는 사실이다. 그러나 불안정한 경우에 섭동의 성장률은 U_T 에 좌우된다. 식 (15.17)에 따르면 요란의 시간적 변화는 $\exp(-ikt)$ 형태를 갖고 있다. 따라서 지수적 성장률은 $\alpha = kc_i$ 인데, 여기서 c_i 는 위상 속도의 허수 부분을 나타낸다. 이 경우에 성장률 α 는 다음과 같이 표현된다.

$$\alpha = kU_T \left(\frac{2\lambda^2 - k^2}{2\lambda^2 + k^2} \right)^{1/2} \quad (15.25)$$

이처럼 $\beta = 0$ 의 경우, 성장률은 평균 온도풍과 함께 선형적으로 증가한다. 이제 식 (15.21)의 모든 항을 포함하는 일반적인 경우를 생각해 보자. 이 경우에는 $\delta = 0$ 인 중립 곡선을 계산하면 쉽게 불안정 조건을 이해할 수 있게 된다. $\delta = 0$ 일 때 다음과 같은 식이 만족된다.

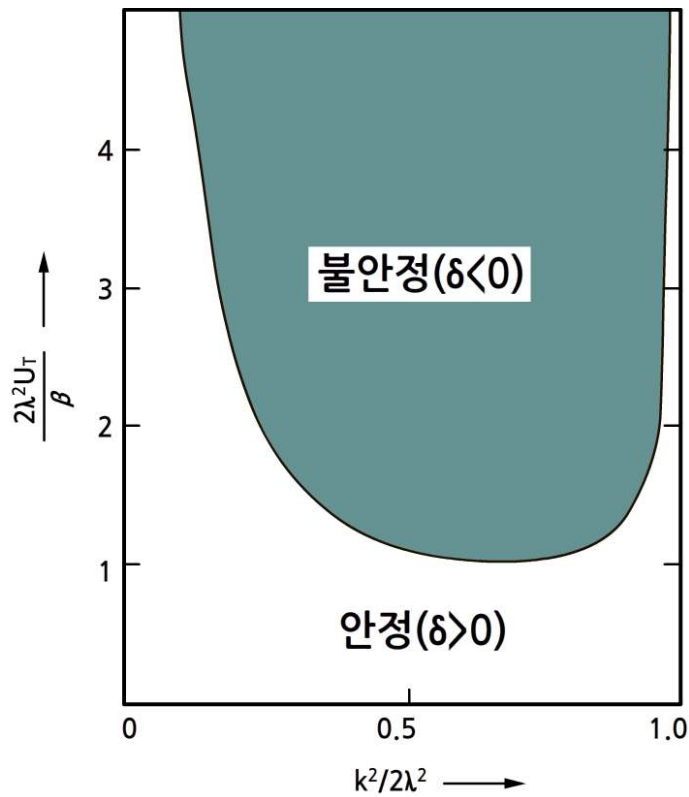
$$\frac{\beta^2 \lambda^4}{k^4 (2\lambda^2 + k^2)} = U_T^2 (2\lambda^2 - k^2) \quad (15.26)$$

식 (15.26)을 $k^4/2\lambda^4$ 에 대하여 풀면 U_T 와 k 사이의 복잡한 관계를 가장 잘 볼 수 있다. 결국 이 관계는 다음과 같다.

$$k^4/(2\lambda^4) = 1 \pm [1 - \beta^2/(4\lambda^4 U_T^2)]^{1/2}$$

그림 15.3에 중립 곡선을 나타내었는데, 가로축은 동서 방향 파수의 제곱에 비례하는 무명수 $k^4/2\lambda^4$ 으로, 세로축은 온도풍에 비례하는 무명의 파라미터 $2\lambda^2 U_T/\beta$ 으로 되어 있다. 그림 15.3에서 볼 수 있듯이 중립 곡선은 불안정한 영역과 안정한 영역을 분리시키고 있다. 이 그림에서 빗금 친 부분이 불안정한 영역이다. $|U_T| > \beta/(2\lambda^2)$ 일 때만 불안정한 근이 존재하기 때문에, β 효과가 포함되면 흐름이 안정화된다는 것을 알 수 있다. 더욱이 불안정한 성장에 필요한 U_T 의 최소값은 k 에 크게 좌우된다. 이와 같이 β 효과는 파 스펙트럼에서 가장 파장이 긴 파를 크게 안정화시킨다. 이 그림에서도 볼 수 있듯이 임계 파장 $L_c = \sqrt{2}\pi/\lambda$ 보다 짧은 파에 대하여 그 흐름은 항상 안정하다.

15.2 2층 모델의 정규 모드 경압 불안정



[그림 15.3] 2층 경압 모델에 대한 중립 안정도 곡선

이처럼 β 효과가 파장이 긴 파를 안정화시키는 것은 β 효과가 포함될 때만 발생하는 장파 즉 로스비 파의 빠른 서쪽 전파 때문이다. 그리고 경압적으로 불안정한 파는 항상 최대 평균 동서 방향 풍속과 최소 평균 동서 방향 풍속 사이의 속도로 전파한다는 것을 알 수 있다. 중위도 지방에서는 2층 모델의 경우에 $U_1 > U_3 > 0$ 이므로, 불안정한 파에 대한 위상 속도의 실수 부분은 $U_3 < c_r < U_1$ 을 만족한다. 연속적인 대기에서 이 사실은 $U=c_r$ 이 되는 어떤 고도가 존재해야만 한다는 것을 암시하고 있다. 이 고도를 이론가들은 임계 고도라 부르고, 종관학자들은 지향 고도라고 부른다. 장파와 약한 기본 상태 바람 쉬어에 대하여 식 (15.21)의 해는 $c_r < U_3$ 일 것이고, 지향 고도가 존재하지 않으며, 불안정한 성장이 발생할 수 없다.

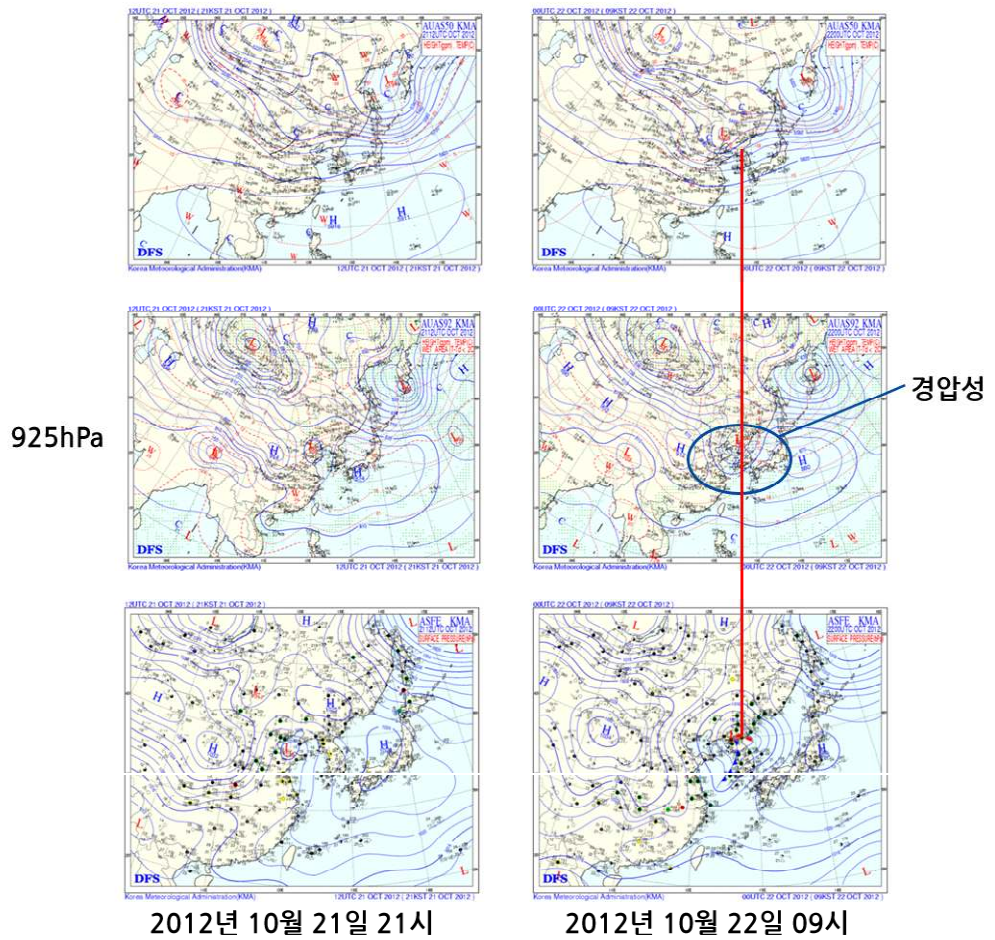
식 (15.26)을 k 에 대하여 미분하고 $dU_T/dk=0$ 로 놓고 계산하면, 불안정한 파가 존재할 수 있는 U_T 의 최소값은 $k^2 = \sqrt{2}\lambda^2$ 일 때 발생함을 알 수 있다. 이 파수 k 를 가진 파가 최대 불안정 파에 해당한다. U_T 를 0으로부터 점점 증가시키면 섭동이 처음으로 불안정해지는 파수는 $k=2^{1/4}\lambda$ 이기 때문에 자주 관측되는 발달하는 요란의 파수는 이 최대 불안정 파수에 근접해 있어야 한다. 이 때 섭동들은 증폭되고 이 과정에서 평균 온도풍으로부터 에너지를 빼앗아 U_T 를 감소시키고 흐름을 안정화시킨다.

15.2 2층 모델의 정규 모드 경압 불안정

보통 상태의 정적 안정도 아래에서 최대 불안정 파의 파장은 약 4000km 인데, 이 파장은 중위도 종관 시스템에 대한 평균 파장에 가깝다. 더욱이 이 파장에서 중립 안정도에 필요한 온도풍은 불과 약 $U_T \approx 4\text{ms}^{-1}$ 인데, 이 온도풍 속도는 250hPa 고도와 750hPa 고도 사이에서 8ms^{-1} 의 쉬어를 의미한다. 중위도 지방의 동서 평균 흐름에서 이보다 더 큰 쉬어는 확실히 일반적이다. 그러므로 중위도 종관 시스템의 관측된 행동은 이와 같은 시스템이 경압 불안정한 기본 흐름의 무한소 섭동으로부터 유래할 수 있다는 가설과 일치한다. 물론 실제 대기에서는 다른 인자들이 종관 시스템의 발달에 영향을 줄 수 있다. 예를 들면, 제트류의 측면 쉬어에 기인된 불안정, 한정된 진폭을 가진 섭동의 비선형 상호작용 및 강수 시스템의 잠열 방출 등이 종관 시스템을 발달시킬 수 있다. 그러나 관측 연구, 실험실 시뮬레이션 및 수치 모델 모두가 경압 불안정은 중위도 지방에서 종관 규모 파동 발달의 가장 주요한 메커니즘이라고 제안하고 있다.

경압 불안정으로 저기압이 발달하는 예를 그림 15.4에서 볼 수 있다. 2012년 10월 21일부터 10월 22일 09시까지 12시간 만에 우리나라 부근에서 저기압이 급격히 발달하고 있는데 이것은 강한 경압 불안정 때문이다. 즉 우리나라 주위에 남북 방향의 기온 경도가 강해서 상층의 제트류가 강해지고 이로 인하여 경압 불안정이 형성되기 때문에 경압 파동이 발달하여 저기압이 강해지고 있다. 그림에서 파란 색으로 표시한 타원 영역은 경압성이 가장 큰 구역이다.

15.2 2층 모델의 정규 모드 경압 불안정



[그림 15.4] 경압 불안정으로 저기압이 발달한 사례. 2012년 10월 21일 21시부터 10월 22일 09시까지 우리나라 부근에서 기온의 남북 경도가 심한 경압 불안정으로 인하여 저기압이 급격히 발달하고 있다.

15.2 2층 모델의 정규 모드 경압 불안정

15.2.2 경압 파동의 연직 운동

2층 모델이 준지균 시스템의 특별한 경우이므로, 연직 운동을 일으키는 물리적 메커니즘은 13장에서 논의한 것들이어야 한다. 따라서 연직 운동의 강제력은 온도 이류에 의한 강제력과 차등 소용돌이도 이류에 의한 강제력의 합으로 표현될 수 있다. 또 다른 방법으로는 연직 운동의 강제력을 Q 벡터의 발산으로 표현할 수도 있다.

2층 모델에 대한 오메가 방정식의 Q 벡터 형태는 방정식 (13.27)을 이용하여 간단히 유도할 수 있다. 먼저 방정식 (13.27)의 왼편 두 번째 항을 다음과 같이 p 로 유한 차 미분함으로써 계산한다.

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2} \approx \frac{(\partial \omega / \partial p)_3 - (\partial \omega / \partial p)_1}{\delta p} \approx -\frac{2\omega_2}{(\delta p)^2}$$

여기서 식 (15.4)를 사용하여 $\omega_0 = \omega_4 = 0$ 으로 놓았다. 그리고 2층 모델에서 기온은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{RT}{p} = -\frac{\partial \Phi}{\partial p} \approx \frac{f_0}{\delta p}(\psi_1 - \psi_3)$$

그러면 방정식 (13.27)은 다음과 같이 된다.

$$\sigma(\nabla^2 - 2\lambda^2)\omega_2 = -2\nabla \cdot \vec{Q} \quad (15.27)$$

여기서 \vec{Q} 는 다음과 같이 표현된다.

$$\vec{Q} = \frac{f_0}{\delta p} \left[-\frac{\partial \vec{V}_2}{\partial x} \cdot \nabla(\psi_1 - \psi_3), -\frac{\partial \vec{V}_2}{\partial y} \cdot \nabla(\psi_1 - \psi_3) \right]$$

경압적으로 불안정한 파동에서 연직 운동의 강제력을 조사하기 위하여 식 (15.8)에서와 같이 변수를 기본 상태 부분과 섭동 부분의 합으로 표현함으로써 방정식 (15.27)을 선형화시킨다. 이 경우에 평균 동서 방향 바람과 섭동 유선함수가 y 에 독립적이므로, \vec{Q} 는 오직 다음과 같은 x 성분만 갖게 된다.

$$Q_1 = \frac{f_0}{\delta p} \left[\frac{\partial^2 \psi'_2}{\partial x^2} (U_1 - U_3) \right] = \frac{2f_0}{\delta p} U_T \zeta'_2$$

이 경우에 Q 벡터의 패턴은 그림 13.6과 비슷하다. 즉, Q 벡터가 저기압 중심에서 동쪽으로 향하고, 고기압 중심에서 서쪽으로 향한다.

15.2 2층 모델의 정규 모드 경압 불안정

이것은 Q 벡터가 지귤 운동에 의해 생기는 기온 경도 변화를 나타낸다는 사실과 일치한다. 이 간단한 모델에서 기온 경도는 전적으로 평균 동서 방향 바람의 연직 쉬어 [$U_T \infty - \partial T / \partial y$]에 기인하고, 섭동 남북 방향 속도의 쉬어는 $500hPa$ 골 동쪽에서 따뜻한 공기를 극 쪽으로 이류시키고 $500hPa$ 골 서쪽에서 찬 공기를 적도 쪽으로 이류시킴으로써 $500hPa$ 골 영역에서 동 쪽으로 향하는 기온 경도 성분을 발생시키려는 경향이 있다.

선형화된 모델에서 Q 벡터에 의한 연직 운동의 강제력을 사용하여 방정식 (15.27)을 다시 쓰면 다음과 같이 표현된다.

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - 2\lambda^2 \right) \omega'_2 = - \frac{4f_0}{\sigma \delta p} U_T \frac{\partial \zeta'_2}{\partial x} \quad (15.28)$$

다음 비례식을 관찰하고

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - 2\lambda^2 \right) \omega'_2 \infty - \omega'_2$$

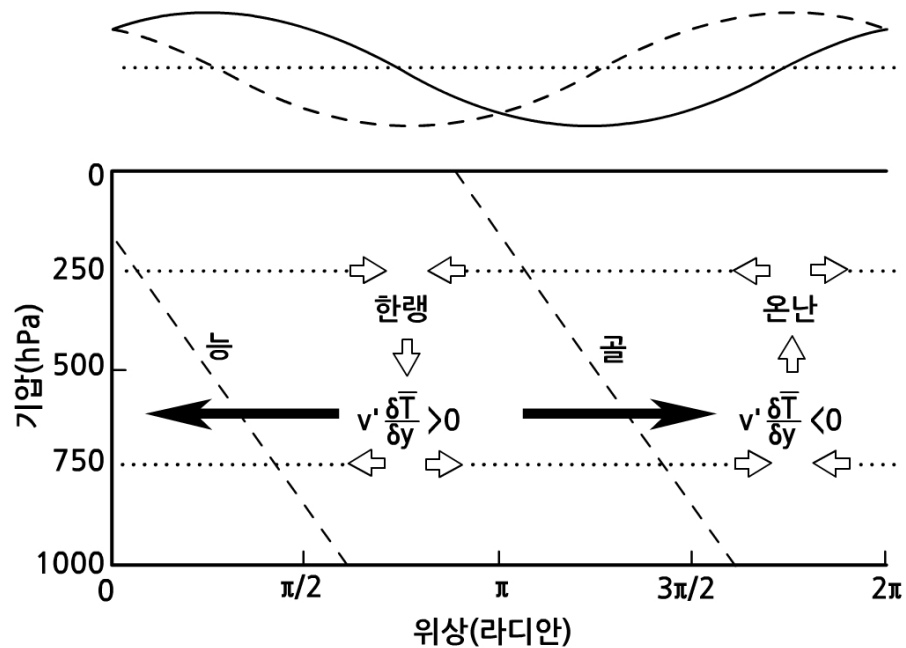
다음 비례식을 주목하면

$$\omega'_2 \infty - \omega'_2 \infty - U_T \frac{\partial \zeta'_2}{\partial x} \infty - v'_2 \frac{\partial \bar{T}}{\partial y}$$

방정식 (15.28)을 물리적으로 해석할 수 있다. 즉, 하강 운동은 기본 상태 온도풍에 의한 섭동 소용돌이도의 음의 이류에 의하여(또는 섭동 남북 방향 바람에 의한 기본 상태 온도 장의 한랭 이류에 의하여) 발생하는 반면, 상승 운동은 그 반대 부호의 이류에 의해 발생한다.

이제 2층 모델에서 경압적으로 불안정한 요란의 구조를 그림으로 살펴보기로 한다. 그림 15.5의 아래 그림은 $U_T > 0$ 인 보통의 중위도 환경에 대하여 지오퍼텐셜 장과 연직 2차 순환 장 사이의 위상 관계를 개괄적으로 보여주고 있다. 아래 층과 위 층 사이에 선형 내삽을 사용하여 골과 능 축을 고도와 함께 서쪽으로 기우는 직선으로 표현하였다. 이 예에서 ψ_1 장은 ψ_3 장보다 위상으로 약 65° 만큼 지연되고 있어서 $250hPa$ 고도의 골이 $750hPa$ 고도의 골보다 위상으로 65° 서쪽에 놓여 있다. 그림 15.5의 위 그림에서 볼 수 있듯이 $500hPa$ 고도에서 섭동 층두께(또는 기온) 장은 지오퍼텐셜 장보다 $1/4$ 파장만큼 지연되고 있다. 섭동 남북 방향 바람에 의한 온도 이류가 500 층두께(또는 기온) 장과 같은 위상에 있으므로 섭동 바람에 의한 기본 상태 온도 이류가 섭동 층두께 장을 강화시키려함을 주목하라. 이 경향은 또한 그림 15.5의 $500hPa$ 고도에 그려진 Q 벡터 분포로 이해할 수 있다.

15.2 2층 모델의 정규 모드 경압 불안정



[그림 15.5] 2층 모델에서 불안정한 경압 파동의 구조. (위 그림) 500hPa 고도의 섭동 지오펜셀 (실선)과 섭동 기온 (쇄선)의 상대적 위상. (아래 그림) 2층 모델에서 불안정한 경압 파동에 대하여 지오펜셀, 남북 방향 온도 이류, 비지균 순환 (열린 화살표), Q 벡터 (굵은 화살표) 및 기온 장의 위상을 보여 주는 연직 단면도

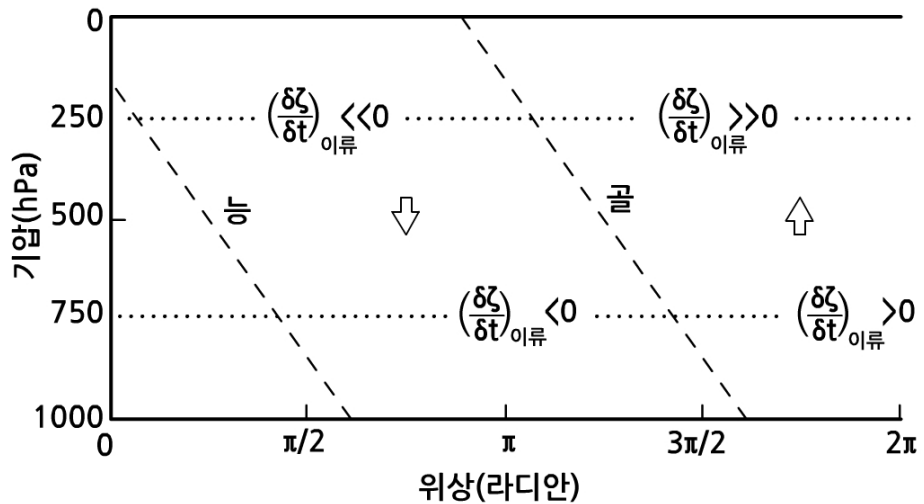
그림 15.5에서 보인 것처럼 Q 벡터의 발산으로 발생한 연직 운동 패턴은 250hPa 고도와 750hPa 고도의 발산-수렴 패턴과 연관되어 있다.

즉, 250hPa 고도의 수렴은 250hPa 골 근처에서 양의 소용돌이도를 강화시키려 하고 750hPa 고도의 발산은 750hPa 능 근처에서 음의 소용돌이도를 강화시키려 하는 반면, 250hPa 고도의 발산은 250hPa 능 근처에서 음의 소용돌이도를 강화시키려 하고 750hPa 고도의 수렴은 750hPa 골 근처에서 양의 소용돌이도를 강화시키려 한다. 이 모든 경우에 발산-수렴에 의한 소용돌이도 경향은 골과 능에서 소용돌이도의 극값을 증가시키려 하기 때문에, 이 2차 순환 시스템은 요란의 강도를 증가시킬 것이다.

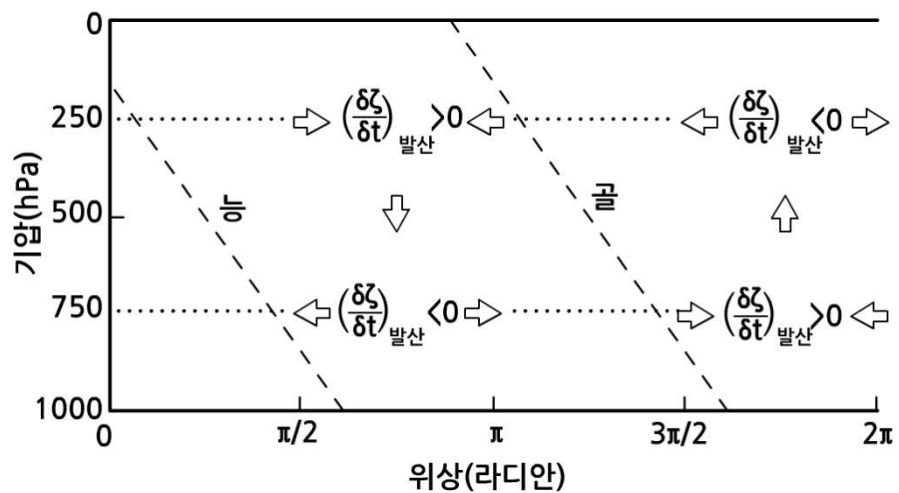
물론 각 층의 소용돌이도 총 변화는 소용돌이도 이류와 발산 순환에 기인한 소용돌이 신장의 합으로 결정된다. 이 두 과정의 상대적 기여도는 각각 그림 15.6와 그림 15.7에 개략적으로 그려져 있다. 그림 15.6에서 볼 수 있듯이 소용돌이도 이류는 소용돌이도 장을 1/4 파장만큼 앞서 간다. 이 경우에 기본 상태 풍속은 고도와 함께 증가하기 때문에, 250hPa 고도의 소용돌이도 이류는 750hPa 고도의 소용돌이도 이류보다 크다. 어떤 다른 과정도 소용돌이도 장에 영향을 미치지 않는다면, 이와 같은 차등 소용돌이도 이류의 효과는 하층의 골-능 패턴보다 상층의 골-능 패턴을 더 빠르게 동쪽으로 이동시킬 것이다. 따라서 골-능 패턴의 서쪽 기울음은 급히 없어질 것이다.

15.2 2층 모델의 정규 모드 경압 불안정

차등 소용돌이도 이류가 존재할 때 이 서쪽 기울음이 유지되는 것은 발산적 2차 순환과 연관된 소용돌이 신장에 의한 소용돌이도의 집중 때문이다.



[그림 15.6] 2층 모델에서 불안정한 경압 파동에 대하여 소용돌이도 이류에 기인한 소용돌이도 변화의 위상을 보여 주는 연직 단면



[그림 15.7] 2층 모델에서 불안정한 경압 파동에 대하여 발산-수렴에 기인한 소용돌이도 변화의 위상을 보여 주는 연직 단면

15.2 2층 모델의 정규 모드 경압 불안정

그림 15.7에서 발산 효과 중 수렴에 의한 소용돌이도 집중은 250 hPa 고도에서 소용돌이도 장보다 약 65°만큼 지연되고 750 hPa 고도에서 소용돌이도 장을 약 65°만큼 앞서 간다. 이 결과 소용돌이도 최대와 최소가 나타나는 곳 앞에서 순 소용돌이도 경향(이류 경향 플러스 발산 효과 경향)은 상층에서 이류 경향보다 작고 하층에서 이류 경향보다 크다. 즉, 수식으로 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\left| \frac{\partial \zeta'_1}{\partial t} \right| < \left| \frac{\partial \zeta'_1}{\partial t} \right|_{\text{이류}}, \quad \left| \frac{\partial \zeta'_3}{\partial t} \right| > \left| \frac{\partial \zeta'_3}{\partial t} \right|_{\text{이류}}$$

더욱이 발산 효과에 의한 소용돌이도 집중은 250 hPa 고도와 750 hPa 고도 모두에서 골과 능의 소용돌이도 섭동을 증폭시켜 요란을 성장하게 할 것이다.

15.3 경압 파동의 에너지론

적절한 조건 아래에서 연직으로 쉬어가 있고 지균 균형인 기본 상태 흐름은 중관 규모의 수평 파장을 가진 작은 파동 형태의 섭동에 불안정하다는 것을 앞 절에서 공부하였다. 이와 같은 경압 불안정한 섭동은 평균 흐름으로부터 에너지를 끌어냄으로써 지수적으로 증폭한다. 이 절에서는 선형화된 경압 요란의 에너지론을 공부하여 평균 흐름의 위치 에너지가 경압 불안정한 섭동의 에너지 원천임을 보일 것이다.

15.3.1 유효 위치 에너지

경압 파동에 대한 에너지론을 논의하기 전에 보다 일반적 견해로부터 대기의 에너지를 고려하는 것이 필요하다. 대기의 총 에너지는 내부 에너지, 중력 위치 에너지 및 운동 에너지의 합이다. 그러나 정역학 대기에서는 내부 에너지와 중력 위치 에너지가 서로 비례하기 때문에 이 두 에너지의 변화를 분리하여 고려할 필요가 없다. 내부 에너지와 중력 위치 에너지의 합을 흔히 총 위치 에너지라고 부른다. 내부 에너지와 중력 위치 에너지 사이의 비례상수는 지면으로부터 대기의 꼭대기까지 단위 수평 면적의 공기 기둥에 대한 에너지의 형태를 고려함으로써 얻을 수 있다.

dE_I 를 단위 면적의 높이 dz 인 공기 기둥의 내부 에너지로 놓으면 내부 에너지의 정의로부터 다음과 같이 표현된다.

$$dE_I = \rho c_v T dz$$

따라서 전체 기둥에 대한 내부 에너지는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$E_I = c_v \int_0^{\infty} \rho T dz \quad (15.29)$$

그러나 고도 z 에서 두께 dz 인 공기 기둥에 대한 중력 위치 에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$dE_P = \rho g z dz$$

따라서 전체 공기 기둥에 대한 중력 위치 에너지는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$E_P = \int_0^{\infty} \rho g z dz = - \int_{p_0}^0 z dp \quad (15.30)$$

15.3 경압 파동의 에너지론

여기서 정역학 방정식 $dp = -\rho g dz$ 를 사용하여 치환하였다.

방정식 (15.30)의 오른편 항은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$E_P = - \int_{p_0}^0 z dp = - \int_{(z)_sfc}^{(z)_\tau} d(zp) + \int_0^\infty p dz$$

이 식의 오른편 첫 번째 항은 0이므로 E_P 는 결국 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$E_P = \int_0^\infty p dz = R \int_0^\infty \rho T dz \quad (15.31)$$

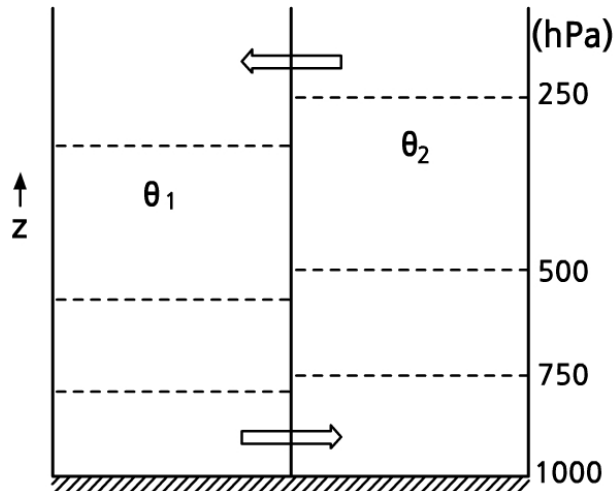
여기서 상태 방정식 $p = \rho RT$ 를 사용하여 치환하였다. 방정식 (15.29)와 방정식 (15.31)을 비교하면 $c_v E_P = R E_I$ 임을 알 수 있다. 따라서 총 위치 에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$E_P + E_I = (c_p/c_v) E_I = (c_p/R) E_P \quad (15.32)$$

그러므로 정역학 대기에서 총 위치 에너지는 E_I 또는 E_P 중 하나를 계산하면 얻을 수 있다.

총 위치 에너지는 대기에서 매우 유용한 에너지 척도는 아니다. 그 이유는 총 위치 에너지 중 아주 작은 부분만이 스톱의 운동 에너지로 전환하는데 유효하기 때문이다. 왜 대부분의 총 위치 에너지가 유효하지 않은지 정성적으로 설명하기 위하여 그림 15.8에서 보인 것처럼 연직 간 막이로 분리한 두 동일 질량의 건조 공기로 이루어진 간단한 모델 대기를 고려한다. 초기에 두 공기는 각각 균질한 온위 θ_1 과 θ_2 를 갖고 있다고 하자. 이 때 $\theta_1 < \theta_2$ 이다. 간 막이의 양 쪽의 지면 기압은 1000 hPa 로 한다. 이제 간 막이를 치웠을 때 같은 부피 안에서 단열적으로 질량이 재정돈됨으로써 나타날 수 있는 최대 운동 에너지를 계산하고자 한다.

15.3 경압 파동의 에너지론



[그림 15.8] 연직 간 막이로 분리시킨 서로 다른 온위의 두 공기. 수평 쇄선은 등압면을 나타낸다. 화살표는 간 막이를 치웠을 때 공기의 이동 방향을 가리킴

단열 과정에서는 총 에너지가 보존된다. 즉 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$E_K + E_P + E_I = \text{상수}$$

여기서 E_K 는 운동 에너지를 나타낸다. 공기가 처음에 정지해 있다면 $E_K = 0$ 이다. 따라서 최종 상태를 프라임(') 붙은 양으로 나타낸다면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$E_K' + E_P' + E_I' = E_P + E_I$$

그러므로 식 (15.32)를 이용하면 간 막이를 치워서 생기는 운동 에너지는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$E_K' = (c_p/c_v)(E_I - E_I')$$

θ 가 단열 과정에서 보존되기 때문에 간 막이를 치워도 두 공기는 섞이지 않는다. 공기가 재정돈되어 온위 θ_1 인 공기가 온위 θ_2 인 공기 밑으로 완전히 놓일 때 두 공기의 수평 경계는 500 hPa면이 될 것이고 E_I' 은 최소값을 갖게 되는데 이 최소값을 E_I'' 으로 표시할 것이다. 이 경우에 단열 과정이 E_I'' 을 더 이상 감소시킬 수 없기 때문에 총 위치 에너지 $(c_p/c_v)E_I''$ 은 운동 에너지로의 전환에 유효하지 않다.

이제 유효 위치 에너지는 닫힌 시스템의 초기의 총 위치 에너지와 단열 재분포로 형성된 최소 총 위치 에너지 사이의 차로 정의할 수 있다. 따라서 이상화한 대기 모델에 대해서 유효 위치 에너지(P)는 다음과 같이 표현된다.

15.3 경압 파동의 에너지론

$$P = (c_p/c_v)(E_I - E_I'') \quad (15.33)$$

이 유효 위치 에너지는 단열 과정으로 생길 수 있는 최대 운동 에너지와 동등하다.

Lorenz (1960)는 등압면에서 온위의 분산을 전체 대기에 대하여 체적 적분함으로써 유효 위치 에너지를 근사적으로 얻을 수 있음을 보였다. 따라서 $\bar{\theta}$ 를 주어진 기압면에 대한 평균 온위라 하고 θ' 을 그 평균으로부터의 지역 편차라 하면, 단위 체적 당 평균 유효 위치 에너지는 다음과 같은 비례식을 만족한다.

$$\bar{P} \propto V^{-1} \int (\bar{\theta}'^2 / \bar{\theta}^2) dV$$

여기서 V 는 대기의 총 부피이다. 다음 절에서 공부하겠지만 준지균 모델에서는 이 비례식이 유효 위치 에너지의 정확한 척도이다.

관측은 대기에 대해서 전반적으로 에너지 비율이 다음과 같이 됨을 가리키고 있다.

$$\bar{P} / [(c_p/c_v)\bar{E}_I] \sim 5 \times 10^{-3}, \quad \bar{K}/\bar{P} \sim 10^{-1}$$

이와 같이 대기의 총 위치 에너지의 약 0.5%만이 유효하고, 유효 위치 에너지의 약 10%가 실제로 운동 에너지로 전환된다. 따라서 이와 같은 관점에서 볼 때 대기는 아주 비효율적인 엔진이다.

15.3.2 2층 모델 에너지 방정식

앞에서 취급한 2층 모델에서 섭동 온도 장은 $\psi'_1 - \psi'_3$ 즉, 250 hPa / 750 hPa 층두께에 비례한다. 따라서 앞 절 논의의 관점에서 볼 때 이 경우의 유효 위치 에너지가 $(\psi'_1 - \psi'_3)^2$ 에 비례할 것임을 예상할 수 있다. 이를 보이기 위해 다음 방법으로 이 시스템에 대한 에너지 방정식을 유도하도록 한다. 먼저 방정식 (15.9)에 $-\psi'_1$ 를 곱하고, 방정식 (15.10)에 $-\psi'_3$ 를 곱한다. 그리고 이 방정식들을 동서 방향으로 섭동의 한 파장에 대하여 적분하여 평균을 얻는다. 이 때 결과적으로 나온 동서 방향 평균 항들을 다음과 같이 표시할 것이다.

$$\overline{(\quad)} = L^{-1} \int_0^L (\quad) dx$$

15.3 경압 파동의 에너지론

여기서 L 은 섭동의 파장이다. 이와 같이 방정식 (15.9)의 첫 항에 대해서 $-\psi'_1$ 을 곱한 후 평균하고 부분 미분을 취하면 다음과 같은 방정식을 얻는다.

$$-\overline{\psi'_1 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 \psi'_1}{\partial x^2} \right)} = -\frac{\partial}{\partial x} \left[\overline{\psi'_1 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \psi'_1}{\partial t} \right)} \right] + \overline{\frac{\partial \psi'_1}{\partial x} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \psi'_1}{\partial x} \right)}$$

이 방정식의 오른쪽 첫 항은 한 파장 적분에서 x 에 대하여 완전 미분 형태이기 때문에 0이 된다. 오른쪽 두 번째 항은 다음과 같은 형태로 다시 쓸 수 있다.

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \overline{\left(\frac{\partial \psi'_1}{\partial x} \right)^2}$$

이것은 바로 한 파장에 대하여 평균한 단위 질량 당 섭동 운동 에너지의 변화율이다. 비슷한 방법으로 방정식 (15.9)의 왼편에 있는 이류 항에 $-\psi'_1$ 을 곱하고 x 방향으로 한 파장 적분하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} -\overline{U_1 \psi'_1 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial \psi'_1}{\partial x} \right)} &= -U_1 \frac{\partial}{\partial x} \left[\overline{\psi'_1 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \psi'_1}{\partial x} \right)} \right] + U_1 \overline{\frac{\partial \psi'_1}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi'_1}{\partial x^2}} \\ &= \frac{U_1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \overline{\left(\frac{\partial \psi'_1}{\partial x} \right)^2} = 0 \end{aligned}$$

이와 같이 한 파장에 대하여 적분하면 운동 에너지의 이류는 0이다. 같은 방법으로 방정식 (15.10)과 방정식 (15.11)의 항들에 각각 $-\psi'_3$ 과 $(\psi'_1 - \psi'_3)$ 을 곱하여 계산하면 다음 섭동 에너지 방정식들을 얻는다.

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \overline{\left(\frac{\partial \psi'_1}{\partial x} \right)^2} = -\frac{f_0}{\delta p} \overline{\omega'_2 \psi'_1} \tag{15.34}$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \overline{\left(\frac{\partial \psi'_3}{\partial x} \right)^2} = +\frac{f_0}{\delta p} \overline{\omega'_2 \psi'_3} \tag{15.35}$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \overline{(\psi'_1 - \psi'_3)^2} = U_T (\psi'_1 - \psi'_3) \frac{\partial}{\partial x} (\psi'_1 + \psi'_3) + \frac{\sigma \delta p}{f_0} \overline{\omega'_2 (\psi'_1 - \psi'_3)} \tag{15.36}$$

여기서 $U_T \equiv (U_1 - U_3)/2$ 이다.

15.3 경압 파동의 에너지론

섭동 운동 에너지를 250 hPa 고도와 750 hPa 고도의 운동 에너지 합으로 다음과 같이 정의한다.

$$K' \equiv (1/2) \left[\overline{(\partial\psi'_1/\partial x)^2} + \overline{(\partial\psi'_3/\partial x)^2} \right]$$

방정식 (15.34)와 방정식 (15.35)를 더하면 다음과 같은 섭동 운동 에너지 방정식을 얻게 된다.

$$dK'/dt = -(f_0/\delta p) \overline{\omega'_2(\psi'_1 - \psi'_3)} = -(2f_0/\delta p) \overline{\omega'_2\psi_T} \quad (15.37)$$

따라서 섭동 운동 에너지의 변화율은 섭동 층 두께와 연직 운동 사이의 상관에 비례한다.

이제 섭동 유효 위치 에너지를 다음과 같이 정의한다면

$$P' \equiv \lambda^2 \overline{(\psi'_1 - \psi'_3)^2} / 2$$

방정식 (15.36)으로부터 다음의 섭동 유효 위치 에너지 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} dP'/dt &= \lambda^2 U_T \overline{(\psi'_1 - \psi'_3) \partial(\psi'_1 + \psi'_3)/\partial x} + (f_0/\delta p) \overline{\omega'_2(\psi'_1 - \psi'_3)} \\ &= 4\lambda^2 U_T \overline{\psi_T \partial\psi_m/\partial x} + (2f_0/\delta p) \overline{\omega'_2\psi_T} \end{aligned} \quad (15.38)$$

방정식 (15.38)의 마지막 항은 방정식 (15.37)의 운동 에너지 발원 항과 크기가 같고 부호가 반대이다. 이 항은 분명히 위치 에너지와 운동 에너지 사이의 에너지 전환을 나타내고 있다. 평균적으로 층두께가 평균보다 큰 곳 ($\psi'_1 - \psi'_3 > 0$)에서 연직 운동이 양($\omega'_2 < 0$)이면 그리고 층두께가 평균보다 작은 곳에서 연직 운동이 음이면 다음과 같이 된다.

$$\overline{\omega'_2(\psi'_1 - \psi'_3)} = 2\overline{\omega'_2\psi_T} < 0$$

이 경우에는 섭동 위치 에너지가 섭동 운동 에너지로 전환된다. 물리학적으로 이 상관성은 위에 있는 찬 공기가 밑에 있는 따뜻한 공기로 대치되는 전복 현상을 나타낸다. 이 경우는 분명히 질량 중심을 낮추게 되고 결국 섭동의 위치 에너지를 감소시킨다. 그러나 방정식 (15.38)의 첫 번째 항에 의한 위치 에너지 발생이 두 번째 항에 의한 운동 에너지로의 전환보다 크면 요란의 유효 위치 에너지와 운동 에너지는 동시에 성장하게 된다.

15.3 경압 파동의 에너지론

방정식 (15.38)의 위치 에너지 발생 항은 섭동 층두께 ψ_T 와 500 hPa 고도의 남북 방향 속도 $\partial\psi_m/\partial x$ 사이의 상관에 좌우된다. 이 항의 역할을 이해하기 위하여 특별한 사인 형태의 파동 요란을 고려하는 것이 도움 된다. 다음과 같이 요란을 순압 부분과 경압 부분으로 각각 쓸 수 있다고 가정하자.

$$\psi_m = A_m \cos k(x - ct), \quad \psi_T = A_T \cos k(x + x_0 - ct) \quad (15.39)$$

여기서 x_0 는 위상 차를 나타낸다. ψ_m 이 500 hPa 지오폠펜셜에 비례하고 ψ_T 가 500 hPa 온도(또는 250 hPa/750 hPa 층 두께)에 비례하기 때문에, 위상 각 kx_0 는 500 hPa의 지오폠펜셜 장과 온도 장의 위상 차가 된다. 더욱이 A_m 과 A_T 는 500 hPa 요란의 지오폠펜셜 장과 층두께 장의 진폭의 척도이다. 식 (15.39)에 있는 표현을 사용하면 다음 방정식을 얻게 된다.

$$\begin{aligned} \overline{\psi_T \frac{\partial\psi_m}{\partial x}} &= -\frac{k}{L} \int_0^L A_T A_m \cos k(x + x_0 - ct) \sin k(x - ct) dx \\ &= \frac{k A_T A_m \sin kx_0}{L} \int_0^L [\sin k(x - ct)]^2 dx \\ &= (A_T A_m k \sin kx_0) / 2 \end{aligned} \quad (15.40)$$

식 (15.40)을 방정식 (15.38)에 대입하면, 통상적 중위도 서풍 온도풍 ($U_T > 0$)인 경우에 섭동 위치 에너지가 증가하기 위해서는 식 (15.40)의 상관 양이어야 한다. 따라서 kx_0 가 부등식 $0 < kx_0 < \pi$ 를 만족해야 한다. 더욱이 $kx_0 = \pi/2$ 일 때 즉, 500 hPa 고도에서 온도 파가 지오폠펜셜 파보다 90°만큼 지연될 때 이 상관 양으로 최대가 된다.

이 경우가 앞의 그림 15.5에서 보인 것과 같은 경우이다. 분명히, 온도 파가 지오폠펜셜 파보다 1/4 파장 지연될 때, 500 hPa 골 동쪽에 지균풍에 의한 북향 온난 이류가 최대가 되고 500 hPa 골 서쪽에 남향 한랭 이류가 최대가 된다. 그 결과, 한랭 이류가 250 hPa 골 밑에서 강하고 온난 이류가 250 hPa 능 밑에서 강하다. 이 경우에 12.3 절에서 논의한 대로 상층 요란이 강화될 것이다. 온도 파가 지오폠펜셜 파보다 지연된다면 골 축과 능 축은 둘 다 고도와 함께 서쪽으로 기울어진다는 것을 주목해야 한다. 12.1 절에서 언급했듯이 이 기울음 현상이 발달하는 중위도 중관 시스템의 경우에 해당된다는 것을 관측은 보이고 있다.

그림 15.5로 다시 돌아가서 오메가 방정식 (15.28)이 암시하는 연직 운동 패턴을 회상하면, 방정식 (15.38)의 오른쪽에 있는 두 항의 부호가 서로 같을 수 없음을 알 수 있다. 그림 15.5의 서쪽으로 기우는 섭동에서 연직 운동은 500 hPa 고도의 골 뒤에서 찬 공기의 하향 운동이어야 한다.

15.3 경압 파동의 에너지론

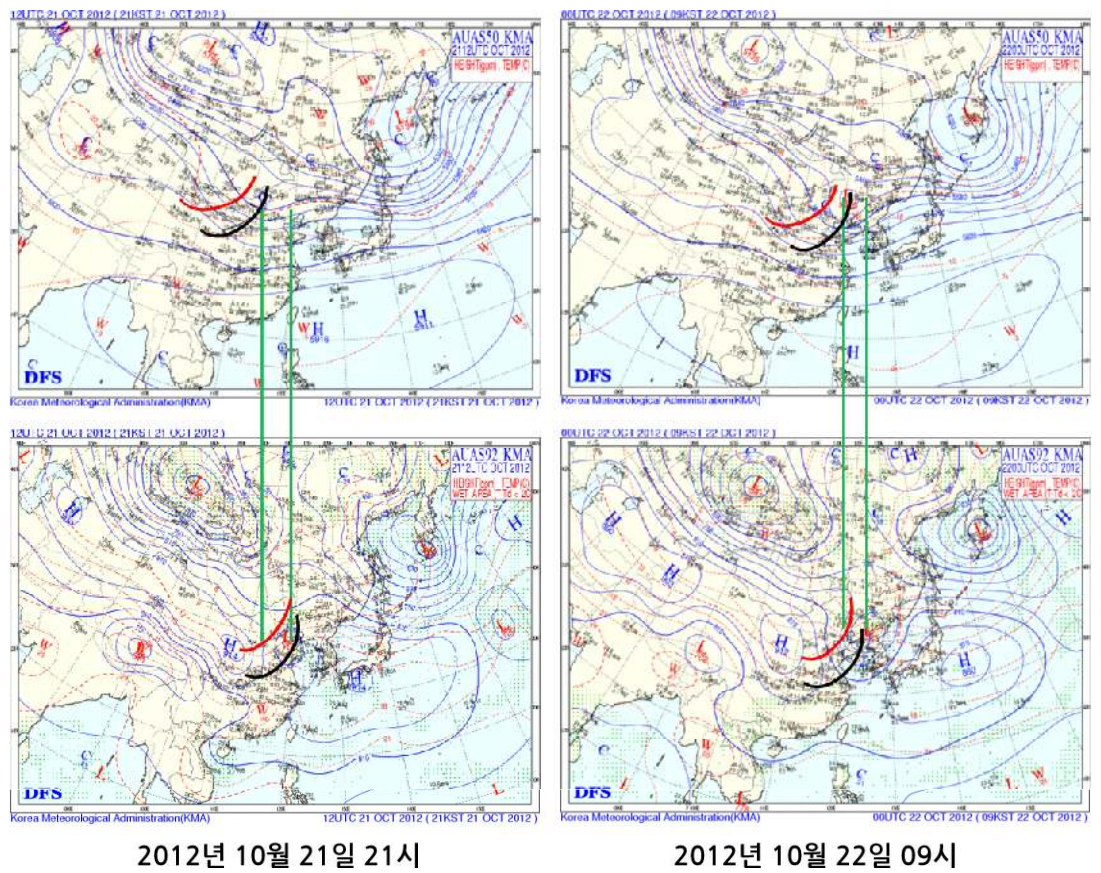
따라서 이 경우에 온도와 연직 속도 사이의 상관은 양이어야 한다. 즉, 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\overline{\omega' \psi_T} < 0$$

이와 같이 준지귤 섭동에 대해서 고도에 따른 섭동의 서쪽 기울음은 수평 온도 이류가 섭동의 유효 위치 에너지를 증가시킬 것이고 연직 순환이 섭동 유효 위치 에너지를 섭동 운동 에너지로 전환시킬 것임을 암시하고 있다. 반면, 고도에 따른 섭동의 동쪽 기울음은 방정식 (15.38)의 오른쪽에 있는 두 항의 부호를 서쪽 기울음과는 반대로 되게 할 것이다.

앞에서 언급한 것처럼 500 hPa 고도에서 기압골이 온도골을 위상 차로 90도 앞서 갈 때 섭동 위치에너지로부터 섭동 운동에너지로 전환하는 양이 최대가 되고 이 때 저기압이 가장 강하게 발달하게 되는데 그림 15.2(현업용)는 그 예를 보여주고 있다. 이 그림에서 붉은 색 굵은 곡선은 온도골을 나타내며 검은 색 굵은 곡선은 기압골을 나타낸다. 이 그림의 경우에 기압골과 온도골이 90도가 되지 않지만 기압골이 온도골을 앞선 상태이므로 섭동 위치에너지는 섭동 운동에너지로 전환되고 있다고 볼 수 있고 이 경우에 저기압은 계속 발달하게 된다. 특히 기압골의 위치가 상공으로 갈수록 서쪽으로 기울어져 있음을 알 수 있는데 이 상태에서부터 저기압이 발달하고 있음을 암시하고 있다.

15.3 경압 파동의 에너지론



[그림 15.9] 500hpa 고도(위 그림들)와 925hpa 고도(아래 그림들)의 기압골과 온도골 사이의 위치에 대한 위상 차를 보여주는 일기도 사례. 왼편은 2012년 10월 21일 21시의 일기도이며 오른편은 2012년 10월 22일 09시 일기도임

15.3 경압 파동의 에너지론

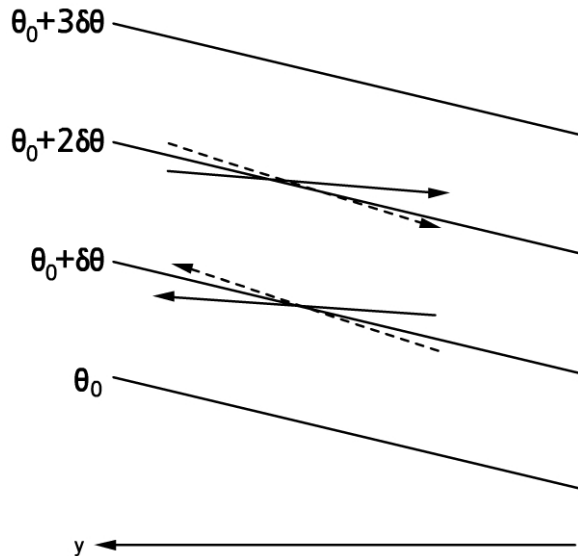
발달하는 경압 파동에서 방정식 (15.38)의 위치 에너지 발생 항과 위치 에너지 전환 항의 부호가 항상 반대이기는 하지만, 요란의 총 에너지 $P' + K'$ 의 성장을 결정하는 것은 오직 위치 에너지 발생 항이다. 방정식 (15.37)과 방정식 (15.38)을 더하면 다음 식을 얻게 되는데 이 식이 위에서 언급한 사실을 알려 주고 있다.

$$d(P' + K')/dt = 4\lambda^2 U_T \overline{\psi_T \partial \psi_m / \partial x}$$

남북 방향 속도와 온도 사이의 상관관계가 양이고 $U_T > 0$ 이면, 섭동의 총 에너지는 증가할 것이다. 연직 운동은 다만 섭동의 총 에너지에 영향을 주지 않고 유효 위치 에너지 형태와 운동 에너지 형태 사이에서 요란의 에너지를 전환시키지만 함을 주목하라.

섭동의 총 에너지 증가율은 기본 상태 온도풍 U_T 의 크기에 좌우된다. 물론 이 온도풍은 동서 방향으로 평균한 남북 방향 온도 경도에 비례한다. 섭동 에너지 발생은 체계적인 온난 공기의 북향 수송과 한랭 공기의 적도 방향 수송을 필요로 하고 있기 때문에, 경압적으로 불안정한 요란은 분명히 남북 방향 온도 경도를 감소시키고 따라서 평균 흐름의 유효 위치 에너지를 감소시킬 것이다. 이 후자의 과정은 선형화된 방정식의 항으로는 수학적으로 기술될 수 없다. 그러나 그림 15.10로부터 다음 사실을 정성적으로 이해할 수 있다. 동서 방향 평균 온위 면의 기울기보다 작은 경로로 극 쪽과 위로 이동하는 공기 덩이는 주위보다 더 온난해질 것이고 적도 쪽과 아래로 이동하는 공기 덩이는 반대로 주위보다 한랭해질 것이다. 이와 같은 공기 덩이에 대해서 요란의 남북 방향 속도와 온도 사이의 상관관계와 요란의 연직 속도와 온도 사이의 상관관계는 모두 경압적으로 불안정한 요란에서 필요로 하는 부호인 양일 것이다. 그러나 평균 온위 기울기보다 더 큰 유적 기울기를 갖는 공기 덩이는 이 두 상관관계가 모두 음일 것이다. 이 공기 덩이는 요란의 운동 에너지가 요란의 유효 위치 에너지로 전환되어 결국 동서 평균 유효 위치 에너지로 전환될 것이다. 그러므로 섭동이 평균 흐름으로부터 위치 에너지를 빼낼 수 있기 위해서는 남북 방향 평면에서 섭동 공기 덩이 유적이 온위 면의 기울기보다 작은 기울기를 가져야 한다.

15.3 경압 파동의 에너지론



[그림 15.10] 경압적으로 불안정한 요란(실선의 화살표)과 경압적으로 안정한 요란(쇄선의 화살표)에 대하여 동서 방향 평균 온위 면에 상대적인 공기 덩이 유적의 기울기

극 쪽으로 이동하는 공기는 상승해야 하고 적도 쪽으로 이동하는 공기는 하강해야 한다고 앞에서 보였기 때문에, 온위 면의 남북 방향 기울기가 큰 대기에서는 에너지 발생 율이 더 클 수 있다. 또한 여기서 왜 경압 불안정이 단파 절단 성질(단파에서는 경압 불안정이 잘 일어나지 않는 것)을 갖고 있는지를 보다 명확히 볼 수 있다. 파장이 감소함에 따라 연직 순환의 강도는 증가해야 한다는 것을 고려하면, 파장이 감소할 때 공기 덩이 유적의 기울기가 증가해야 한다는 것을 이해할 수 있다. 그래서 어떤 임계 파장보다 파장이 짧아지면 유적의 기울기는 온위 면의 기울기보다 더 커질 것이다. 이 때는 경압적으로 안정해진다. 가장 빠른 성장이 가장 작은 규모에서 일어나는 대류 불안정과 달리, 경압 불안정은 중간 범위의 규모에서 가장 효과적이다.

준지균 섭동에 대한 에너지 흐름은 블럭 다이어그램 방법으로 그림 15. 8에 요약되어 있다. 이와 같은 유형의 에너지 다이어그램에서 각 블럭은 특별한 형태의 에너지 저장소를 나타내고, 화살표는 에너지 흐름의 방향을 나타낸다. 지금까지 설명한 에너지 순환은 선형 섭동 이론에 근거한 것이다. 보다 완전한 에너지 순환은 이 선형 섭동 이론으로 유도될 수 없다.

15.4 연속 성층화 대기의 경압 불안정

앞의 두 절에서 간단한 2층 모델을 사용하여 경압 불안정에 대한 기본적인 개념을 공부하였다. 특히 2층 모델을 사용해서도 성장률이 연직 쉬어에 좌우된다는 것과 경압 불안정에서 단파 절단 현상이 존재한다는 것을 분명하게 설명할 수 있었다. 그러나 2층 모델은 한 가지 심각한 제약점을 갖고 있다. 즉, 대규모 시스템의 고도 의존성이 연직으로 오직 2개의 자유도(250 hPa 고도와 750 hPa 고도의 유선함수)로 적절히 표현될 수 있음을 가정하고 있다는 것이다. 중위도 지방에서 대부분의 종관 규모 시스템이 대류권 깊이와 비슷한 연직 규모를 갖고 있는 것으로 관측되고 있지만, 관측된 연직 구조는 이와 다르다. 지면 근처나 대류권 계면 근처에 집중된 요란은 2층 모델에서 적절하게 거의 나타낼 수 없다.

실제 평균 동서 방향 바람 프로파일에 대한 경압 모드 구조 분석은 아주 복잡하여서 수치적 방법에 의해서만 수행될 수 있다. 그러나 특정한 정규 모드 해를 얻지 않고 Rayleigh가 처음 개발한 적분 정리로부터 경압 불안정 또는 순압 불안정에 대한 필요 조건을 얻는 것은 가능하다. 15.4.2 절에서 설명할 이 Rayleigh 정리는 경압 불안정이 위치 소용돌이도의 평균 남북 방향 경도와 지면의 평균 남북 방향 온도 경도에 어떻게 관련되어 있는지를 보여 준다.

간단화시키는 많은 가정을 사용하면 연속적으로 성층화된 대기에 대한 안정도 문제를 쉽게 이해할 수 있다. 즉, 표준 방법으로 풀 수 있는 연직 구조에 대한 2차 미분 방정식을 만드는 방식으로 하면 그것이 가능하다. 이 문제를 영국 기상학자 Eady(1949)가 처음 연구하였는데, 그의 연구가 수학적으로 2층 모델과 비슷하지만 추가적 통찰력을 제공하고 있다. 이 문제는 15.4.3 절에서 다룰 것이다.

15.4.1 대수 압력 좌표계

Rayleigh 정리와 Eady 안정도 모델의 유도는 표준 등압 좌표계(연직 좌표는 p)로부터 압력의 대수에 기반한 대수 압력 좌표계(연직 좌표는 z^*)로 변환한다면 쉽게 할 수 있다. 대수 압력 좌표계에서는 연직 좌표를 다음과 같이 정의한다.

$$z^* \equiv -H \ln(p/p_s) \quad (15.41)$$

15.4 연속 성층화 대기의 경압 불안정

여기서 p_s 는 표준 기준 압력(보통 1000 hPa)이고 H 는 표준 규모 고도로서 $H \equiv RT_s/g$ 로 정의되는데, T_s 는 전지구 평균 온도이다. 온도 T_s 인 등온 대기의 특별한 경우에 대하여 z^* 는 정확하게 기하학적 고도 z 와 같고, 밀도의 연직 분포는 다음과 같이 표현된다.

$$\rho_0(z^*) = \rho_s \exp(-z^*/H)$$

여기서 ρ_s 는 $z^* = 0$ 에서의 밀도이다.

현실적인 온도의 연직 분포를 가진 대기에 대해서 z^* 는 오직 근사적으로 기하학적 고도와 같으나, 대류권에서 그 차는 보통 매우 작다.

이 좌표계에서 연직 속도는 다음과 같이 표현된다.

$$w^* \equiv dz^*/dt$$

대수 압력 좌표계에서 수평 운동(량) 방정식은 등압 좌표계에서와 같다. 즉 다음과 같다.

$$d\vec{V}/dt + f\vec{k} \times \vec{V} = -\nabla\phi \quad (15.42)$$

그러나 여기서 연산자는 다음과 같이 정의된다.

$$d/dt = \partial/\partial t + \vec{V} \cdot \nabla + w^* \partial/\partial z^*$$

정역학 방정식 $\partial\phi/\partial p = -\alpha$ 는 이 식의 양변에 p 를 곱하고 이상기체 법칙을 이용하면 다음과 같이 대수 압력 시스템으로 변형될 수 있다.

$$\partial\phi/\partial \ln p = -RT$$

이 식의 양변을 $-H$ 로 나누고 식 (15.41)을 이용하면 다음 형태를 얻는다.

$$\partial\phi/\partial z^* = RT/H \quad (15.43)$$

연속 방정식의 대수 압력 좌표계 형태는 등압 좌표계 형태 ($\partial u/\partial x + \partial v/\partial y + \partial \omega/\partial p = 0$)로부터 변환함으로써 얻을 수 있다. 먼저 다음과 같음을 주목하라.

$$w^* \equiv -(H/p)dp/dt = -H\omega/p$$

15.4 연속 성층화 대기의 경압 불안정

따라서 다음 식과 같이 된다.

$$\frac{\partial \omega}{\partial p} = -\frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{pw^*}{H} \right) = \frac{\partial w^*}{\partial z^*} - \frac{w^*}{H} = \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial(\rho_0 w^*)}{\partial z^*}$$

이처럼 대수 압력 좌표계에서 연속 방정식은 다음과 같이 간단히 된다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial(\rho_0 w^*)}{\partial z^*} = 0 \quad (15.44)$$

열역학 에너지 방정식은 대수 압력 좌표계에서 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \right) \frac{\partial \phi}{\partial z^*} + w^* N^2 = \frac{\kappa Q}{H} \quad (15.45)$$

여기서 N^2 은 다음과 같이 정의된다.

$$N^2 \equiv (R/H) \left(\partial T / \partial z^* + \kappa T / H \right)$$

이 N 은 부력 진동수이고 $\kappa \equiv R/c_p$ 이다. 등압 좌표계의 열역학 에너지 방정식에 있는 정적 안정도 파라미터와는 달리, 대수 압력 좌표계에서의 안정도 파라미터 N^2 은 대류권에서 고도와 함께 별로 변하지 않는다. 따라서 이 파라미터는 큰 오차 없이 상수로 가정할 수 있다. 이것이 대수 압력 좌표계의 주요 장점이다.

대수 압력 좌표계에서의 준지균 위치 소용돌이도 방정식은 등압 좌표계에서의 준지균 위치 소용돌이도 방정식 (12.32)와 같은 형태로 표시할 수 있으나 대수 압력 좌표계에서 준지균 위치 소용돌이도 q 는 다음과 같이 정의된다.

$$q \equiv \nabla^2 \psi + f + \frac{1}{f_0} \frac{\partial}{\partial z^*} \left(\epsilon \rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial z^*} \right) \quad (15.46)$$

여기서 $\epsilon \equiv f_0^2 / N^2$ 이다.

15.4 연속 성층화 대기의 경압 불안정

15.4.2 레일리(Rayleigh) 정리

이제 중위도 β 평면에서 연속적으로 성층화된 대기에 대하여 안정도 문제를 조사하기로 한다. 준지균 위치 소용돌이도 방정식 (12.32)의 선형화 형태는 대수 압력 좌표계에서 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x}\right) q' + \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} \frac{\partial \psi'}{\partial x} = 0 \quad (15.47)$$

여기서 q' 과 $\partial \bar{q} / \partial y$ 는 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$q' \equiv \nabla^2 \psi' + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z^*} \left(\epsilon \rho_0 \frac{\partial \psi'}{\partial z^*} \right) \quad (15.48)$$

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial y} = \beta - \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z^*} \left(\epsilon \rho_0 \frac{\partial \bar{u}}{\partial z^*} \right) \quad (15.49)$$

2층 모델에서와 같이 경계 조건들이 하부 경계면과 상부 경계면에서 필요하다. 흐름이 단열적이고 연직 운동 w^* 가 상부와 하부 경계면에서 0이라고 가정하면, 수평 경계면들에 유효한 열역학 에너지 방정식 (15.45)의 선형화 형태는 간단히 다음과 같이 된다.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x}\right) \frac{\partial \psi'}{\partial z^*} - \frac{\partial \psi'}{\partial x} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z^*} = 0 \quad (15.50)$$

측면 경계 조건들은 다음과 같다.

$$\partial \psi' / \partial x = 0, \text{ 따라서 } y = \pm L \text{에서 } \psi' = 0 \quad (15.51)$$

이제 다음과 같이 섭동이 x 방향으로 전파하는 하나의 동서 방향 푸리에 (Fourier) 성분으로 구성되어 있다고 가정한다.

$$\psi'(x, y, z^*, t) = \text{Re} \{ \Psi(y, z^*) \exp [ik(x - ct)] \} \quad (15.52)$$

15.4 연속 성층화 대기의 경압 불안정

여기서 $\Psi(y, z^*) = \Psi_r + i\Psi_i$ 는 복소수 진폭이고, k 는 동서 방향 파수이며, $c = c_r + ic_i$ 는 복소수 위상 속도이다. 따라서 식 (15.52)는 다음과 같이 표현될 수도 있음을 주목하라.

$$\psi'(x, y, z^*, t) = e^{kc_i t} [\Psi_r \cos k(x - c_r t) - \Psi_i \sin k(x - c_r t)]$$

이와 같이 Ψ_r 과 Ψ_i 의 상대적 크기는 어떤 y, z^* 에 대해서도 파의 위상을 결정한다.

식 (15.52)를 방정식 (15.47)과 방정식 (15.50)에 대입하면 다음 방정식들을 얻을 수 있다.

$$(\bar{u} - c) \left[\frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} - k^2 \Psi + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z^*} \left(\epsilon \rho_0 \frac{\partial \Psi}{\partial z^*} \right) \right] + \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} \Psi = 0 \quad (15.53)$$

$$(\bar{u} - c) \frac{\partial \Psi}{\partial z^*} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial z^*} \Psi = 0, \quad z^* = 0 \text{에서} \quad (15.54)$$

때때로 이론 연구에서 하듯이 상층 경계면을 유한한 고도에서의 고체 뚜껑으로 취급한다면, 조건 (15.54)는 그 상층 경계면에서도 적절하다. 대안으로 상층 경계 조건은 $z^* \rightarrow \infty$ 로 감에 따라 Ψ 가 유한한 값을 갖는다고 할 수도 있다.

방정식 (15.53)은 경계 조건들과 함께 $\Psi(y, z^*)$ 에 대한 선형 경계값 문제를 구성한다. 일반적으로 현실적인 평균 동서 방향 바람 연직 분포에 대하여 방정식 (15.53)의 해를 얻는 것은 단순하지 않다. 그럼에도 불구하고 이 시스템의 에너지론을 분석함으로써 안정도 성질에 대한 유용한 정보를 간단히 얻을 수 있다.

방정식 (15.53)을 $(\bar{u} - c)$ 로 나눈 후 이 방정식을 실수 부분과 허수 부분으로 분리하면 다음과 같은 방정식을 얻게 된다.

$$\frac{\partial^2 \Psi_r}{\partial y^2} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z^*} \left(\epsilon \rho_0 \frac{\partial \Psi_r}{\partial z^*} \right) - [k^2 - \delta_r (\partial \bar{q} / \partial y)] \Psi_r - \delta_i \partial \bar{q} / \partial y \Psi_i = 0 \quad (15.55)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi_i}{\partial y^2} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z^*} \left(\epsilon \rho_0 \frac{\partial \Psi_i}{\partial z^*} \right) - [k^2 - \delta_r (\partial \bar{q} / \partial y)] \Psi_i + \delta_i \partial \bar{q} / \partial y \Psi_r = 0 \quad (15.56)$$

15.4 연속 성층화 대기의 경압 불안정

여기서 δ_r 과 δ_i 는 다음과 같다.

$$\delta_r = \frac{\bar{u} - c_r}{(\bar{u} - c_r)^2 + c_i^2}, \quad \delta_i = \frac{c_i}{(\bar{u} - c_r)^2 + c_i^2}$$

유사하게 방정식 (15.54)를 $(\bar{u} - c)$ 로 나눈 후 실수 부분과 허수 부분을 분리하면 다음과 같이 $z^* = 0$ 에 대한 경계 조건을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial \Psi_r}{\partial z^*} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial z^*} (\delta_i \Psi_i - \delta_r \Psi_r) = 0, \quad \frac{\partial \Psi_i}{\partial z^*} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial z^*} (\delta_r \Psi_i + \delta_i \Psi_r) = 0 \quad (15.57)$$

방정식 (15.55)에 ψ_i 를 곱하고 방정식 (15.56)에 ψ_r 을 곱한 다음 전자로부터 후자를 빼면 다음과 같은 방정식을 얻게 된다.

$$\begin{aligned} \rho_0 \left[\Psi_i \frac{\partial^2 \Psi_r}{\partial y^2} - \Psi_r \frac{\partial^2 \Psi_i}{\partial y^2} \right] + \left[\Psi_i \frac{\partial}{\partial z^*} \left(\epsilon \rho_0 \frac{\partial \Psi_r}{\partial z^*} \right) - \Psi_r \frac{\partial}{\partial z^*} \left(\epsilon \rho_0 \frac{\partial \Psi_i}{\partial z^*} \right) \right] \\ - \rho_0 \delta_i (\partial \bar{q} / \partial y) (\Psi_i^2 + \Psi_r^2) = 0 \end{aligned} \quad (15.58)$$

미분의 사슬 법칙을 사용하면 방정식 (15.58)은 다음과 같은 형태로 표현된다.

$$\begin{aligned} \rho_0 \frac{\partial}{\partial y} \left[\Psi_i \frac{\partial \Psi_r}{\partial y} - \Psi_r \frac{\partial \Psi_i}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z^*} \left[\epsilon \rho_0 \left(\Psi_i \frac{\partial \Psi_r}{\partial z^*} - \Psi_r \frac{\partial \Psi_i}{\partial z^*} \right) \right] \\ - \rho_0 \delta_i (\partial \bar{q} / \partial y) (\Psi_i^2 + \Psi_r^2) = 0 \end{aligned} \quad (15.59)$$

방정식 (15.59)의 괄호 속에 있는 첫 항은 y 에 대하여 완전 미분이고 두 번째 항은 z^* 에 대하여 완전 미분이다. 따라서 방정식 (15.59)를 y, z^* 면에서 적분하면 그 결과는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \left[\Psi_i \frac{\partial \Psi_r}{\partial y} - \Psi_r \frac{\partial \Psi_i}{\partial y} \right]_{-L}^{+L} \rho_0 dz^* + \int_{-L}^{+L} \left[\epsilon \rho_0 \left(\Psi_i \frac{\partial \Psi_r}{\partial z^*} - \Psi_r \frac{\partial \Psi_i}{\partial z^*} \right) \right]_0^\infty dy \\ = \int_{-L}^{+L} \int_0^\infty \rho_0 \delta_i \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} (\Psi_i^2 + \Psi_r^2) dy dz^* \end{aligned} \quad (15.60)$$

15.4 연속 성층화 대기의 경압 불안정

그러나 방정식 (15.51)로부터 $y = \pm L$ 에서 $\Psi_i = \Psi_r = 0$ 이므로 방정식 (15.60)의 첫 적분은 0이 된다. 더욱이 $z^* \rightarrow \infty$ 로 감에 따라 Ψ 가 유한한 값을 갖는다면 방정식 (15.60)의 두 번째 적분 값 중 상부 경계면에서의 적분 값은 0이 된다. 하부 경계면에서 두 번째 적분 속에 있는 연직 도함수를 제거하기 위하여 방정식 (15.57)을 사용하면 방정식 (15.80)은 결국 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$c_i \left[\int_{-L}^{+L} \int_0^{\infty} \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} \frac{\rho_0 |\Psi|^2}{|\bar{u} - c|^2} dy dz^* - \int_{-L}^{+L} \epsilon \frac{\partial \bar{u}}{\partial z^*} \frac{\rho_0 |\Psi|^2}{|\bar{u} - c|^2} \Big|_{z^*=0} dy \right] = 0 \quad (15.61)$$

여기서 $|\Psi|^2 = \Psi_r^2 + \Psi_i^2$ 은 요란의 진폭을 제공한 것이다.

식 (15.61)은 준지균 섭동의 안정도에 대하여 중요한 암시를 하고 있다. 불안정한 모드에 대해서 c_i 는 영이 아닌 값을 가져야 한다. 따라서 식 (15.61)의 큰 괄호 속에 있는 양이 0이어야 한다. $|\Psi|^2/|\bar{u} - c|^2$ 이 0이 아니기 때문에 하부 경계면에서의 $\partial \bar{u}/\partial z^*$ 와 전체 영역 안에서의 $\partial \bar{q}/\partial y$ 가 다음과 같은 조건을 만족할 때에만 불안정이 가능하다.

(a) 만일 $z^* = 0$ 에서 $\partial \bar{u}/\partial z^* = 0$ 이라면(이 경우에는 온도풍 균형에 의해서 남북 방향의 온도 경도가 경계면에서 0이다), 식 (15.61)의 두 번째 적분 값은 0이 된다. 따라서 불안정이 발생하기 위해서는 첫 번째 적분 값도 0이 되어야 한다. 이것은 그 영역 안에서 $\partial \bar{q}/\partial y$ 의 부호가 바뀔 때만 일어날 수 있다. 즉, 그 영역 어딘가에서 $\partial \bar{q}/\partial y = 0$ 이어야 한다. 이것을 Rayleigh 필요조건 이라고 부른다. 이것이 위치 소용돌이도의 기본적 역할에 대한 또 다른 설명이다. $\partial \bar{q}/\partial y$ 가 보통 양이기 때문에, 하부 경계면에서 온도 경도가 없을 때 불안정이 가능하기 위해서는 그 영역 내부에 음의 남북 방향 위치 소용돌이도 경도 영역이 존재해야 한다.

(b) 만일 영역 안의 어디서나 $\partial \bar{q}/\partial y \geq 0$ 이라면, $c_i > 0$ 에 대해서 하부 경계면의 어딘가에 $\partial \bar{u}/\partial z^* > 0$ 이어야 한다.

(c) 만일 $z^* = 0$ 의 모든 곳에서 $\partial \bar{u}/\partial z^* > 0$ 이라면, 불안정이 발생하기 위해서는 그 영역 어딘가에 $\partial \bar{q}/\partial y < 0$ 이어야 한다. 따라서 하부 경계면에서 편서풍과 편동풍 쉬어 사이의 비대칭이 존재한다.

방정식 (15.49)의 기본 상태에 대한 위치 소용돌이도 경도는 다음 형태로 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial y} = \beta - \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} + \frac{\epsilon}{H} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z^*} - \epsilon \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^{*2}} - \frac{\partial \epsilon}{\partial z^*}$$

15.4 연속 성층화 대기의 경압 불안정

β 가 어디서나 양이기 때문에, ϵ 이 상수일 때 음의 기본 상태 위치 소용돌이도 경도는 강한 양의 평균 흐름 곡률(즉, $\partial^2 \bar{u} / \partial y^2 \gg 0$ 이거나 $\partial^2 \bar{u} / \partial z^{*2} \gg 0$)이거나 강한 음의 연직 쉬어($\partial \bar{u} / \partial z^* \ll 0$)에 대해서만 발생할 수 있다. 강한 양의 남북 방향 곡률은 편서풍 제트의 중심에서 또는 편서풍 제트의 옆구리에서 발생할 수 있다. 이와 같은 수평 곡률과 연관된 불안정을 순압 불안정이라고 부른다. 중위도지방의 정상적 경압 불안정은 $\partial \bar{q} / \partial y > 0$ 와 지면에서의 $\partial \bar{u} / \partial z^* > 0$ 인 평균 흐름과 연관되어 있다. 따라서 이와 같은 불안정이 존재하기 위해서는 지면의 평균 남북 방향 온도 경도가 필수적이다. 지역적으로 평균 위치 소용돌이도 경도의 반전을 일으키도록 충분히 강한 평균 바람 쉬어가 존재한다면, 경압 불안정은 고도에 따른 ϵ 의 급격한 감소에 기인하여 권계면에서 발생할 수도 있다.

15.4.3 이디(Eady) 안정도 문제

이 절에서는 앞 절에서 논의한 연속적으로 성층화된 대기의 불안정에 대한 필요조건을 만족하는 가장 간단한 모델의 불안정 모드에 대한 구조(고유함수)와 성장률(고유값)을 분석하고자 한다. 단순화를 위하여 다음과 같은 가정을 한다.

- (i) 기본 상태 밀도는 상수 (부시네시크(Boussinesq) 근사)
- (ii) f 평면 구조
- (iii) $\partial \bar{u} / \partial z^* = A = \text{상수}$
- (iv) $z^* = 0$ 와 $z^* = H$ 에서 고체 뚜껑을 덮음

이 조건들을 가진 모델이 대기에 대한 거친 모델이기는 하지만, 이것은 연직 구조에 대한 수평 규모와 안정도의 의존성 연구를 위하여 1차 근사를 제공한다. 어떤 영역 안에서 평균 위치 소용돌이도가 0이라 할지라도 이디 모델은 앞 절에서 논의한 불안정에 대한 필요조건을 만족한다. 그 이유는 상부 경계면의 기본 상태 평균 흐름의 연직 쉬어가 하부 경계 적분에 크기가 같고 부호가 반대인 식(15.61)의 추가적 항을 제공하기 때문이다.

앞에서 언급한 가정들을 이용하면, 준지균 위치 소용돌이도 방정식과 열역학 에너지 방정식은 각각 다음과 같다.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right) \left(\nabla^2 \psi' + \epsilon \frac{\partial^2 \psi'}{\partial z^{*2}} \right) = 0 \tag{15.62}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{\partial \psi'}{\partial z^*} - \frac{\partial \psi'}{\partial x} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z^*} + w^* \frac{N^2}{f_0} = 0 \tag{15.63}$$

15.4 연속 성층화 대기의 경압 불안정

여기서 $\epsilon \equiv f_0^2/N^2$ 이다.

이제 다음과 같이 놓는다.

$$\psi'(x, y, z^*, t) = \Psi(z^*) \cos ly \exp [ik(x - ct)] \quad (15.64a)$$

$$\bar{u}(z^*) = \Lambda z^* \quad (15.64b)$$

여기서 앞 절에서처럼 $\Psi(z^*)$ 는 복소수 진폭이고 c 는 복소수 위상 속도이다. 그리고 식 (15.64)를 방정식 (15.62)에 대입하면 연직 구조가 다음과 같은 표준 2차 미분 방정식의 해가 됨을 알 수 있다.

$$d^2\Psi/dz^{*2} - \alpha^2\Psi = 0 \quad (15.65)$$

여기서 $\alpha^2 = (k^2 + l^2)/\epsilon$ 이다. 비슷하게 식 (15.64)를 방정식 (15.63)에 대입하면 다음과 같은 경계조건을 얻는다.

$$(\Lambda z^* - c)d\Psi/dz^* - \Psi\Lambda = 0, \quad z^* = 0, H \text{에서} \quad (15.66)$$

이 식은 지면($z^* = 0$)과 권계면($z^* = H$)에서 고체 수평 경계면들($w^* = 0$)에 대해서 유효하다.

방정식 (15.65)의 일반해는 다음과 같은 형태로 표현될 수 있다.

$$\Psi(z^*) = A \sinh \alpha z^* + B \cosh \alpha z^* \quad (15.67)$$

식 (15.67)을 $z^* = 0$ 와 $z^* = H$ 에 대한 경계조건 방정식 (15.66)에 대입하면 다음과 같이 진폭 계수 A 와 B 를 갖는 한 조의 두 선형 균질 방정식을 얻는다.

$$-c\alpha A - B\Lambda = 0$$

$$\alpha(\Lambda H - c)(A \cosh \alpha H + B \sinh \alpha H) - \Lambda(A \sinh \alpha H + B \cosh \alpha H) = 0$$

2층 모델에서처럼 A 와 B 의 계수로 이루어진 행렬식이 0일 때만 유일한 해가 존재한다. 이 행렬식으로부터 위상 속도 c 의 2차 방정식을 얻게 되는데, 이 해는 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$c = \frac{\Lambda H}{2} \pm \frac{\Lambda H}{2} \left[1 - \frac{4 \cosh \alpha H}{\alpha H \sinh \alpha H} + \frac{4}{\alpha^2 H^2} \right]^{1/2} \quad (15.68)$$

15.4 연속 성층화 대기의 경압 불안정

따라서 만일 다음과 같은 부등식이 성립할 경우에는 $c_i \neq 0$ 이다.

$$1 - \frac{4 \cosh \alpha H}{\alpha H \sinh \alpha H} + \frac{4}{\alpha^2 H^2} < 0$$

이 경우에 흐름은 경압적으로 불안정하다. 식 (15.68)의 괄호 속에 있는 양이 0과 같을 때 이 흐름은 중립적으로 안정하다고 말한다. 이 중립 조건은 $\alpha = \alpha_c$ 일 때 발생하는데 α_c 는 다음 방정식으로부터 얻을 수 있다.

$$\alpha_c^2 H^2 / 4 - \alpha_c H (\tanh \alpha_c H)^{-1} + 1 = 0 \quad (15.69)$$

다음 항등식을 이용하면

$$\tanh \alpha_c H = 2 \tanh \left(\frac{\alpha_c H}{2} \right) / \left[1 + \tanh^2 \left(\frac{\alpha_c H}{2} \right) \right]$$

방정식 (15.69)를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\left[\frac{\alpha_c H}{2} - \tanh \left(\frac{\alpha_c H}{2} \right) \right] \left[\frac{\alpha_c H}{2} - \coth \left(\frac{\alpha_c H}{2} \right) \right] = 0 \quad (15.70)$$

따라서 α 의 임계값 (α_c)은 $\alpha_c H / 2 = \coth(\alpha_c H / 2)$ 로부터 구할 수 있는데, 이것을 풀면 $\alpha_c H \cong 2.4$ 를 얻는다. 여기서 $\alpha_c H / 2 = \tanh(\alpha_c H / 2)$ 는 현실적인 $\alpha_c H$ 값을 제공하지 못 한다. 따라서 불안정은 $\alpha < \alpha_c$ 일 때 일어나므로 다음 부등식을 만족할 때 불안정해진다.

$$(k^2 + l^2) < (\alpha_c^2 f_0^2 / N^2) \approx 5.76 / L_R^2$$

여기서 $L_R \equiv NH / f_0 \approx 1000 \text{ km}$ 는 연속적으로 성층화된 유체에 대한 로스비(Rossby) 변형 반경 이다. [이 로스비 변형 반경을 방정식 (15.16) 다음에 정의한 λ^{-1} 과 비교해 보라] 동서 방향 파수와 남북 방향 파수가 서로 같은 ($k=l$) 파에 대하여 최대 성장률을 갖는 파장은 다음과 같이 됨을 알 수 있다.

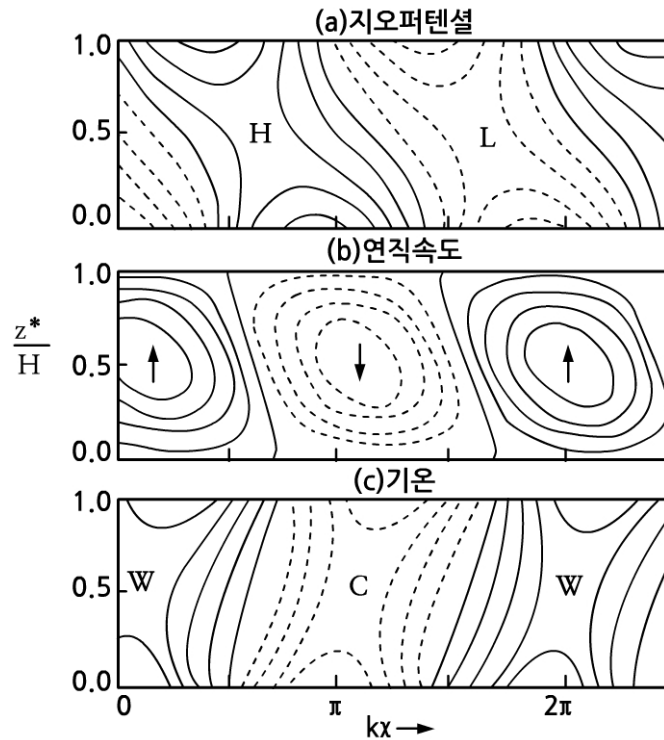
$$L_m = 2\sqrt{2}\pi L_R / (H\alpha_m) \cong 5500 \text{ km}$$

여기서 α_m 은 kc_i 가 최대일 때 α 의 값이다.

이 α 의 값을 유선함수의 연직 구조에 대한 해인 식 (15.67)에 대입하고 계수 B 를 A 로 표현하기 위해 하부 경계 조건을 사용하면 가장 불안정한 모드의 연직 구조를 결정할 수 있다.

15.4 연속 성층화 대기의 경압 불안정

그림 15.11에서 보인 것처럼 골과 능 축들은 고도와 함께 서쪽으로 기울고 있다. 이 구조는 평균 흐름으로부터 유효 위치 에너지를 빼앗기 위한 요구 조건과 일치한다. 그러나 가장 따뜻한 공기의 축과 가장 찬 공기의 축은 고도와 함께 동쪽으로 기울고 있는데, 이 결과는 온도가 오직 한 면(500 hPa)에만 주어졌던 2층 모델로부터 얻을 수 없는 결과이다. 더욱이 그림 15.10a와 그림 15.10b는 섭동 남북 방향 속도가 양인 상층 골 축 동쪽에 연직 속도 또한 양이다. 따라서 공기 덩이 운동 방향은 $\theta' > 0$ 인 지역에서 극 쪽으로 향하고 위쪽으로 향한다. 반대로 상층 골 축 서쪽으로는 공기 덩이 운동 방향이 $\theta' < 0$ 인 지역에서 적도 쪽으로 향하고 아래쪽으로 향한다. 이처럼 두 경우 모두 그림 15.10에서 보인 에너지 전환의 공기 덩이 궤적과 일치한다.



[그림 15.11] 그림 15.10 가장 불안정한 이디(Eady) 파의 연직 구조

(a) 섭동 지오퍼텐셜 고도의 등치선: H 와 L 은 각각 능 축과 골 축을 나타낸다. (b) 연직 속도의 등치선: 위로 향한 화살표와 아래로 향한 화살표는 각각 최대 상승 운동 축과 최대 하강 운동 축을 나타낸다. (c) 섭동 온도의 등치선: W 와 C 는 각각 가장 따뜻한 온도의 축과 가장 찬 온도의 축을 나타낸다. 명확하게 표현하기 위해 모든 패널에서 1과 1/4 과장을 나타내었다.

연습문제

1. 내부 경압 로스비 파[식 (15.23)]의 경우에 ω'_2 장이 250 hPa 지오퍼텐셜 장과 1/4 파장의 위상 차가 나고 최대 상승 운동이 250hPa 골의 서쪽에 나타남을 증명하라.
2. 2층 모델에서 기본 상태와 섭동 변수가 식 (15.8)과 같이 주어졌을 때, Q 벡터의 성분 Q_1 과 Q_2 가 다음과 같이 됨을 보여라.

$$Q_1 = \frac{2f_0}{\delta p} U_T \zeta'_2, \quad Q_2 = 0$$

3. 식 (15.40)의 유도 과정을 자세히 설명하라.
4. 온도 T_s 인 등온 대기에서 대수-압력 좌표계의 연직 좌표 z^* 가 기하학적 고도 z 와 같음을 증명하고, 밀도의 연직 분포가 다음과 같음을 보여라.

$$\rho_0(z^*) = \rho_s \exp(-z^*/H)$$

5. 등압 좌표계에서 열역학 에너지 방정식은 다음과 같이 표현된다. 이를 이용하여 대수-압력 좌표계에서 열역학 에너지 방정식이 (15.45)와 같이 됨을 보여라.

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + \omega \frac{\partial T}{\partial p} - \frac{\alpha}{c_p} \omega = \frac{Q}{c_p}$$

참고문헌

1. Charney (1947), On Baroclinic Instability.
2. Hoskins, McIntyre, and Robertson (1985), Cyclogenesis and Baroclinic Instability from a Potential Vorticity Perspective.
3. Pierrehumbert and Swanson (1995), Numerous Aspects of Baroclinic Instability.
4. Holton (2004), An Introduction to Dynamic Meteorology. (4th Ed.) Elsevier (Academic Press), 535pp.
5. 한국기상학회 (2007), 대기역학. Holton (2004)의 번역판. 시그마프레스, 576pp.

부록 T4. 연습문제 해설



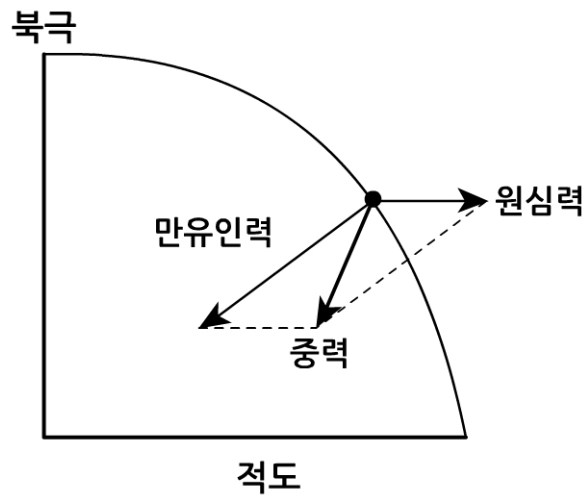
1장 연습문제

1. 3차원 바람 벡터(\vec{V})와 x, y, z 성분을 각각 u, v, w라 할 때, 각 축의 단위 벡터를 사용하여 \vec{V} 를 표현하라.

해설:
$$\vec{V} = iu + jv + kw$$

2. 중력은 만유 인력과 원심력의 합이다. 이것을 그림으로 표시하라.

해설:



1장 연습문제

3. 온도 이류는 $-\vec{V} \cdot \nabla T$ 로 표현된다. 여기서 \vec{V} 가 3차원 벡터일 때, 온도 이류를 스칼라 형태로 다시 써라.

해설:
$$\begin{aligned}
 -\vec{V} \cdot \nabla T &= -(\vec{i}u + \vec{j}v + \vec{k}w) \cdot \left(\vec{i} \frac{\partial T}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial T}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial T}{\partial z} \right) \\
 &= -(\vec{i} \cdot \vec{i})u \frac{\partial T}{\partial x} - (\vec{i} \cdot \vec{j})u \frac{\partial T}{\partial y} - (\vec{i} \cdot \vec{k})u \frac{\partial T}{\partial z} \\
 &\quad - (\vec{j} \cdot \vec{i})v \frac{\partial T}{\partial x} - (\vec{j} \cdot \vec{j})v \frac{\partial T}{\partial y} - (\vec{j} \cdot \vec{k})v \frac{\partial T}{\partial z} \\
 &\quad - (\vec{k} \cdot \vec{i})w \frac{\partial T}{\partial x} - (\vec{k} \cdot \vec{j})w \frac{\partial T}{\partial y} - (\vec{k} \cdot \vec{k})w \frac{\partial T}{\partial z}
 \end{aligned}$$

여기서 $\vec{i} \cdot \vec{i} = 1, \vec{j} \cdot \vec{j} = 1, \vec{k} \cdot \vec{k} = 1$ 이고

$$\vec{i} \cdot \vec{j} = 0, \vec{i} \cdot \vec{k} = 0, \vec{j} \cdot \vec{i} = 0, \vec{j} \cdot \vec{k} = 0, \vec{k} \cdot \vec{i} = 0, \vec{k} \cdot \vec{j} = 0$$

임을 이용하였다.

4. 전향력은 $-f\vec{k} \times \vec{V}$ 로 표현된다. \vec{V} 가 3차원 바람 벡터일 때, 전향력의 x, y, z 성분을 구하라.

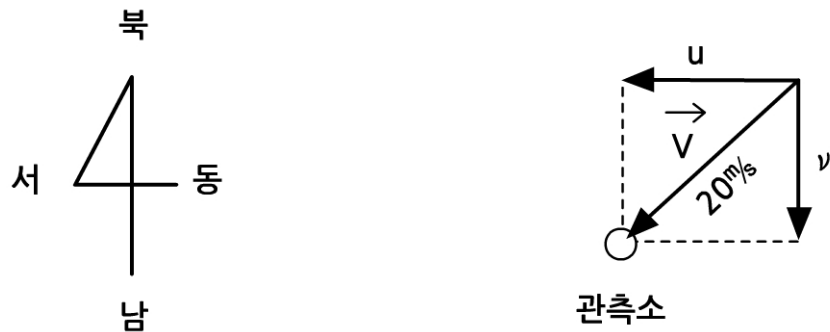
해설:
$$\begin{aligned}
 -f\vec{k} \times \vec{V} &= -f\vec{k} \times (\vec{i}u + \vec{j}v + \vec{k}w) \\
 &= -f(\vec{k} \times \vec{i})u - f(\vec{k} \times \vec{j})v - f(\vec{k} \times \vec{k})w \\
 &= -\vec{j}fu + \vec{i}fv \\
 &= \vec{i}fv + \vec{j}(-fu)
 \end{aligned}$$

여기서 $\vec{k} \times \vec{i} = \vec{j}, \vec{k} \times \vec{j} = -\vec{i}, \vec{k} \times \vec{k} = 0$ 임을 이용하였다. 따라서 전향력의 x 성분(\vec{i} 성분)은 fv 이고 y 성분(\vec{j} 성분)은 $-fu$ 이며 z 성분은 0이다.

1장 연습문제

5. 관측소로부터 북쪽으로 50km 떨어진 곳의 기온이 관측소보다 3°C 더 낮다. 바람이 북동쪽으로부터 20m/s의 속도로 불어오고 1°C/h의 율로 북사에 의해 가열된다면, 관측소에서 측정되는 기온의 국지 변화율을 얼마일까?

해설:



$$v = -20 \cos 45^\circ \text{ m/s} = -20 \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ m/s} = -10\sqrt{2} \text{ m/s} \approx -14.1 \text{ m/s}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = -\frac{3}{50} \text{ }^\circ\text{C/km} = -\frac{3}{5 \times 10^4} \text{ }^\circ\text{C/m} = -6 \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C/m}$$

$$\begin{aligned} \text{그러므로 } \frac{\partial T}{\partial t} &= \frac{dT}{dt} - \vec{V} \cdot \nabla T \\ &= \frac{dT}{dt} - u \frac{\partial T}{\partial x} - v \frac{\partial T}{\partial y} \\ &= 1^\circ/\text{hr} - (-14.1 \text{ m/s}) \times (-6 \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C/m}) \\ &= 1^\circ/3600 \text{ s} - 8.46 \times 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C/s} \\ &= 2.78 \times 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C/s} - 8.46 \times 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C/s} \\ &= -5.68 \times 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C/s} \\ &= -2^\circ/\text{hr} \end{aligned}$$

1장 연습문제

6. 벡터 소용돌이도는 $\nabla \times \vec{V}$ 로 정의된다. \vec{V} 가 3차원 바람 벡터일 때 소용돌이도의 x, y, z 성분을 수식으로 표현하라.

$$\begin{aligned}
 \text{해설: } \quad \nabla \times \vec{V} &= \left(\vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z} \right) \times (\vec{i}u + \vec{j}v + \vec{k}w) \\
 &= (\vec{i} \times \vec{i}) \frac{\partial u}{\partial x} + (\vec{i} \times \vec{j}) \frac{\partial v}{\partial x} + (\vec{i} \times \vec{k}) \frac{\partial w}{\partial x} \\
 &\quad + (\vec{j} \times \vec{i}) \frac{\partial u}{\partial y} + (\vec{j} \times \vec{j}) \frac{\partial v}{\partial y} + (\vec{j} \times \vec{k}) \frac{\partial w}{\partial y} \\
 &\quad + (\vec{k} \times \vec{i}) \frac{\partial u}{\partial z} + (\vec{k} \times \vec{j}) \frac{\partial v}{\partial z} + (\vec{k} \times \vec{k}) \frac{\partial w}{\partial z} \\
 &= \vec{k} \frac{\partial v}{\partial x} - \vec{j} \frac{\partial w}{\partial x} - \vec{k} \frac{\partial u}{\partial y} + \vec{i} \frac{\partial w}{\partial y} + \vec{j} \frac{\partial u}{\partial z} - \vec{i} \frac{\partial v}{\partial z} \\
 &= \vec{i} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \vec{j} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \vec{k} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)
 \end{aligned}$$

여기서 $\vec{i} \times \vec{i} = 0$, $\vec{j} \times \vec{j} = 0$, $\vec{k} \times \vec{k} = 0$ 임을 이용하였다. 따라서 소용돌이도의 x 성분(\vec{i} 성분)은 $\partial w / \partial y - \partial v / \partial z$,
 y 성분(\vec{j} 성분)은 $\partial u / \partial z - \partial w / \partial x$,
 z 성분(\vec{k} 성분)은 $\partial v / \partial x - \partial u / \partial y$ 이다.

2장 연습문제

1. 60°N에서 지구 자전에 의한 단위 질량당 원심력을 계산하라.

해설:

$$V = R_A \Omega$$

$$R_A = R_e \cos 60^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{단위 질량당 원심력} &= \frac{V^2}{R_A} = \frac{(R_A \Omega)^2}{R_A} = \frac{R_A^2 \Omega^2}{R_A} = R_A \Omega^2 \\ &= R_e \cos 60^\circ \times \Omega^2 \\ &= 6.37 \times 10^6 \text{ m} \times 0.5 \times (7.292 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1})^2 \\ &= 6.37 \times 10^6 \times 0.5 \times (7.292)^2 \times 10^{-12} \text{ ms}^{-2} \\ &\approx 169 \times 10^{-6} \text{ ms}^{-2} \\ &\approx 1.7 \times 10^{-4} \text{ ms}^{-2} \end{aligned}$$

2. 지상 일기도에서 우리나라에 중심 기압이 1025 hPa인 고기압과 몽골에 중심 기압이 989 hPa인 저기압이 위치해 있다. 이 고기압과 저기압 중심 사이의 거리는 약 2,000 km이다. 이 지역에 대한 단위 질량당 수평 기압경도력을 계산하라.

해설:

Δp : 두 지점사이의 기압 차

Δs : 두 지점사이의 거리

$$\begin{aligned} \text{단위 질량당 수평 기압경도력} &= \left| -\frac{1}{\rho} \nabla p \right| \\ &\approx \frac{1}{\rho} \frac{\Delta p}{\Delta s} \\ &= \frac{1}{1.2 \text{ kg/m}^3} \times \frac{1025 \text{ hPa} - 989 \text{ hPa}}{2000 \text{ km}} \\ &= \frac{1}{1.2 \text{ kg m}^{-3}} \times \frac{36 \text{ hPa}}{2 \times 10^6 \text{ m}} \\ &= \frac{1}{1.2 \text{ kg m}^{-3}} \times \frac{3600 \text{ kg m s}^{-2} \text{ m}^{-2}}{2 \times 10^6 \text{ m}} \\ &= \frac{3600}{1.2 \times 2 \times 10^6} \text{ m s}^{-2} \\ &= 1.5 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-2} \end{aligned}$$

2장 연습문제

3. 표준 대기에서 연직 방향의 단위 질량당 기압경도력을 계산하여 2번 문제에서 계산한 수평 기압경도력과 비교하라.

해설: 단위 질량당 기압경도력의 연직 성분 $= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}$

지표면 근처에서 1km상공으로 올라가면 기압은 약 100hPa 감소한다. 따라서 다음 과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} &= -\frac{1}{1.2 \text{ kgm}^{-3}} \times \frac{(-100 \text{ hPa})}{1 \text{ km}} \\ &= \frac{10^4 \text{ Pa}}{1.2 \text{ kgm}^{-3} \times 1000 \text{ m}} \\ &= \frac{10^4 \text{ kgms}^{-2} \text{ m}^{-2}}{1.2 \times 10^3 \text{ kgm}^{-2}} \\ &\approx 8.3 \text{ ms}^{-2} \end{aligned}$$

2번 문제의 수평 기압경도력의 크기와 비교하면 연직 방향 기압경도력의 크기가 약 5,500배 더 크다.

4. 서울에서 동쪽 방향으로 10 km/s로 미사일을 쏘았을 때, 이 미사일에 작용하는 단위 질량당 전향력의 크기를 계산하고 전향력의 방향을 설명하라.

해설: y 방향 단위 질량당 전향력 $= -2\Omega u \sin\phi$

$$\begin{aligned} &= -2 \times 7.292 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1} \times 10 \text{ kms}^{-1} \times \sin 37^\circ \\ &= -2 \times 7.292 \times 10^{-5} \times 10^4 \times 0.602 \text{ ms}^{-2} \\ &\approx -0.878 \text{ ms}^{-2} \end{aligned}$$

전향력의 방향: 남쪽으로 향함. 정확하게 이야기하면 전향력은 운동하는 물체의 직각 오른쪽으로 향하므로 초기에 미사일 방향이 동쪽이기 때문에 전향력의 방향은 남쪽이지만 미사일이 날아가면서 오른쪽으로 휘기 때문에 전향력의 방향은 약간 남남서쪽으로 향한다고 할 수 있다.

2장 연습문제

5. 연직 운동방정식에서 전향력과 중력의 크기를 비교하라.

해설: 연직 운동방정식에서 전향력 = $2\Omega u \cos \phi$

중위도지방 종관규모 운동에서 대표적 풍속 = 10 m s^{-1}

중위도지방 대표 위치 = 45°

$$\begin{aligned} \text{그러므로 } 2\Omega u \cos \phi &= 2 \times 7.292 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1} \times 10 \text{ m s}^{-1} \times \cos 45^\circ \\ &= 2 \times 7.292 \times 10^{-5} \times 10 \times 0.707 \text{ m s}^{-2} \\ &\approx 1.03 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-2} \end{aligned}$$

중력의 크기는 약 9.8 m s^{-2} 이므로 연직 운동방정식의 전향력 크기는 중력의 크기보다 10,000배 정도 작다. 따라서 연직 운동방정식에서 전향력은 무시할 수 있다.

3장 연습문제

1. 북반구 중위도를 대표하는 45°N 에서 코리올리 파라미터 f 값을 계산하라.

해설:
$$f = 2\Omega \sin\phi = 2 \times 7.292 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1} \times \sin 45^\circ$$

$$= 2 \times 7.292 \times 10^{-5} \times 0.707 \text{ s}^{-1} \approx 1.03 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

2. 수평 운동 방정식에 포함된 마찰력의 크기는 어느 정도 크기의 차수를 갖는지 계산하라.

해설: 단위 질량당 수평 방향 마찰력 F_x 또는 F_y 는 다음과 같이 표현된다.

$$F_x = \nu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right]$$

$$F_y = \nu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right]$$

여기서 ν 는 운동 점성계수로서 공기의 경우 그 값은 약 $1.46 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$

이다. 종관규모 운동에서 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ 이나 $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ 은 보다 훨씬 작으므로, 또한

$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$ 이나 $\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}$ 은 $\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}$ 보다 훨씬 작으므로 F_x 와 F_y 는 각각 다음과

같이 근사시킬 수 있다.

$$F_x \approx \nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

$$F_y \approx \nu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}$$

이 단위 질량당 수평 마찰력을 규모 분석하면 다음과 같다.

$$|F_x| = |F_y| = \frac{\nu U}{H^2} = \frac{1.46 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1} \times 10 \text{ m s}^{-1}}{(10^4 \text{ m})^2} = 1.46 \times 10^{-12} \text{ m s}^{-2}$$

따라서 수평 방향 단위 질량당 마찰력은 $10^{-12} \text{ m s}^{-2}$ 의 차수를 갖는다.

3장 연습문제

3. 정역학 방정식을 이용하여 지면 근처에서 100m 상공으로 올라갈수록 기압이 얼마나 낮아지는지 계산하라.

해설: 정역학 방정식은 $\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$ 인데 이것을 유한차 표현을 사용하면 다음과 같다.

$$\Delta p = -\rho g \Delta z$$

지면 근처의 밀도는 약 $\rho = 1.2 \text{ kg m}^{-3}$ 이고 중력은 약 $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ 이므로 고도 100m 올라갈 때마다 다음과 같이 기압이 감소한다.

$$\begin{aligned} \Delta p &= -1.2 \text{ kg m}^{-3} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 100 \text{ m} \\ &= -1.2 \times 9.8 \times 100 \text{ kg m s}^{-2} \text{ m}^{-2} \\ &= -1176 \text{ Nm}^{-2} \\ &= -1176 \text{ Pa} \\ &\approx -10 \text{ hPa} \end{aligned}$$

4. 종관 규모 운동과 중규모 운동에 대한 로스비 수의 크기를 비교하라.

해설: 로스비 수(Ro)는 다음과 같이 정의되었다.

$$Ro \equiv \frac{U}{fL}$$

수평 규모(L)가 종관규모 운동에서는 $L = 1000 \text{ km}$ 이고 중규모 운동에서는 $L = 100 \text{ km}$ 이다. 종관규모 운동이나 중규모 운동에서 수평 속도(U)는 모두 10 m s^{-1} 이고 중위도지방의 운동을 가정하면 코리올리 파라미터(f)는 10^{-4} s^{-1} 이므로 종관규모 운동과 중규모 운동에서 로스비 수는 각각 다음과 같다.

$$Ro(\text{종관규모}) = \frac{10 \text{ m s}^{-1}}{10^{-4} \text{ s}^{-1} \times 10^6 \text{ m}} = 0.1$$

$$Ro(\text{중규모}) = \frac{10 \text{ m s}^{-1}}{10^{-4} \text{ s}^{-1} \times 10^5 \text{ m}} = 1$$

3장 연습문제

5. 지상 일기도에서 우리나라를 지나는 이웃한 두 등압선 사이의 거리가 200km 일 때 지균풍속을 계산하라.

해설: 지균풍속을 구하는 공식은 다음과 같다.

$$V_g = -\frac{1}{\rho f} \frac{\partial p}{\partial n}$$

이 식을 유한차 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$V_g = -\frac{1}{\rho f} \frac{\Delta p}{\Delta n}$$

이 문제에서 Δp 는 지상 일기도의 등압선 간격이고 Δn 은 두 등압선 사이의 거리이다.

우리나라는 33°N과 37°N 사이에 위치하므로 평균 위치를 35°N으로 계산한다.

그러므로 지균풍속은 다음과 같이 계산할 수 있다.

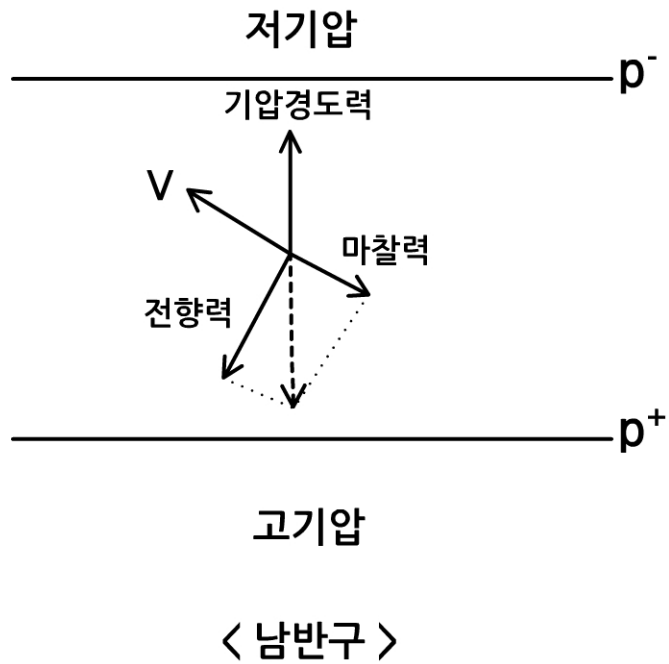
$$\begin{aligned} V_g &= -\frac{1}{1.2 \text{ kg m}^{-3} \times 2 \times 7.292 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}} \times \frac{4 \text{ hPa}}{200 \text{ km}} \\ &= -\frac{1}{1.2 \times 2 \times 7.292 \times 10^{-5} \text{ kg m}^{-3} \text{ s}^{-1}} \times \frac{400 \text{ kg m s}^{-2} \text{ m}^{-2}}{2 \times 10^5 \text{ m}} \\ &= -\frac{400}{1.2 \times 2 \times 7.292 \times 10^{-5} \times 2 \times 10^5} \text{ m s}^{-1} \\ &\approx -11.43 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

여기서 - 부호는 의미가 없으므로 지균풍속은 약 11.43 m s^{-1} 이다.

4장 연습문제

1. 남반구에서 마찰풍에 대한 세 힘의 균형을 그림으로 표시하라.

해설:



4장 연습문제

2. 북반구 중위도 지방에서 지균풍속이 20 m/s일 때 반경 1000 km인 원형 저기압과 고기압에 대한 경도풍속을 각각 계산하고 그 값을 서로 비교하라.

해설: 저기압과 고기압에 대한 경도풍속 공식은 다음과 같다.

$$\text{저기압} : v = \frac{1}{2} [-rf + (r^2f^2 + 4rfv_g)^{1/2}]$$

$$\text{고기압} : v = \frac{1}{2} [rf - (r^2f^2 - 4rfv_g)^{1/2}]$$

여기서 $r = 1000 \text{ km}$ 이고 $f = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ 이며 $v_g = 20 \text{ m s}^{-1}$ 이다.

따라서 저기압에서 경도풍속은

$$\begin{aligned} v &= \frac{1}{2} [-10^6 \text{ m} \times 10^{-4} \text{ s}^{-1} + (10^{12} \text{ m}^2 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2} + 4 \times 10^6 \text{ m} \times 10^{-4} \text{ s}^{-1} \times 20 \text{ m s}^{-1})^{1/2}] \\ &= \frac{1}{2} [-100 \text{ m s}^{-1} + (10^4 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} + 8 \times 10^3 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2})^{1/2}] \\ &= \frac{1}{2} [-100 + (1.8 \times 10^4)^{1/2}] \text{ m s}^{-1} \\ &\approx 17 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

한편 고기압에서 경도풍속은

$$\begin{aligned} v &= \frac{1}{2} [10^6 \text{ m} \times 10^{-4} \text{ s}^{-1} - (10^{12} \text{ m}^2 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2} - 4 \times 10^6 \text{ m} \times 10^{-4} \text{ s}^{-1} \times 20 \text{ m s}^{-1})^{1/2}] \\ &= \frac{1}{2} [100 \text{ m s}^{-1} - (10^4 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} - 8 \times 10^3 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2})^{1/2}] \\ &= \frac{1}{2} [100 - (0.2 \times 10^4)^{1/2}] \text{ m s}^{-1} \\ &\approx 27.6 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

이처럼 지균풍이 서로 같을 때 즉 등압선 간격이 서로 같으면 고기압에서의 경도풍속이 저기압에서의 경도풍속보다 강하다.

4장 연습문제

3. 전향력과 원심력이 균형을 이루며 부는 바람을 관성풍이라 한다. 북반구 30°N에 중심을 둔 반경 100 km의 원형 흐름에 대한 관성풍속을 계산하라. 그리고 이 원형 흐름의 방향을 결정하라. 아울러 이 원형 운동의 주기를 계산하라.

해설: 북반구에서 전향력과 원심력이 균형을 이루며 부는 관성풍은 고기압성 흐름을 나타내게 된다. 그 이유는 전향력이 운동 방향의 오른쪽 직각 방향으로 작용하기 때문이다. 이 때 공기 덩이의 궤적은 대략적으로 원형 운동을 하게 된다. 따라서 관성풍 공식은 다음과 같다.

$$\frac{v^2}{r} = fv, \text{ 즉 } v = rf$$

$$\begin{aligned} \text{그러므로 } v &= 100 \text{ km} \times 2 \times 7.292 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1} \sin 30^\circ \\ &= 10^5 \text{ m} \times 2 \times 7.292 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1} \times 0.5 \\ &\approx 7.3 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

그리고 이 원형 운동의 주기(P)는 원둘레를 속도로 나누면 되므로 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} P &= 2\pi \times 10^5 \text{ m} / 7.3 \text{ m s}^{-1} \\ &= 8.6 \times 10^4 \text{ s} \\ &= 24 \text{ hr} \end{aligned}$$

4장 연습문제

4. 기압경도력과 원심력이 균형을 이루며 부는 바람을 선형풍이라 한다. 북반구 중위도 지방에서 지균풍속이 50 m/s인 경우에 반경 200 m의 원형 흐름에 대한 선형풍속을 계산하라. 그리고 이 원형 흐름의 방향을 결정하고 이 흐름의 중심에서 고기압이 나타나는지 저기압이 나타나는지 판단하라.

해설: 기압경도력과 원심력이 균형을 이루는 선형풍에서는 전향력이 무시된다. 전향력이 무시되는 경우는 운동 규모가 작은 경우이다. 이 경우에는 원형 흐름이 형성되는데 그 방향이 시계 방향일 수도 있고 반시계 방향일 수도 있다. 그리고 이 원 운동에서 원심력의 방향이 항상 원 중심과 반대 방향이므로 기압경도력은 항상 원 중심을 향한다. 즉 원 중심은 저기압의 중심이 된다. 선형풍속은 다음과 같이 계산된다.

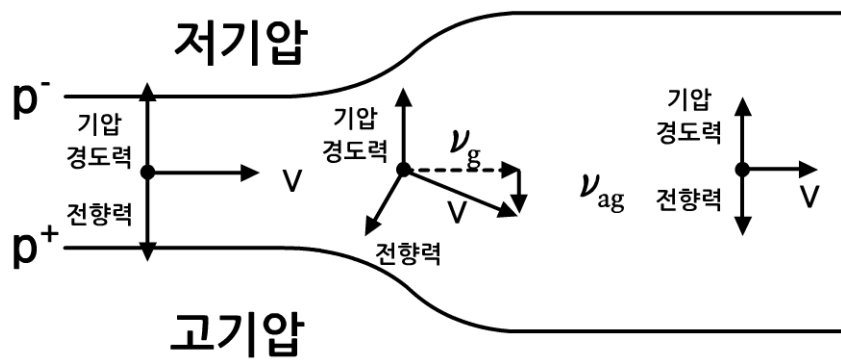
$$\frac{v^2}{r} = fv_g, \quad \text{즉} \quad v = (rfv_g)^{1/2}$$

$$\begin{aligned} v &= (200 \text{ km} \times 10^{-4} \text{ s}^{-1} \times 50 \text{ m s}^{-1})^{1/2} \\ &= (2 \times 10^5 \text{ m} \times 10^{-4} \text{ s}^{-1} \times 50 \text{ m s}^{-1})^{1/2} \\ &\approx 31.6 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

4장 연습문제

5. 직선 등압선 간격이 좁은 곳에서 넓은 곳으로 바람이 불 때, 힘의 균형이 어떻게 변해 가는지를 그림으로 표시하고 등압선이 넓어지는 곳에서 생기는 비지균풍을 표시하라.

해설:



<북반구>

5장 연습문제

1. 등압 좌표계를 사용하면 등고도 좌표계에 비하여 어떤 장점이 있는지 언급하라.

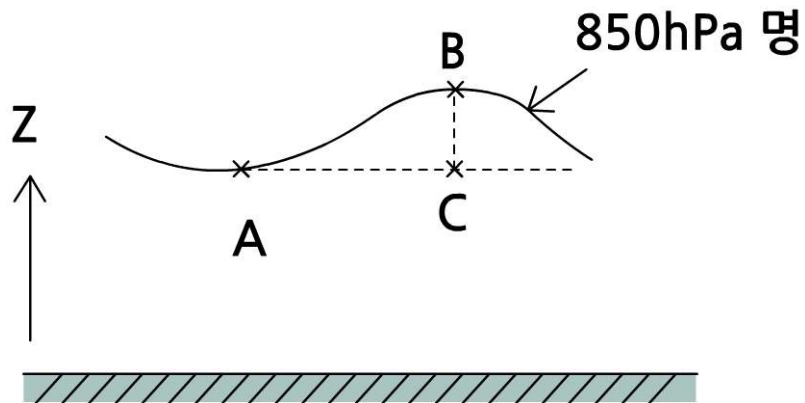
해설: (1) 기상관측에서 공기 밀도는 관측하지 않는다. 그런데 등고도 좌표계에서 기압경도력을 계산할 때 공기 밀도에 대한 정보가 필요하지만 등압면 좌표계에서는 공기 밀도에 대한 정보 없이도 기압경도력을 계산할 수 있다.

(2) 지균풍이나 온도풍 등을 계산할 때도 공기 밀도에 대한 정보 없이도 그 계산이 가능하다.

(3) 등고도 좌표계에서는 연속방정식에 공기 밀도에 대한 시간 도함수가 포함되지만 등압면 좌표계에서는 연속방정식에 공기 밀도에 대한 시간 도함수가 포함되지 않는다.

2. 등압면 일기도에서 등고선 값이 작은 쪽이 저기압에 해당한다. 그 원리를 설명하라.

해설:



위 그림에서 A점과 B점은 같은 등압면인 850 면에 위치해 있다. 그러나 B점이 A점보다 더 높은 고도에 위치해 있다. B점 밑의 C점은 A점과 고도가 같으나 C점의 기압이 A점의 기압보다 높다. 그러므로 C점이 있는 곳은 고기압이고 A점이 있는 곳은 저기압이다. 따라서 850hPa 면의 고도가 높은 B점(또는 C점) 영역이 기압이 높은 고기압이 되고 850hPa 면의 고도가 상대적으로 낮은 A점 영역이 저기압이 된다.

5장 연습문제

3. 500hPa 고도와 1000hPa 고도 사이 기층의 평균 온도가 -10°C 이다.
이 두 고도 사이의 층두께를 계산하라.

해설: 층두께 구하는 공식은 다음과 같다.

$$h' = \frac{R\bar{T}}{g} \ln \left[\frac{p_l}{p_u} \right]$$

여기서

$$R = 287 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}, \quad \bar{T} = -10^{\circ}\text{C} = 263\text{K}, \quad g = 9.8\text{ms}^{-2},$$

$$p_l = 1000 \text{ hPa}, \quad p_u = 500 \text{ hPa} \quad \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} h' &= \frac{287 \text{ kgms}^{-2} \text{ mkg}^{-1} \text{ K}^{-1} \times 263 \text{ K}}{9.8 \text{ ms}^{-2}} \times \ln \left[\frac{1000 \text{ hPa}}{500 \text{ hPa}} \right] \\ &= \frac{287 \times 263}{9.8} \text{ m} \times \ln 2 \\ &\approx 5338.7 \text{ m} \end{aligned}$$

4. 지오포텐셜 고도와 기하학적 고도 사이의 차이를 설명하라.

해설: 지오포텐셜 고도는 단위가 지오포텐셜 미터로 나타내고 기하학적 고도는 단위가 미터로 나타낸다. 지오포텐셜 미터는 중력가속도를 표준 중력가속인 9.8ms^{-2} 으로 나눈 값에 미터를 곱한 값이므로 상층으로 갈수록 중력가속도가 작아지기 때문에 지오포텐셜 미터 값은 기하학적 미터보다 점점 더 작아진다. 그러나 그 차이가 그리 크지 않으므로 하층 대기에서는 지오포텐셜 고도나 기하학적 고도는 같이 사용해도 무방하다.

5장 연습문제

5. 온도풍의 모든 특징을 종합하여 기술하라.

해설: 온도풍의 정의:

상층의 지균풍에서 하층의 지균풍을 벡터적으로 뺀 바람.

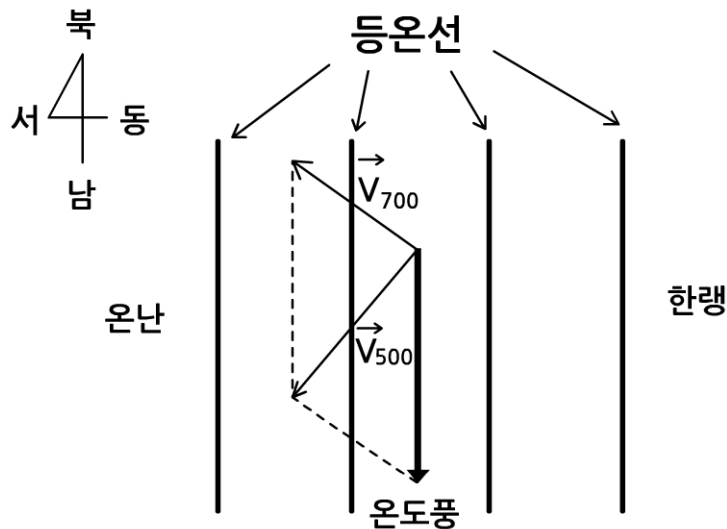
특징:

- 1) 온도풍은 상층과 하층 사이의 평균 등온선에 나란하게 분다.
- 2) 북반구에서 온도풍은 찬 쪽을 왼쪽에 두고 평균 등온선에 나란하게 분다.
- 3) 북반구에서 지균풍의 방향이 상공으로 갈수록 시계 방향으로 바뀌면 온난이류가, 반시계 방향으로 바뀌면 한랭이류가 존재한다.
- 4) 남쪽이 온난하고 북쪽이 한랭하면 온도풍은 서풍이 되고 이 서풍은 상공으로 갈수록 강해진다.

5장 연습문제

6. 500hPa 고도와 700hPa 고도 사이의 층평균 온도가 동쪽 방향으로 100km당 3°C 감소한다. 만일 700hPa면 지균풍이 남동쪽으로부터 20m/s로 분다면, 500hPa면 지균풍의 풍속과 풍향을 계산하라. 단 $f = 10^{-4} s^{-1}$ 이다.

해설: 이 문제에서 온도풍은 다음 그림과 같다.



< 북반구 >

온도풍의 남북 방향 성분은 다음과 같이 표현된다.

$$v_t = \frac{g}{f} \frac{\partial h'}{\partial x}$$

그리고 층두께 공식은 아래와 같다.

$$h' = \frac{R\bar{T}}{g} \ln \left[\frac{p_l}{p_u} \right]$$

따라서 이 층두께 공식을 위의 온도풍 공식에 대입하면 다음과 같이 된다.

$$v_t = \frac{R}{f} \ln \left[\frac{p_l}{p_u} \right] \frac{\partial \bar{T}}{\partial x}$$

5장 연습문제

그러므로

$$\begin{aligned}
 v_t &= \frac{287 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}}{10^{-4} \text{ s}^{-1}} \times \ln \left[\frac{700 \text{ hPa}}{500 \text{ hPa}} \right] \times \frac{-3 \text{ K}}{100 \text{ km}} \\
 &= \frac{287 \text{ kg ms}^{-2} \text{ m kg}^{-1} \text{ K}^{-1}}{10^{-4} \text{ s}^{-1}} \times \ln \left[\frac{7}{5} \right] \times \frac{-3 \text{ K}}{10^5 \text{ m}} \\
 &= -28.97 \text{ ms}^{-1} \\
 &\approx -30 \text{ ms}^{-1}
 \end{aligned}$$

즉 온도풍은 북풍으로서 풍속은 약 30 ms^{-1} 이다.

$$v_t = \vec{V}_{500} - \vec{V}_{700}$$

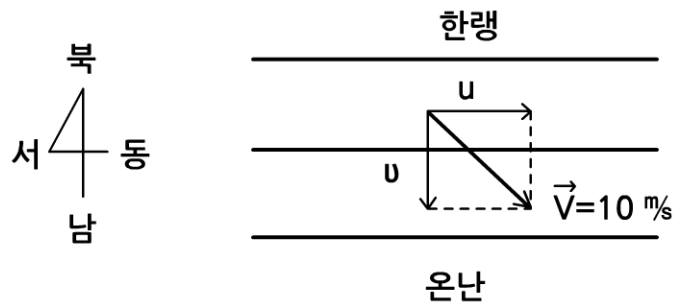
따라서 $\vec{V}_{500} = v_t + \vec{V}_{700}$ 이다.

그러므로 그림에서 보인대로 $v_t = 30 \text{ ms}^{-1}$ 이고 $|\vec{V}_{700}| = 20 \text{ ms}^{-1}$ 이므로 $|\vec{V}_{500}| \approx 25 \text{ ms}^{-1}$ 이고 풍향은 대략적으로 북동풍이다.

6장 연습문제

1. 위도선에 평행한 등온선이 $5^{\circ}\text{C}/100\text{ km}$ 의 율로 북쪽으로 갈수록 감소하는 기온 분포를 보이고 있다. 이 때 북서풍이 10 m/s 의 속도로 분다면 온도 이류값이 얼마인지 계산하고, 어떤 종류의 온도 이류인지 판정하라.

해설: 이 문제의 경우에 등온선 분포와 바람 벡터를 그림으로 나타내면 다음과 같다.



온도이류 공식을 수학적으로 표현하면 다음과 같다.

$$-\vec{V} \cdot \nabla T = -u \frac{\partial T}{\partial x} - v \frac{\partial T}{\partial y}$$

이 문제에서 $u = |\vec{V}| \cos 45^{\circ}$ 이고 $v = -|\vec{V}| \cos 45^{\circ}$ 이며 $|\vec{V}| = 10\text{ m s}^{-1}$ 이다. 그리고 $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$ 이고 $\frac{\partial T}{\partial y} = -5^{\circ}\text{C}/100\text{ km} = -5 \times 10^{-5}\text{ }^{\circ}\text{C}/\text{m}$ 이므로

$$\begin{aligned} -\vec{V} \cdot \nabla T &= 10\text{ m s}^{-1} \times \cos 45^{\circ} \times (-5 \times 10^{-5})\text{ }^{\circ}\text{C m}^{-1} \\ &\approx -3.5 \times 10^{-4}\text{ }^{\circ}\text{C s}^{-1} \\ &\approx -1.3\text{ }^{\circ}\text{C hr}^{-1} \end{aligned}$$

온도이류의 값이 음이므로 한랭이류가 발생하게 된다.

6장 연습문제

2. 이류는 항상 온도풍에 직각 방향으로 향한다고 할 수 있다. 그 이유를 설명하라.

해설: 온도풍은 북반구에서 등온선에 나란하게 불고 한랭한 곳을 왼쪽에 두고 분다. 그런데 온도이류 공식에서 ∇T 는 등온선에 직각인 방향의 벡터이고 $-\vec{V} \cdot \nabla T$ 는 등온선에 직각 방향의 온도이류를 나타내므로 온도이류는 항상 온도풍에 직각 방향으로 향하게 된다.

3. 1000-500 hPa 층두께선도와 중간 층에 대한 일기도로부터 온도 이류 분포를 알 수 있다. 이 온도 이류 분포가 어떤 면에서 중요한지 설명하라.

해설: 층두께 값이 해당 두 층 사이의 평균 온도에 비례하므로, 1000hPa - 500hPa 층두께선은 1000hPa 고도와 500hPa 고도 사이의 평균 등온선에 해당한다. 따라서 이 두 고도 사이의 평균 바람장을 이용하여 온도이류를 계산할 수 있다. $-\vec{V} \cdot \nabla T > 0$ 이면 온난이류, $-\vec{V} \cdot \nabla T < 0$ 이면 한랭이류가 되는데, 이렇게 계산한 온도이류 분포도에서 1000 hPa 고도와 500hPa 고도 사이에 온난이류가 나타나는 곳에서 공기층의 온도가 증가할 것이고 한랭이류가 나타나는 곳에서 공기층의 온도가 감소할 것이다. 이처럼 온도이류 분포를 보면 공기층의 증감 여부를 파악할 수 있고 이로부터 대기의 안정도 변화를 예측할 수 있기 때문에 중요하다.

6장 연습문제

4. 어떤 관측소에서 바람을 관측하여 다음과 같은 자료를 얻었다.

고도	풍향	풍속
1000 hPa	SW	5 m/s
850 hPa	S	10 m/s
700 hPa	SW	20 m/s
500 hPa	W	30 m/s

(1) 한랭 이류가 존재하는 층은 어디인가?

해설: 한랭이류가 존재하는 곳에서는 상층의 풍향이 상공으로 갈수록 반시계 방향으로 바뀌어야 한다. 따라서 관측소의 바람 관측 자료를 보면 1000hPa 고도와 850 hPa 고도 사이의 기층에서 한랭이류가 존재하게 됨을 알 수 있다.

(2) 온난 이류가 존재하는 층은 어디인가?

해설: 온난이류가 존재하는 곳에서는 상층의 풍향이 상공으로 갈수록 시계 방향으로 바뀌어야 한다. 따라서 관측소 바람 관측 자료로부터 850 hPa 고도와 700 hPa 고도 사이의 기층 및 700 hPa 고도와 500 hPa 고도 사이의 기층에 온난이류가 존재함을 알 수 있다.

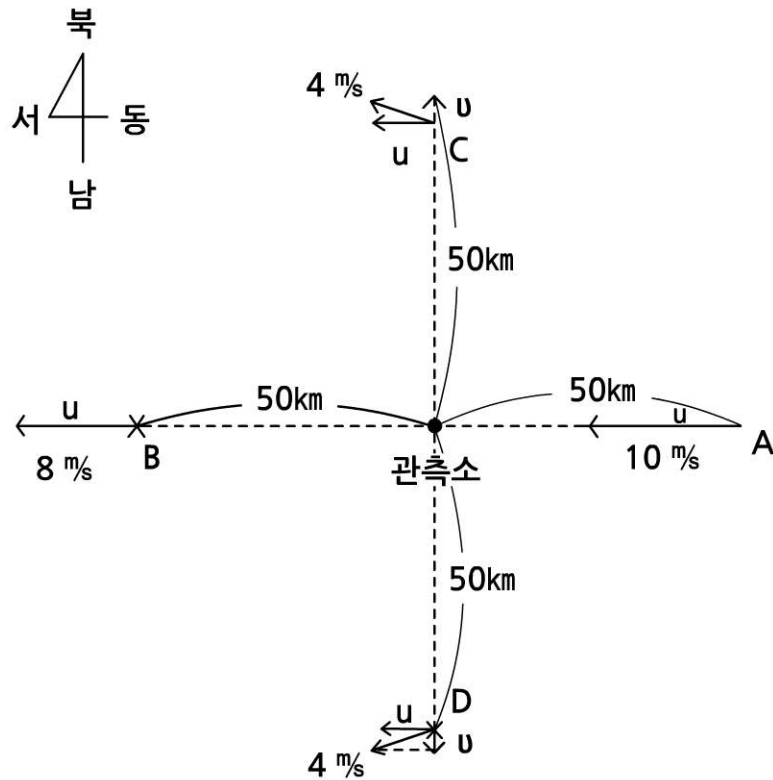
(3) 안정도는 어떻게 변할 것인지 설명하라.

해설: 850 hPa 고도보다 낮은 층에서는 한랭이류가 존재하고 850 hPa 고도보다 높은 층에서는 온난이류가 존재한다. 따라서 하층이 한랭해지고 상층이 온난해지기 때문에 기층은 점점 안정해진다.

7장 연습문제

1. 어떤 관측소의 동쪽, 북쪽, 서쪽, 남쪽으로 50km 떨어진 지점으로부터 각각 다음 바람 관측 자료를 받았다.: 90°, 10m/s; 120°, 4m/s; 90°, 8 m/s; 60°, 4m/s. 이 관측소에서의 수평 발산을 계산하라.

해설: 이 문제에서 주어진 관측소 주변의 바람 분포는 다음 그림과 같다.



수평 발산

$$\begin{aligned}
 = \nabla_H \cdot \vec{V} &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \\
 &\approx \frac{\Delta u}{\Delta x} + \frac{\Delta v}{\Delta y} \\
 &= \frac{u_A - u_C}{100 \text{ km}} + \frac{v_B - v_D}{100 \text{ km}} \\
 &= \frac{-10 \text{ m/s} - (-8 \text{ m/s})}{10^5 \text{ m}} + \frac{4 \text{ m/s} \times \sin(\pi/6) - (-4 \text{ m/s}) \times \sin(\pi/6)}{10^5 \text{ m}} \\
 &= \frac{-2 \text{ m/s}}{10^5 \text{ m}} + \frac{2 \text{ m/s} + 2 \text{ m/s}}{10^5 \text{ m}} \\
 &= \frac{2 \text{ m/s}}{10^5 \text{ m}} \\
 &= 2 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}
 \end{aligned}$$

7장 연습문제

2. 위 1번 문제에서의 관측 자료 값이 지상으로부터 상공 1km 고도까지 일정하다고 가정하고, 상공 1km 고도에서의 연직 속도를 계산하라. 단 지상에서 연직속도는 0이다.

해설: 대기를 비압축성 유체로 가정하면 연속방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \text{또는} \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial w}{\partial z}$$

이 식을 $z=0$ 부터 $z=1km$ 까지 연직으로 적분하면 다음과 같이 된다.

$$\int_{z=0}^{z=1km} \frac{\partial w}{\partial z} dz = \int_{z=0}^{z=1km} dw = - \int_{z=0}^{z=1km} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dz$$

$$w(1km) - w(0) = - \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) (1km - 0)$$

이 문제에서 $w(0) = 0$ 이고 1번 문제에서 계산한 수평발산은 $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 2 \times 10^{-5} s^{-1}$ 이므로 1km 상공에서의 연직 속도는 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} w(1km) &= -2 \times 10^{-5} s^{-1} \times 10^3 m \\ &= -2 \times 10^{-2} m s^{-1} \\ &= -2 cm s^{-1} \end{aligned}$$

즉 1km 상공에서 연직 속도는 $2 cm s^{-1}$ 의 하강 속도가 나타난다.

7장 연습문제

3. 변압풍이 다음 형태로 표현됨을 보여라.

$$\vec{V}_{isall} = -\frac{1}{f^2} \nabla x$$

여기서 $x = \alpha\Phi/\alpha t$ 이고, Φ 는 지오포텐셜이다.

해설: 변압풍의 x 성분과 y 성분은 각각 다음과 같이 표현된다.

$$x \text{ 성분} = -\frac{1}{f} \frac{\partial v_g}{\partial t} = -\frac{1}{\rho f^2} \frac{\partial(\partial p / \partial t)}{\partial x}$$

$$y \text{ 성분} = \frac{1}{f} \frac{\partial u_g}{\partial t} = -\frac{1}{\rho f^2} \frac{\partial(\partial p / \partial t)}{\partial y}$$

따라서 변압풍을 벡터 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$\text{변압풍} = \frac{1}{f} \vec{k} \times \frac{\partial \vec{V}_g}{\partial t}$$

등압면 좌표계에서 $\vec{V}_g = \frac{1}{f} \vec{k} \times \nabla \phi$ 이므로 변압풍은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \text{변압풍} &= \frac{1}{f} \vec{k} \times \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{f} \vec{k} \times \nabla \phi \right) \right] \\ &= \frac{1}{f^2} \vec{k} \times \left[\vec{k} \times \nabla \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right) \right] \\ &= -\frac{1}{f^2} \nabla \chi \end{aligned}$$

7장 연습문제

4. 풍하쪽으로 지균풍속의 변화가 비지균풍을 생성시키는 원리를 설명하라.

해설: 그림 7.8의 제트류에서 합류 쪽(입구)과 분류 쪽(출구)에 대하여 살펴본다. 지균풍 속도의 변화에 의해 생기는 비지균풍 x 성분과 y 성분은 다음 식과 같다.

$$x \text{ 성분} = -\frac{1}{f} \left(u \frac{\partial v_g}{\partial x} + v \frac{\partial v_g}{\partial y} \right)$$

$$y \text{ 성분} = +\frac{1}{f} \left(u \frac{\partial u_g}{\partial x} + v \frac{\partial u_g}{\partial y} \right)$$

이 문제에서 v 성분은 0이므로 x 성분만 생각해 보자.

제트 입구 쪽에서는 u_g 가 x 방향으로 증가하고 y 방향으로 변화가 없으므로 $u > 0$ 이고 $\partial u_g / \partial x > 0$ 이기 때문에 비지균풍의 y 성분은 양의 값을 갖는다. 즉, 비지균풍은 그림 7.8에서 표시한 것처럼 제트 입구에서 북쪽을 향한다. 반면 제트 출구 쪽에서는 u_g 가 x 방향으로 감소하고 y 방향으로 변화가 없으므로 $u > 0$ 이고 $\partial u_g / \partial x < 0$ 이기 때문에 비지균풍의 y 성분은 음의 값을 갖는다. 즉, 비지균풍은 그림 7.8에서 표시한 것처럼 제트 출구에서 남쪽을 향한다.

5. 풍하쪽으로 지균풍의 방향 변화가 비지균풍을 생성시키는 원리를 설명하라.

해설: 그림 7.9에서 보인 저기압성 흐름과 고기압성 흐름에 대한 경우를 살펴본다. 저기압성 흐름(그림 7.9a)에서 경도풍은 전향력과 원심력의 합이 기압경도력과 균형을 이루며 불게 된다. 지균풍은 기압경도력으로 결정되는 바람이고 전향력은 실제 풍속인 경도풍속에 비례하므로 전향력이 기압경도력보다 작은 이 경우에는 경도풍속이 지균풍속보다 작다. 따라서 실제 풍속인 경도풍속에서 지균풍속을 뺀 비지균풍속은 그림 7.9a와 같은 방향을 갖게 된다. 반면 고기압성 흐름(그림 7.9b)에서 경도풍은 기압경도력과 원심력의 합이 전향력과 균형을 이루며 불게 된다. 이 경우에는 전향력이 기압경도력보다 크기 때문에 경도풍속이 지균풍속보다 크다. 따라서 실제 풍속인 경도풍속에서 지균풍속을 뺀 비지균풍속은 그림 7.9b와 같은 방향을 갖게 된다.

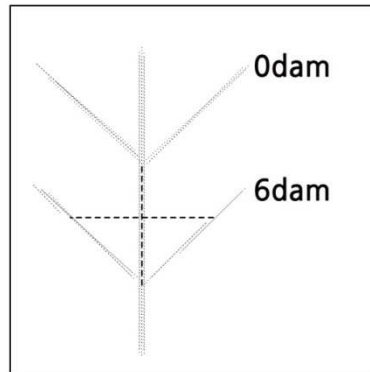
7장 연습문제

6. 파동의 역행을 일으키는 위도 효과에 대하여 설명하라.

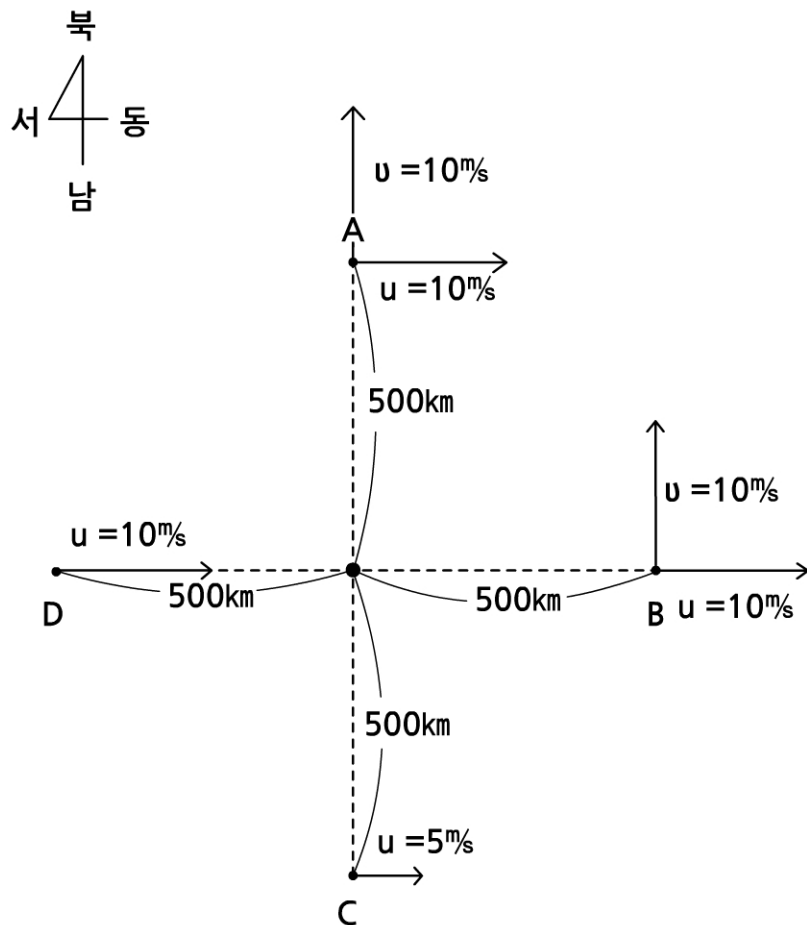
해설: 그림 7.13의 파동 형태를 살펴본다. 파동의 골 앞(동쪽)과 능 뒤(서쪽)의 영역에서는 공기 흐름이 남쪽으로부터 북쪽을 향한다. 공기가 남쪽에서 북쪽으로 이동하면서 코리올리 파라미터 f 가 증가하게 되고 지균풍이 약해진다. 그 이유는 지균풍속이 f 에 반비례하기 때문이다. 따라서 이 영역에서는 공기의 북쪽 이동에 따른 지균풍의 약화로 수렴이 나타나게 되고 하층으로 향하는 하강기류를 유발시키고 고기압을 유도하게 된다. 즉 기존의 기압능이 이 수렴 영역으로 이동하는 결과를 낳게 되어 파동이 서쪽으로 진행하려 한다. 반면 파동의 능 앞(동쪽)과 골 뒤(서쪽)의 영역에서는 반대로 흐름이 북쪽으로부터 남쪽을 향한다. 공기가 북쪽에서 남쪽으로 이동하면서 코리올리 파라미터 f 가 감소하게 되고 지균풍이 강해진다. 따라서 이 영역에서는 공기의 남쪽 이동에 따른 지균풍의 강화로 발산이 나타나게 되고 상층으로 향하는 상승기류를 유발시키고 저기압을 유도하게 된다. 즉, 기존의 기압골이 이 발산 영역으로 이동하는 결과를 낳게 되어 파동이 역시 서쪽으로 진행하려 한다. 이와 같이 편서풍 지역에서 파동이 서쪽에서 동쪽으로 이동하지 않고 반대로 동쪽에서 서쪽으로 역행하는 현상이 일어난다. 실제로 파동의 역행 현상은 본문에서 설명한 대로 곡률 효과보다 위도 효과가 클 경우에 일어날 수 있는데 이 현상은 파동의 진폭이 매우 커야 가능하다.

8장 연습문제

1. 점 A, B, C, D가 각각 점 O의 북쪽, 동쪽, 남쪽, 서쪽으로 500 km씩 떨어져 있다. 각 점에서 바람의 (u, v) 성분은 의 단위로 A(10,10), B(10,10), C(5,0), D(10,0)이다. 점 O에서 소용돌이도의 연직 성분을 계산하라.



해설: 이 문제에서 설명한 바람의 수평 분포를 아래 그림에 나타내었다.



8장 연습문제

소용돌이도의 연직 성분 ζ 는 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned}
 \zeta &= \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \\
 &\approx \frac{\Delta v}{\Delta x} - \frac{\Delta u}{\Delta y} \\
 &= \frac{v_B - v_D}{\Delta x} - \frac{u_A - u_C}{\Delta y} \\
 &= \frac{10 \text{ m s}^{-1} - 0 \text{ m s}^{-1}}{1000 \text{ km}} - \frac{10 \text{ m s}^{-1} - 5 \text{ m s}^{-1}}{1000 \text{ km}} \\
 &= \frac{10 \text{ m s}^{-1}}{10^6 \text{ m}} - \frac{5 \text{ m s}^{-1}}{10^6 \text{ m}} \\
 &= \frac{5 \text{ m s}^{-1}}{10^6 \text{ m}} \\
 &= 5 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}
 \end{aligned}$$

8장 연습문제

2. 위 그림은 지표면 근처의 전선 영역을 나타낸다. 여기서 등치선은 해면으로부터 1000 hPa 면의 고도이다. 쇄선은 겹쳐진 소용돌이도 십자이고, 십자선의 각 끝은 중심으로부터 100 km 거리에 놓여 있다. 중심은 3 dam의 1000 hPa 고도에 위치한다. $f = 10^{-4} s^{-1}$ 으로 잡고 십자의 중심에서 지균 상대 소용돌이도를 계산하라. 전선에 접근하는 공기는 5 시간 안에 0의 상대 소용돌이도로부터 이 값의 소용돌이도까지 증가한다.

f 의 변화를 무시할 만하다고 가정하여 이 기간에 대한 평균 수렴을 계산하라.

해설: 지균 상대 소용돌이도 ζ_g 는 다음 공식으로 계산된다.

$$\zeta_g = \frac{g}{fa^2} [\bar{h} - h_O] \quad \text{여기서 } \bar{h} = \frac{h_A + h_B + h_C + h_D}{4}$$

이 문제의 그림에서 십자선의 중심점을 O 로, 십자선의 각 끝에 있는 점을 동으로부터 시작하여 반시계 방향으로 각각 A, B, C, D 로 표시하기로 한다.

그러면 $h_A = 60m$, $h_B = 0m$, $h_C = 60m$, $h_D = 60m$, $h_O = 30m$ 이다. 그리고 $a = 50km$ 로 문제에서 주어졌다. \bar{h} 는 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} \bar{h} &= \frac{60m + 0m + 60m + 60m}{4} \\ &= 45m \end{aligned}$$

그러므로

$$\begin{aligned} \zeta_g &= \frac{9.8m s^{-2}}{10^{-4} s^{-1} \times (50km)^2} \times [45m - 30m] \\ &= \frac{9.8m s^{-2} \times 15m}{10^{-4} s^{-1} \times 25 \times 10^8 m^2} \\ &= 5.88 \times 10^{-4} s^{-1} \end{aligned}$$

한편 그 다음 질문의 수렴을 계산하려면 다음 소용돌이도 방정식을 이용하면 된다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\zeta_a} \frac{d\zeta_a}{dt} &= -\text{Div}_H V \\ \frac{d \ln \zeta_a}{dt} &= -\text{Div}_H V \end{aligned}$$

8장 연습문제

위 식을 시간으로 적분하면 다음과 같이 된다.

$$\int_{t=0}^{t=5hr} d\ln\zeta_g = - \int_{t=0}^{t=5hr} \text{Div}_H V dt$$

$$\ln\zeta_a(t=5hr) - \ln\zeta_a(t=0) = -\text{Div}_H V \times (5hr - 0hr)$$

$$-\text{Div}_H V = \frac{\ln(\zeta+f)_{t=5hr} - \ln(\zeta+f)_{t=0}}{5hr}$$

$$= \frac{\ln(\zeta_{t=5hr} + f) - \ln f}{5hr}$$

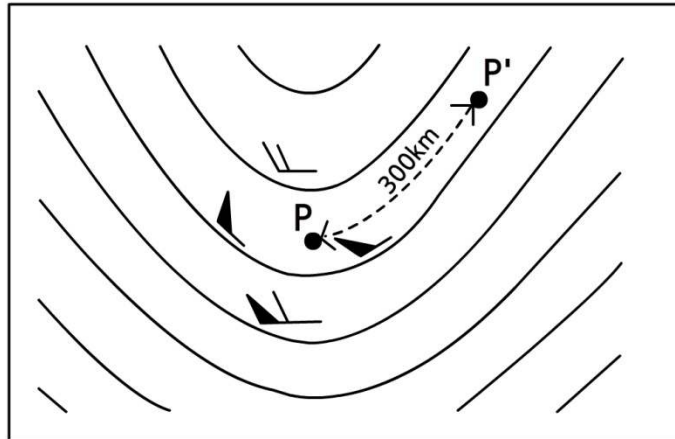
$$= \frac{\ln(5.88 \times 10^{-4} + 10^{-4}) - \ln 10^{-4}}{5 \times 3600 s}$$

$$= \frac{\ln 6.88}{1.8 \times 10^4 s}$$

$$\approx 1.1 \times 10^{-4} s^{-1}$$

8장 연습문제

3. 공기가 30°N의 비발산 고도에서 골 주위를 흐르고 있다. 그 곡률 반경은 300 km이고 속도는 10 ms^{-1} 이다. 공기가 북쪽으로 이동하는데 60°N에서 속도는 그대로 10 ms^{-1} 이다. 그 동안의 쉬어를 무시하고 곡률 유형과 곡률 반경을 계산하라.



위에 상층 골 주위에서 관측한 바람을 기입하였다. 각 관측 지점은 점 P로부터 북쪽, 동쪽, 남쪽, 서쪽으로 100km씩 떨어져 있다. 북쪽과 남쪽에 있는 관측지점에서는 서풍이 불고 있는 반면, 동쪽과 서쪽에 위치한 관측지점에서는 각각 남서풍과 북서풍이 불고 있다. 점 P에서 상대 소용돌이도를 계산하라.

소용돌이도는 점 P의 풍하 쪽으로 감소하여 등고선을 따라 측정한 거리 300km 지점인 점 P'에서 0이 된다. 이 거리에 걸쳐 평균한 풍속은 60 ms^{-1} 이다. 이 거리를 따라서 소용돌이도 이류의 크기를 계산하라. 그리고 점 P와 점 P' 사이의 평균 발산을 계산하라. $f = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ 을 이용하라.

해설: 비발산 고도에서는 절대 소용돌이도가 보존된다. 그리고 자연좌표계에서 상대 소용돌이도는 다음과 같이 표현된다.

$$\zeta = \frac{V}{r} - \frac{\partial V}{\partial n}$$

이 문제에서 시어를 무시하라고 했으므로 $\frac{\partial V}{\partial n} = 0$ 이다. 따라서 $\zeta = \frac{V}{r}$ 이다. 절대 소용돌이도 $\zeta_a = \zeta + f$ 가 보존되므로

$$\left(\frac{V}{r} + f\right)_{\text{처음}} = \left(\frac{V}{r} + f\right)_{\text{나중}}$$

이다.

8장 연습문제

그러므로 나중 상태의 상대 소용돌이도 V/r 는 다음과 같이 계산될 수 있다.

$$\begin{aligned} \left(\frac{V}{r}\right)_{\text{나중}} &= \left(\frac{V}{r}\right)_{\text{처음}} + f_{\text{처음}} - f_{\text{나중}} \\ &= \frac{10 \text{ m s}^{-1}}{300 \text{ km}} + 2 \times 7.292 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1} \times [\sin(\pi/6) - \sin(\pi/3)] \\ &= \frac{10 \text{ m s}^{-1}}{3 \times 10^5 \text{ m}} + 2 \times 7.292 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1} \times (0.866 - 0.5) \\ &\approx 3.333 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1} + 5.338 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1} \\ &= 8.671 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

따라서 나중 상태의 곡률 반경은 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} r &= \frac{V}{8.671 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}} \\ &= \frac{10 \text{ m s}^{-1}}{8.671 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}} \\ &\approx 1.15 \times 10^5 \text{ m} \\ &= 115 \text{ km} \end{aligned}$$

곡률 반경 값이 r 양이므로 곡률 유형은 나중 상태에서도 저기압성 곡률을 유지하게 된다.

주어진 그림에서 점 P의 북쪽 지점에서는 $u = 8.5 \text{ m s}^{-1}$, $v = 0$ 이고, 동쪽 지점에서는 $u = 25\sqrt{2}/2 \text{ m s}^{-1}$, $v = 25\sqrt{2}/2 \text{ m s}^{-1}$ 이고, 남쪽 지점에서는 $u = 30 \text{ m s}^{-1}$, $v = 0$ 이고, 서쪽 지점에서는 $u = 25\sqrt{2}/2 \text{ m s}^{-1}$, $v = -25\sqrt{2}/2 \text{ m s}^{-1}$ 이다. 따라서 점 P에서 상대 소용돌이도는 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} \zeta &= \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \\ &\approx \frac{\Delta v}{\Delta x} - \frac{\Delta u}{\Delta y} \\ &= \frac{25\sqrt{2}/2 \text{ m s}^{-1} - (-25\sqrt{2}/2 \text{ m s}^{-1})}{200 \text{ km}} - \frac{8.5 \text{ m s}^{-1} - 30 \text{ m s}^{-1}}{200 \text{ km}} \\ &= \frac{25\sqrt{2} \text{ m s}^{-1}}{2 \times 10^5 \text{ m}} - \frac{-21.5 \text{ m s}^{-1}}{2 \times 10^5 \text{ m}} \\ &\approx 1.768 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1} + 1.075 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1} \\ &= 2.843 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

다음으로 소용돌이도 이류를 계산해 보자. 소용돌이도 이류항은 $V\partial\zeta_a/\partial s$ 으로서 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} V\frac{\partial\zeta_a}{\partial s} &= 60 \text{ m s}^{-1} \times \frac{2.843 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1} - 0 \text{ s}^{-1}}{3 \times 10^5 \text{ m}} \\ &= 5.686 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2} \end{aligned}$$

8장 연습문제

그리고 소용돌이도 방정식에 의하면 평균 발산은 다음 식으로 계산된다.

$$\begin{aligned}\text{Div}_H V &= -\frac{1}{\zeta_a} \frac{d\zeta_a}{dt} \\ \frac{d\zeta_a}{dt} &= V \frac{\partial \zeta_a}{\partial s} \\ \text{Div}_H V &= -\frac{1}{\zeta_a} V \frac{\partial \zeta_a}{\partial s} \\ &= -\frac{1}{2.843/2 \times 10^{-4} s^{-1} + 10^{-4} s^{-1}} \times 5.686 \times 10^{-8} s^{-2} \\ &\approx -2.348 \times 10^{-4} s^{-1}\end{aligned}$$

발산 값이 음이므로 수렴이 나타난다.

4. 어떤 공기기둥 전체가 발산 형태의 흐름을 갖게 되면 이 공기 기둥의 절대 소용돌이도가 시간에 따라 지수적으로 감소하게 됨을 보여라.

해설: 소용돌이도 방정식을 다시 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{d\zeta_a}{dt} = -\zeta_a \text{Div}_H V = -\zeta_a \nabla \cdot \vec{V}$$

그러므로 위 식을 시간에 따라 적분하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\int_0^t \frac{d\zeta_a}{\zeta_a} &= -\int_0^t \nabla \cdot \vec{V} dt \\ \int_0^t d \ln \zeta_a &= -\nabla \cdot \vec{V} \int_0^t dt \\ \ln \zeta_a(t) - \ln \zeta_a(0) &= -\nabla \cdot \vec{V} \times t \\ \ln \frac{\zeta_a(t)}{\zeta_a(0)} &= -\nabla \cdot \vec{V} \times t \\ \zeta_a(t) &= \zeta_a(0) \exp(-\nabla \cdot \vec{V} \times t)\end{aligned}$$

이 식은 공기 기둥 전체가 발산($\nabla \cdot \vec{V} > 0$)을 나타낼 때 절대 소용돌이도가 시간에 따라 지수적으로 감소함을 나타내고 있다.

8장 연습문제

5. 30°N 에 있는 공기 덩이가 절대 소용돌이도를 보존시키면서 북쪽으로 이동한다. 이 공기 덩이의 초기 상대 소용돌이도가 $5 \times 10^{-5} \text{s}^{-1}$ 이라면, 이 공기 덩이가 90°N 에 도착했을 때 상대 소용돌이도가 얼마로 되는지 계산하라.

해설: 절대 소용돌이도가 보존되므로 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다.

$$(\zeta + f)_{\text{처음}} = (\zeta + f)_{\text{나중}}$$

그러므로 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} \zeta_{\text{나중}} &= \zeta_{\text{처음}} + f_{\text{처음}} - f_{\text{나중}} \\ &= 5 \times 10^{-5} \text{s}^{-1} + 2 \times 7.292 \times 10^{-5} \text{s}^{-1} \times [\sin(\pi/6) - \sin(\pi/2)] \\ &= 5 \times 10^{-5} \text{s}^{-1} + 2 \times 7.292 \times 10^{-5} \text{s}^{-1} \times (0.5 - 1) \\ &= 5 \times 10^{-5} \text{s}^{-1} - 7.292 \times 10^{-5} \text{s}^{-1} \\ &= -2.292 \times 10^{-5} \text{s}^{-1} \end{aligned}$$

따라서 공기 덩이가 90°N 에 도착하면 고기압성 소용돌이도를 갖게 된다.

9장 연습문제

1. 건조단열감율 Γ_d 의 값을 구하라.

해설:
$$\Gamma_d = \frac{g}{C_p} = \frac{9.8 \text{ m s}^{-2}}{1004 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}}$$

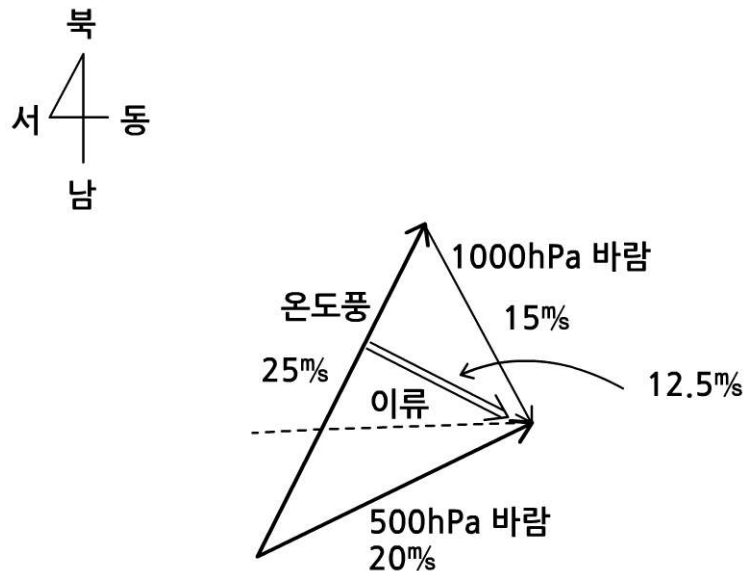
$$= \frac{9.8 \text{ m s}^{-2}}{1004 \text{ kg m s}^{-2} \text{ m kg}^{-1} \text{ K}^{-1}}$$

$$= \frac{9.8 \text{ K}}{1.004 \times 10^3 \text{ m}}$$

$$\approx 10 \text{ K/km}$$

2. 찬 공기가 한랭 전선 뒤에서 따뜻한 바다 위를 흐르고 있다. 1000hPa 지균풍은 330° 방향 15 m s^{-1} 인 반면, 500hPa 지균풍은 240° 방향 20 m s^{-1} 이다. $f = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ 과 $g = 10 \text{ m s}^{-2}$ 으로 잡고, 이 두 층 사이에서 이류를 통한 공기의 6시간 평균 국지적 온도 변화를 계산하라.

해설: 이 문제에 대하여 그림 6.1과 비슷한 그림을 다음과 같이 그릴 수 있다.



9장 연습문제

북반구에서 온도풍은 등온선에 나란히 불고 찬 쪽을 왼쪽에 두고 불기 때문에 이 그림에서 온도풍과 이류의 방향을 볼 때 한랭이류가 존재함을 알 수 있다. 등압 좌표계에서 온도풍(\vec{V}_T)은 다음과 같이 표현된다.

$$\vec{V}_T = -\frac{R}{f} \int_{p_l}^{p_u} (\vec{k} \times \nabla_p T) d \ln p$$

그러므로 온도풍 크기는 다음과 같이 계산된다.

$$|\vec{V}_T| = \frac{R}{f} |\nabla_p T| \ln \frac{p_l}{p_u}$$

따라서 온도 경도는 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} |\nabla_p T| &= |\vec{V}_T| \frac{f}{R} \left(\ln \frac{p_l}{p_u} \right)^{-1} \\ &= 25 \text{ m s}^{-1} \times \frac{10^{-4} \text{ s}^{-1}}{287 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}} \left(\ln \frac{1000}{500} \right)^{-1} \\ &= 25 \text{ m s}^{-1} \times \frac{10^{-4} \text{ s}^{-1}}{287 \text{ kg m s}^{-2} \text{ m kg}^{-1} \text{ K}^{-1}} (\ln 2)^{-1} \\ &\approx \frac{1.25 \text{ K}}{100 \text{ km}} \end{aligned}$$

따라서 이류는 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} |-\vec{V} \cdot \nabla T| &= 12.5 \text{ m s}^{-1} \times \frac{1.25 \text{ K}}{100 \text{ km}} \\ &= 12.5 \text{ m s}^{-1} \times \frac{1.25 \text{ K}}{10^5 \text{ m}} \\ &\approx 1.56 \times 10^{-4} \text{ K s}^{-1} \end{aligned}$$

그러므로 이 이류를 통한 6시간 평균 국지적 온도 변화는 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} &= -\left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = -\vec{V} \cdot \nabla T \quad \text{이므로} \\ \Delta T &= |-\vec{V} \cdot \nabla T| \times \Delta t \\ &= 1.56 \times 10^{-4} \text{ K s}^{-1} \times 6 \times 3600 \text{ s} \\ &\approx 3.37 \text{ K} \end{aligned}$$

즉, 한랭이류가 존재하므로 6시간에 기온이 약 3.4°C 감소한다.

9장 연습문제

3. 6시간 후에 같은 점에서 500hPa 면의 고도가 4dam 만큼 떨어졌다. 같은 시간 기간에서 지상 기압의 변화는 얼마인가?(6dam=8hPa로 취급하라.)

해설: 500hPa면의 고도가 4dam(=40m) 낮아지면 그 아래 공기 기둥 속으로 출입하는 수평 발산과 수렴이 없을 때 지상기압도 40m의 공기 기둥에 해당하는 기압만큼 낮아질 것이다. $\delta p = -\rho g \delta z$ 의 공식을 이용하면 다음과 같이 낮아지는 지상 기압의 양을 계산할 수 있다. 공기의 밀도는 상공으로 갈수록 지수적으로 감소한다. 따라서 500hPa 부근의 밀도는 $\rho(z) = \rho(0)\exp(-z/H)$ < 여기서 H 는 규모고도 > 를 사용하여 계산한다.

$$\begin{aligned}\rho(5km) &= 1.2 \text{ kg m}^{-3} \times \exp(-5km/8km) \\ &= 0.64 \text{ kg m}^{-3}\end{aligned}$$

그러므로 낮아지는 지상 기압 $|\delta p|$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}|\delta p| &= |-\rho g \delta z| \\ &= 0.64 \text{ kg m}^{-3} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 40 \text{ m} \\ &\approx 250 \text{ Nm}^{-2} \\ &= 250 \text{ Pa} \\ &= 2.5 \text{ hPa}\end{aligned}$$

9장 연습문제

4. 어떤 위치에서 층두께 변화를 일으키는 두 가지 다른 과정을 간단히 기술하라. 이 때 중요한 순서를 전망하라.

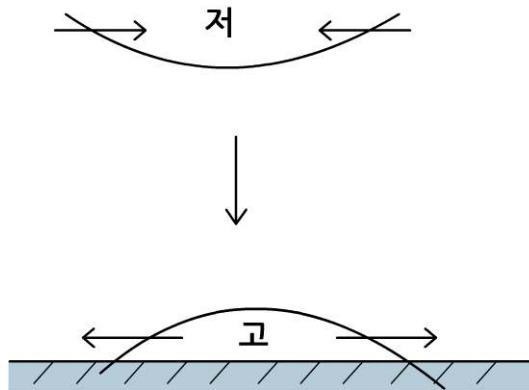
해설: 첫 번째 과정: 온도 이류에 의해 층두께가 변한다. 온난 이류가 발생하면 층두께가 증가하고 한랭 이류가 발생하면 층두께가 감소한다. 온도 이류에 의한 층두께 변화율을 계산하려면 방정식 (9.4)의 오른쪽 첫 번째 항을 연직 적분하면 된다.

두 번째 과정: 연직 운동에 의해 층두께가 변한다. 안정한 대기에서는 $-\partial T/\partial p < \Gamma_d$ 이므로 상승 운동이 발생하면 단열 냉각에 의해 층두께가 감소하고 하강 운동이 발생하면 단열 승온에 의해 층두께가 증가한다. 연직 운동에 의한 층두께 변화율을 계산하려면 방정식 (9.4)의 오른쪽 두 번째 항을 연직 적분하면 된다.

9장 연습문제

5. 비지균 운동과 소용돌이도 모두의 관점에서부터 최대 한랭 이류가 어떻게 지상에서 기압 상승을 일으킬 수 있는지 선도를 사용하여 설명하라.

해설: 한랭 이류가 발생할 때 나타나는 등압면 구조와 비지균 운동인 수렴과 발산을 아래와 같이 그림으로 나타내었다.



한랭 이류가 발생하면 층두께가 감소하여 지오퍼텐셜 경도 변화가 생겨서 상층에 수렴이 나타나고 이로 인하여 하강 운동이 일어난다. 결국 지상에 발산이 나타나며 지상 기압은 증가하게 된다. 즉, 한랭 이류에 의하여 발생한 비지균 운동인 상층 수렴과 하층 발산이 지상 기압을 상승시키게 된다.

이 현상을 소용돌이도 관점에서 설명해 보자. 한랭 이류가 발생하면 층두께가 감소하는데 이는 상층에 양의 소용돌이도를 유발시키고 하층에 음의 소용돌이도를 유발시킨다. 이것은 바로 상층에 수렴에 의한 소용돌이도 변화와, 하층에 발산에 의한 소용돌이도 변화와 연관된다. 결국, 한랭 이류에 의해 발생한 하층의 음의 소용돌이도가 지상 기압 상승과 연관된다.

10장 연습문제

1. 로스비(Rossby) 위치 소용돌이도와 에르텔(Ertel) 위치 소용돌이도의 차이를 설명하라.

해설: 로스비(Rossby) 위치 소용돌이도는 순압 위치 소용돌이도라고도 부르는데 그 이유는 순압 대기에서 로스비 위치 소용돌이도가 운동을 따라 보존되기 때문이다. (x, y, z) 의 직각 좌표계에서 로스비 위치 소용돌이도(Rossby PV)는 다음과 같이 표현된다.

$$\text{Rossby PV} = (\zeta_g + f)/h$$

여기서 h 는 유체의 깊이를 나타낸다.

반면 에르텔(Ertel) 위치 소용돌이도는 경압 위치 소용돌이도라고도 부른다. 이 에르텔 위치 소용돌이도(Ertel PV)는 (x, y, θ) 의 등온위면 좌표계에서 다음과 같이 표현된다.

$$\text{Ertel PV} = (\rho_\theta + f)/\sigma$$

여기서 $\sigma \equiv -g^{-1} \partial p / \partial \theta$ 이다. 이 에르텔 위치 소용돌이도는 마찰이 없는 단열 과정에서 등온위면을 따라 보존된다.

10장 연습문제

2. 60°N 에서 초기에 $\zeta = 0$ 인 공기 기둥의 지명으로부터 10km 고도에 위치한 대류 권계면까지 뻗어 있다. 만일 이 공기 기둥이 45°N 에 위치한 2.5km 높이의 산을 넘어간다면, 산 정상에 지나갈 때 절대 소용돌이도와 상대 소용돌이도를 계산하라. 단 순압 대기에서 위치소용돌이도가 어떻게 변화하는지 설명하라.

해설: 순압 대기로 간주하면 로스비 위치 소용돌이도가 보존되면서 공기 기둥이 산을 넘어간다. 그러면 다음 식이 성립한다.

$$\left(\frac{\zeta+f}{h}\right)_{\text{나중}} = \left(\frac{\zeta+f}{h}\right)_{\text{처음}}$$

처음에는 $\zeta = 0$ 이고 $f = 2\Omega\sin 60^\circ$ 이며 $h = 10\text{km}$ 이다. 그리고 나중인 산 정상에서는 $f = 2\Omega\sin 45^\circ$ 이고 $h = 10\text{km} - 2.5\text{km} = 7.5\text{km}$ 이다. 따라서 산 정상에서의 상대 소용돌이도 ζ 는 다음과 같이 계산된다.

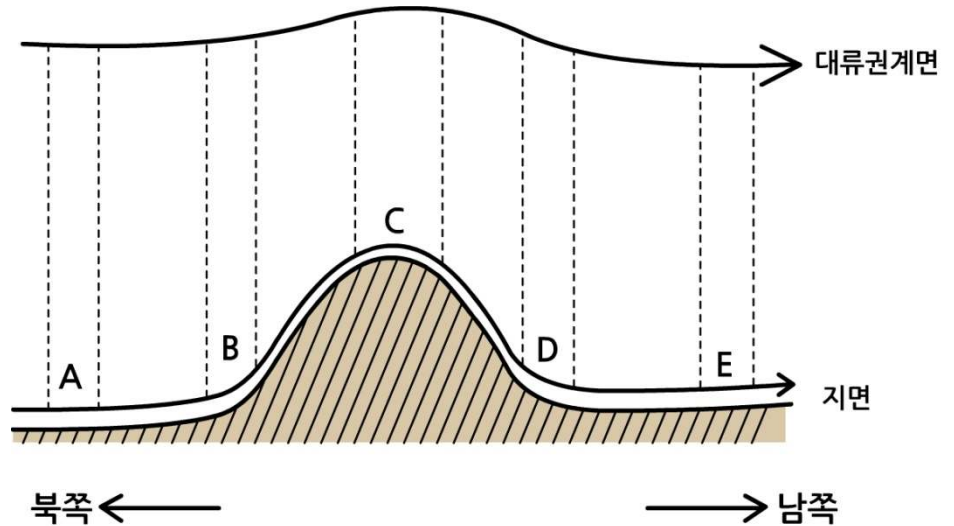
$$\begin{aligned} \zeta &= \left(\frac{\zeta+f}{h}\right)_{\text{처음}} \times h_{\text{나중}} - f_{\text{나중}} \\ &= \frac{0 + 2 \times 7.292 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1} \times \sin(\pi/3)}{10^4 \text{ m}} \times 0.75 \times 10^4 \text{ m} \\ &\quad - 2 \times 7.292 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1} \times \sin(\pi/4) \\ &\approx 9.47 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1} - 10.31 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1} \\ &= -0.84 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

그리고 산 정상에서의 절대 소용돌이도(ζ_a)는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \zeta_a &= \zeta + f \\ &= -0.84 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1} + 2 \times 7.292 \times 10^{-5} \times \sin(\pi/4) \\ &= -0.84 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1} + 10.31 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1} \\ &= 9.47 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

10장 연습문제

산을 북쪽으로부터 남쪽으로 넘어가는 공기 기둥의 흐름은 다음 그림과 같다.



A의 위치에서 $\zeta=0$ 이므로 로스비 위치 소용돌이도 값은 $2\Omega\sin(\pi/3)s^{-1}/10km$ 이다. 이 값이 산을 넘어가면서 계속 보존되어야 한다. B의 위치에서는 유체의 흐름상 공기 기둥 깊이 h 가 $10km$ 보다 약간 더 커진다. 그리고 f 의 값은 약간 더 작아진다. 따라서 로스비 위치 소용돌이도 $(\zeta+f)/h$ 가 보존되어야 하므로 ζ 값은 약간 커져야 한다. 즉 작은 양의 소용돌이도를 갖게 된다. C의 위치에서는 h 가 많이 작아지고 f 값이 더 작아지므로 앞에서 계산한 대로 음의 소용돌이도 즉 고기압성 소용돌이도가 나타난다. 이제 산을 넘어서 D의 위치에 오게 되면 h 는 B의 위치에서와 같아지지만 f 값이 더 작아지므로 B의 위치보다 더 큰 값의 양의 상대 소용돌이도가 생긴다. 그리고 공기 기둥이 E의 위치에 도달하면 h 는 A의 위치에 있던 공기 기둥의 h 와 같아지는데 이 때는 A의 위치보다 훨씬 남쪽에 위치하게 되어 f 가 많이 작아져서 ζ 가 양의 값을 계속 갖게 된다.

10장 연습문제

3. 공기 기둥의 차고 안정한 지역으로부터 따뜻하고 불안정한 지역으로 이동할 때, 이 공기 기둥의 상대 소용돌이도가 어떻게 변화하는지 설명하라.

해설: 공기 기둥이 차고 안정한 지역으로부터 따뜻하고 불안정한 지역으로 이동하면 공기 기둥이 늘어나서 양의 소용돌이가 증가한다. 그 이유는 위치 소용돌이도 보존 법칙으로 설명할 수 있다. 로스비 위치 소용돌이도 $(\zeta+f)/h$ 가 보존되어야 하므로 이 경우에 f 의 변화가 거의 없다고 가정하면 h 가 증가하므로 ζ 가 증가해야 하기 때문이다. 본문에 소개된 에르텔 위치 소용돌이도 $P \approx \frac{1}{\rho} \zeta_a \frac{\partial \theta}{\partial z}$ 보존을 사용하여 그 이유를 설명할 수 있다. 그림 10.1에 보인 것처럼 따뜻한 불안정한 지역에서 온위 차 $\delta\theta$ 인 두 온위 면에 경계를 둔 공기 기둥이 늘어나서 기둥의 두께 δz 가 증가하게 되므로 ζ_a 가 증가해야 한다. 이 경우에도 f 의 변화가 거의 없다면 상대 소용돌이도 ζ 가 증가해야 한다.

4. 하층 경압 지역 위에 상층 PV 아노말리가 도착함으로써 생기는 저기압 발생 과정을 설명하라.

해설: 그림 10.4에서와 같이 지상의 경압 지역 상공으로 기압골이 도달하면 즉, 상층에 양의 위치 소용돌이도 아노말리가 도달하면, 하층까지 영향을 미쳐 하층에 저기압성 순환을 일으킨다. 이 순환은 상층 기압골의 전면(일반적으로 동쪽)의 지상에서 온난 이류를 일으킨다. 이 순환이 지상에서 위치 소용돌이도 아노말리를 유발시키는데 이것이 다시 상층 아노말리를 강화시킨다.

10장 연습문제

5. 중부 대류권에 잠열 방출이 활발할 때, PV가 연직 방향으로 재분포되는 과정을 설명하라.

해설: 그림 10.5에서 보인 것처럼 중부 대류권에서 잠열 방출이 활발할 때 상승 현상이 나타나 중부 대류권에서 등온위 면이 낮아진다. 그러면 대류권 상부에서는 $\partial\theta/\partial z$ 가 작아지고 대류권 하부에서는 $\partial\theta/\partial z$ 가 커진다. 그러므로 에르텔 위치 소용돌이도 값이 대류권 상부에서 작아지고 하부에서 커진다. 즉 대류권 상부에서 음의 위치 소용돌이도 아노말리가 나타나고 하부에서는 양의 위치 소용돌이도 아노말리가 나타난다. 공기 기둥 안의 총 위치 소용돌이도 값은 변하지 않고 위치 소용돌이도가 대류권 하부에 집중되어서 저기압성 소용돌이도를 강화시키게 된다. 반면에 상부 대류권에서는 위치 소용돌이도 감소로 고기압성 소용돌이도 쪽으로 변하게 된다.

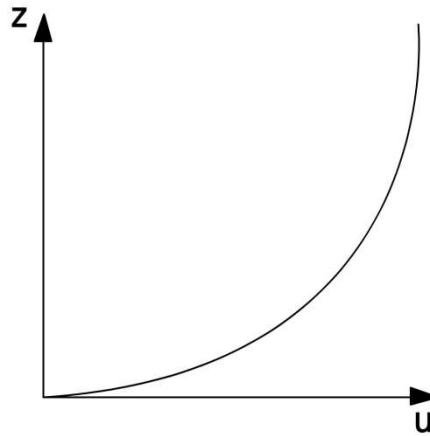
11장 연습문제

1. 경계층을 정의하라.

해설: 경계층은 대기층에서 지표면의 영향을 직접 받는 부분을 말한다. 경계층은 인간을 포함하는 동식물이 생존하는 매우 중요한 영역이며, 대부분의 자연현상이 이곳에서 발생한다. 경계층의 높이는 지표로부터 약 100m에서 1km 정도이다. 지표면의 열과 수분은 경계층으로 공급되고, 이것은 궁극적으로 기상 시스템의 에너지원이 된다. 동시에 공기의 운동에 표면 마찰력이 영향을 미치는데, 이러한 영향은 운동량을 감소시킨다. 경계층의 상태와 구조는 습도, 온도, 바람의 변화에 의존한다. 즉, 경계층은 지면의 영향에 가장 민감하게 반응하는 대기층을 의미한다. 시간 또는 그 보다 더 작은 시간 규모(Time-scale)에서 지표 강제력에 반응하며, 일 또는 그 보다 더 긴 시간 규모에서 대류권 전체는 지표로부터의 열과 수분에 영향을 받는다.

11장 연습문제

2. 경계층에서 윈드 프로파일의 아래와 같이 주어졌을 때(그림 1),



[그림 1] 균일 지표의 경우 윈드 프로파일

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{A}{z} \quad (1)$$

고도에 따른 수평 풍속 u 는 식(1) 같은 관계를 가진다. 여기서 A 는 풍속과 지표 상태에 의존하는 상수이다. 식(1)을 적분하여 u 를 구하라.

해설: 식(1)을 적분하면, 다음과 같다.

$$u_{(z)} = A \ln z + B$$

여기서 B 는 적분 상수이고, $u_{(z)}$ 는 z 높이에서의 수평 풍속이다. 그러므로 경계층에서의 이상적인 흐름은, 문제에서 주어진 그림 1과 같은 대수(로그)함수의 경향을 보인다.

11장 연습문제

3. 연습문제 2번에서 상수 A 를 표면 마찰력에 의해 기계적으로 변하는 난자(에디, Eddy)의 이동한 거리 즉 혼합길이(l)와 혼합길이에 따라 변하는 난자 직경의 상수 즉 카르만 상수(k)로 대체되는 과정을 유도하고 설명하라.

해설: 난류경계층에서 난자가 운동량 등의 물리량을 변화시키지 않고 이동하는 거리를 혼합길이라고 하며, 다음과 같다.

$$l = kz \quad (1)$$

여기서 l 은 혼합길이이다. k 는 카르만 상수로 약 0.4의 값을 가지며, 이것은 지표로부터 1cm일 때 난자의 직경은 0.4cm, 500m일 때는 200m임을 의미한다.

난류는 자유대기로부터 하강하는 운동량에 의한 메커니즘이다. 높은 운동량의 공기는 하강하고, 지표에 가까워질수록 마찰에 의해 에너지 손실을 일으킨다. 고도 ($z+1$)에서 평균 속도 $u(z+1)$ 를 가지는 단위 질량(Mass)의 공기 덩어리가 고도 z 까지 난류에 의해 이동되어진다고 하자. 그 공기는 운동량을 보존하기 때문에, 속도는 주변의 평균 속도(u')를 초과하게 된다. 여기서 u' 는 다음과 같다.

$$u' = l \frac{\partial u}{\partial z} \quad (2)$$

그러므로 이 때 운동량은 $mass \times u'$ 이며, 단위 체적일 경우는 $\rho u'$ 이다. 결과적으로 단위 면적(Area)에 대한 운동량 플럭스(τ)는 난자와 연관된 연직 속도 w' 를 곱하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\tau = \rho u' w' \quad (3)$$

11장 연습문제

또한, τ 는 전단응력(Shearing Stress)으로도 해석될 수도 있다. 즉, 운동량 플럭스와 같은 차원을 가지고 있는 단위 면적에 가해지는 힘과 같다. 난류운동은 평균적으로 충분히 회전하기 때문에, $u' = w'$ 이고, 운동량 플럭스는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tau = \rho u_*^2 \quad (4)$$

여기서 u_* 는 마찰속도이고, $u_* = u' = w'$ 이다. u_* 는 이론상의 경계층에서 일정하고, 그 크기는 자동풍속기록계(Anemograph)에서 기록되는 돌풍(Gust)과 련(Lull)을 나타낼 수 있다. 따라서, 식(2)는 다음과 같이 고쳐 쓸 수 있다.

$$u_* = l \frac{\partial u}{\partial z} \quad (5)$$

이것을 식(1)과 결합하면, 다음과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{u_*}{kz} \quad (6)$$

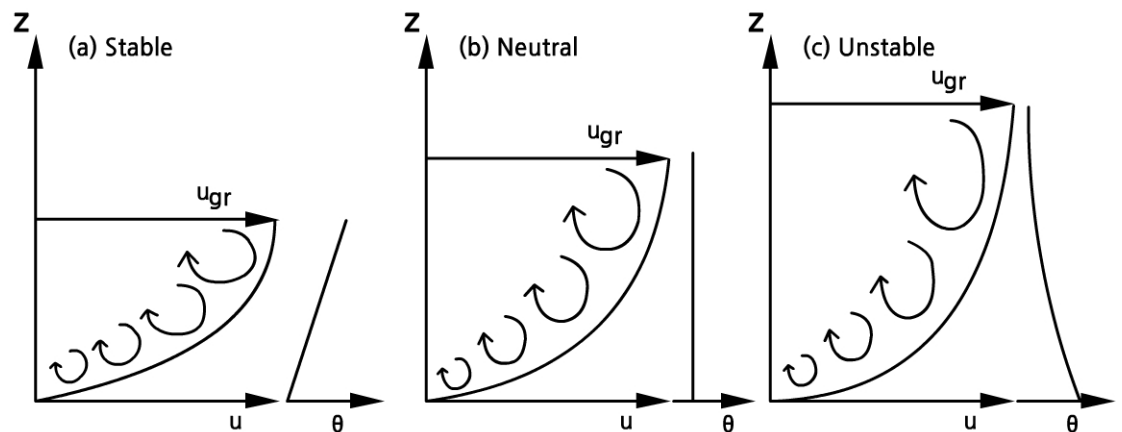
결과적으로, 연습문제 2번에서 주어진 식($\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{A}{z}$)의 상수 A 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$A = \frac{u_*}{k} \quad (7)$$

11장 연습문제

4. 경계층의 3가지 유형(안정, 중립, 불안정)을 바람과 온위로 설명하고 묘사하라.

해설: 경계층의 3가지 유형(안정, 중립, 불안정)을 바람과 온위로 묘사하면 다음의 그림과 같다. 그림에서, u 는 수평방향 바람성분, θ 는 온위, 곡선의 화살표는 난자(Eddy)를 나타낸다.



[그림 11.22] 안정도에 따른 난자 형태와 바람 및 온위의 프로파일

가운데 그림은 부력이 작용하지 않는, 즉 연직 고도에 따른 온위의 변화가 없는 상태가 중립 경계층의 경우에 해당한다. 대기가 불안정한 경우는(오른쪽 그림), 연직 고도에 따른 기온감률 즉, 온위가 작아지고, 연직 운동의 확장 때문에 난류의 연직 발달은 강화된다. 반면에 고도에 따라 온위의 증가하는 안정한 상태(왼쪽 그림)에서는, 난류의 연직 발달은 약화된다.

난자들은 중립 경계층에서 $w' = u'$ 로 회전한다. 불안정한 경계층에서의 역학적(기계적) 난류는 여전히 지표 부근에서는 지배적이나, 고도가 증가함에 따라 부력의 영향에 의해 $w' > u'$ 의 상태가 되기 때문에, 난자는 연직으로 뻗어 나간다. 그러므로 위로부터의 운동량 플럭스는 강화되고, 저층에서의 바람은 강해진다.

안정한 경계층일 경우, 지표 부근에서는 역학적 난류가 지배적이고 난자는 회전하나, 고도가 증가함에 따라 부력이 연직 운동에 저항하여 버팀으로서 난자는 옆으로 평평하게 퍼지는 형태가 된다. 즉, $w' < u'$ 의 상태가 되고, 위로부터의 운동량 플럭스가 억제되기 때문에 지표 부근의 바람은 약해진다.

11장 연습문제

이러한 안정한 상태에서 억제된 운동량 플럭스는 비록 중립의 경우보다 지표 부근의 바람이 더 약하다 할지라도 하층에서의 운동량 손실이 없는 만큼 고도별 바람은 더 강하다는 것을 의미한다. 불안정한 상태에서 운동량은 경계층 내에서 더 균등하게 분산된다. 그 결과, 고도별 바람은 중립의 경우보다 더 약하고, 지표 부근의 바람은 더 강하다. 이러한 연직 변화량의 증가는 경계층을 더 깊게 하고, 반면에 안정한 프로파일은 경계층 깊이를 제한한다.

5. 보우엔 비(Bowen Ratio)를 정의하라.

해설: 잠열과 현열 플럭스의 상대적인 중요성은 보우엔 비(β)로 알려진 파라미터로 정량화 할 수 있다. 보우엔 비는 현열 플럭스(H)와 잠열 플럭스(LE)의 비로 다음과 같다.

$$\beta = H / \dots$$

보우엔 비는 다음의 식에 의해서 근사될 수 있을 것이다.

$$\beta = \frac{C_p \partial T / \partial z}{L \partial r / \partial z} \quad \text{or} \quad \beta = \frac{C_p (T_1 - T_2)}{L(r_1 - r_2)}$$

여기서 r 은 습도혼합비(Humidity Mixing Ratio), C_p 는 정압비열, L 은 증발 잠열이다.

열대 해양 상에서의 전형적인 주간 β 값은 평균 약 0.1로 추정되며, 습한 열대 밀림의 경우는 0.1~0.3, 온대 산림 및 초원의 경우는 0.4~0.8, 반건조(Semi-arid)성 지역의 경우는 2~6, 사막은 10 이상이다. 또한, β 값은 지표 수분의 변화에 따라 다양하다. 예를 들어, 강수 후와 같은 지표가 습한 경우에 β 값은 작고, 최대온도는 β 가 큰 값이었을 때만큼 도달하지 못한다. 이것은 태양복사의 많은 양이 지표 수분의 증발에 소비되기 때문이다. 그러므로 사막에서의 주간 온도는 같은 위도 상의 열대 우림 지역에 비해 매우 높다.

12장 연습문제

1. 정적 안정도 파라미터 $\sigma = -\alpha \partial \ln \theta / \partial p$ 가 다음과 같이 ϕ 의 항으로 표현될 수 있음을 증명 하라.

$$\sigma = \frac{\partial^2 \phi}{\partial p^2} - \frac{1}{p} \frac{\partial \phi}{\partial p} \left(\frac{R}{c_p} - 1 \right) = \frac{1}{p^2} \left(\frac{\partial}{\partial \ln p} - \frac{R}{c_p} \right) \frac{\partial \phi}{\partial \ln p}$$

해설: 온위 방정식은 다음과 같다.

$$\theta = T \left(\frac{p_0}{p} \right)^{R/c_p} = \frac{p\alpha}{R} \left(\frac{p_0}{p} \right)^{R/c_p} = p^{1-R/c_p} \alpha R p_0^{R/c_p}$$

이 식의 양변에 대수를 취하면 다음과 같다.

$$\ln \theta = \left(1 - \frac{R}{c_p} \right) \ln p + \ln \alpha + \text{상수}$$

위 식을 p 로 편미분하면 다음 식을 얻는다.

$$\frac{\partial \ln \theta}{\partial p} = \left(1 - \frac{R}{c_p} \right) \frac{1}{p} + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial p}$$

여기서 $\alpha = -\frac{\partial \phi}{\partial p}$ 이므로 이것을 위 식에 대입하고 양변에 $-\alpha$ 를 곱하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \sigma &= -\alpha \frac{\partial \ln \theta}{\partial p} = \left(1 - \frac{R}{c_p} \right) \frac{1}{p} \left(\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) + \frac{\partial^2 \phi}{\partial p^2} \\ &= \frac{1}{p} \left(\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) + \frac{\partial^2 \phi}{\partial p^2} - \frac{R}{c_p} \frac{1}{p} \left(\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \\ &= \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial p} \left(p \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) - \frac{R}{c_p} \frac{1}{p} \left(\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \\ &= \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial \ln p} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \ln p} \right) - \frac{R}{c_p} \frac{1}{p^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \ln p} \right) \\ &= \frac{1}{p^2} \left(\frac{\partial}{\partial \ln p} - \frac{R}{c_p} \right) \frac{\partial \Phi}{\partial \ln p} \end{aligned}$$

12장 연습문제

2. 등온 대기에서는 정적 안정도 파라미터 σ 가 기압의 제곱에 반비례함을 증명하라.

해설: 등압면 좌표계에서 정역학 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial p} = -\alpha = -\frac{RT}{p}$$

등온 대기에서는 $T = \text{상수}$ 이므로 위 정역학 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \ln p} = -RT = \text{상수}$$

그러므로 정적 안정도 파라미터 σ 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \sigma &= -\frac{1}{p^2} \frac{R}{c_p} \frac{\partial \Phi}{\partial \ln p} \\ &= -\frac{1}{p^2} \frac{R}{c_p} (-RT) \\ &= \frac{R}{c_p} \left(\frac{RT}{p^2} \right) \end{aligned}$$

이와 같이 σ 는 기압의 제곱에 반비례한다.

12장 연습문제

3. 500hPa 면에서 45°N 어느 지점의 상대 소용돌이도가 3시간당 $3 \times 10^{-6} s^{-1}$ 의 율로 증가하고 있다. 바람은 남서쪽으로부터 $20 m s^{-1}$ 로 불고 상대 소용돌이도는 북동쪽으로 100 km당 $4 \times 10^{-6} s^{-1}$ 의 율로 감소한다. 준지균 소용돌이도 방정식 (12.23)을 이용하여 β 평면에서 이 지점의 수평 발산을 계산하라.

해설: 준지균 소용돌이도 방정식 (12.23)은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta_g}{\partial t} &= -\vec{V}_g \cdot \nabla(\zeta_g + f) + f_0 \frac{\partial \omega}{\partial p} \\ &= -\vec{V}_g \cdot \nabla(\zeta_g + f) - f_0 \nabla \cdot \vec{V} \end{aligned}$$

위 식을 수평 발산에 대하여 다시 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{V} &= -\frac{1}{f_0} \left[\frac{\partial \zeta_g}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla(\zeta_g + f) \right] \\ &= -\frac{1}{f_0} \left[\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla \right) (\zeta_g + f) \right] \end{aligned}$$

이 문제에서 주어진 조건으로 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\frac{\partial \zeta_g}{\partial t} = \frac{3 \times 10^{-6} s^{-1}}{3 \times 3600 s} = 2.78 \times 10^{-10} s^{-2}$$

$$\begin{aligned} \vec{V}_g \cdot \nabla \zeta_g &= V \frac{\partial \zeta_g}{\partial s} = 20 m s^{-1} \times \frac{-4 \times 10^{-6} s^{-1}}{10^5 m} \\ &= -8 \times 10^{-10} s^{-2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{V}_g \cdot \nabla f &= v_g \frac{\partial f}{\partial y} \\ &= \beta v_g \\ &= 1.6 \times 10^{-11} m^{-1} s^{-1} \times 20 \sqrt{2} / 2 m s^{-1} \\ &\doteq 1.6 \times 10^{-11} \times 14.1 s^{-2} \\ &\doteq 2.26 \times 10^{-10} s^{-2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \nabla \cdot \vec{V} &= -10^4 s \times [2.78 \times 10^{-10} s^{-2} - 8 \times 10^{-10} s^{-2} + 2.26 \times 10^{-10} s^{-2}] \\ &= 2.96 \times 10^{-6} s^{-1} \end{aligned}$$

12장 연습문제

4. 다음과 같이 지오포텐셜 장이 주어져 있다.

$$\phi = \phi_0(p) + cf_0\{-y[\cos(\pi p/p_0) + 1] + k^{-1}\sin k(x-ct)\}$$

여기서 ϕ_0 는 p 만의 함수이고, c 는 상수인 속도이며, k 는 동서 방향 파수이다. 그리고 $p_0 = 1000hPa$ 이다.

(1) 위 지오포텐셜 장에 대응하는 지균풍과 상대 소용돌이도 장을 수식으로 표현하라.

해설: 지균풍은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}\vec{V}_g &= \vec{i}u_g + \vec{j}v_g \\ &= \vec{i}\left(-\frac{1}{f_0}\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right) + \vec{j}\left(\frac{1}{f_0}\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right) \\ &= \vec{i}\frac{1}{f_0}cf_0\left[\cos\left(\frac{\pi p}{p_0}\right) + 1\right] + \vec{j}cf_0\cos k(x-ct) \\ &= \vec{i}c\left[\cos\left(\frac{\pi p}{p_0}\right) + 1\right] + \vec{j}cf_0\cos k(x-ct)\end{aligned}$$

그리고 지균풍 상대 소용돌이도는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}\zeta_g &= \frac{1}{f_0}\nabla^2\Phi = \frac{1}{f_0}\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2}\right) \\ &= \frac{1}{f_0}[-cf_0k^{-1}\sin k(x-ct)\times k^2] \\ &= -kc\sin k(x-ct)\end{aligned}$$

(2) 상대 소용돌이도 이류를 수식으로 표현하라.

해설: 지균풍 상대 소용돌이도 이류는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}-\vec{V}_g \cdot \nabla\zeta_g &= -u_g\frac{\partial\zeta_g}{\partial x} - v_g\frac{\partial\zeta_g}{\partial y} \\ &= -c\left[\cos\left(\frac{\pi p}{p_0}\right) + 1\right] [-k^2c\cos k(x-ct)] \\ &\quad - cf_0\cos k(x-ct)\times 0 \\ &= c^2k^2\left[\cos\left(\frac{\pi p}{p_0}\right) + 1\right]\cos k(x-ct)\end{aligned}$$

12장 연습문제

(3) 준지균 소용돌이도 방정식을 이용하여 위 지오펜셀 장과 부합하는 수평 발산 장을 수식으로 표현하라. ($df/dy=0$ 을 가정하라)

해설: $df/dy=0$ 을 가정하고 $\partial\zeta_g/\partial y=0$ 임을 이용하면 수평 발산은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \vec{V} &= -\frac{1}{f_0} \left(\frac{\partial}{\partial t} + u_g \frac{\partial}{\partial x} \right) \zeta_g \\ &= -\frac{1}{f_0} \left(\frac{\partial \zeta_g}{\partial t} + u_g \frac{\partial \zeta_g}{\partial x} \right) \\ &= -\frac{1}{f_0} \left\{ k^2 c^2 \cos k(x-ct) + c \left[\cos \left(\frac{\pi p}{p_0} \right) + 1 \right] [-k^2 c \cos k(x-ct)] \right\} \\ &= -\frac{1}{f_0} \left[-k^2 c^2 \cos \left(\frac{\pi p}{p_0} \right) \cos k(x-ct) \right] \\ &= \frac{k^2 c^2}{f_0} \cos \left(\frac{\pi p}{p_0} \right) \cos k(x-ct)\end{aligned}$$

(4) 등압면 좌표계에서 연속방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

해설: 등압면 좌표계에서 연속방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial \omega}{\partial p} = -\nabla \cdot \vec{V}$$

위 식을 p_0 부터 p 까지 연직으로 적분하면 다음과 같이 고도 p 에서의 ω 를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}\int_{p_0}^p \frac{\partial \omega}{\partial p} dp &= -\int_{p_0}^p \nabla \cdot \vec{V} dp \\ \int_{\omega(p_0)}^{\omega(p)} d\omega &= -\int_{p_0}^p \frac{k^2 c^2}{f_0} \cos \left(\frac{\pi p}{p_0} \right) \cos k(x-ct) dp \\ \omega(p) - \omega(p_0) &= -\frac{k^2 c^2}{f_0} \left(\frac{p_0}{\pi} \right) \left[\sin \left(\frac{\pi p}{p_0} \right) \cos k(x-ct) - \sin \left(\frac{\pi p_0}{p_0} \right) \cos k(x-ct) \right] \\ &= -\frac{k^2 c^2}{f_0} \left(\frac{p_0}{\pi} \right) \sin \left(\frac{\pi p}{p_0} \right) \cos k(x-ct)\end{aligned}$$

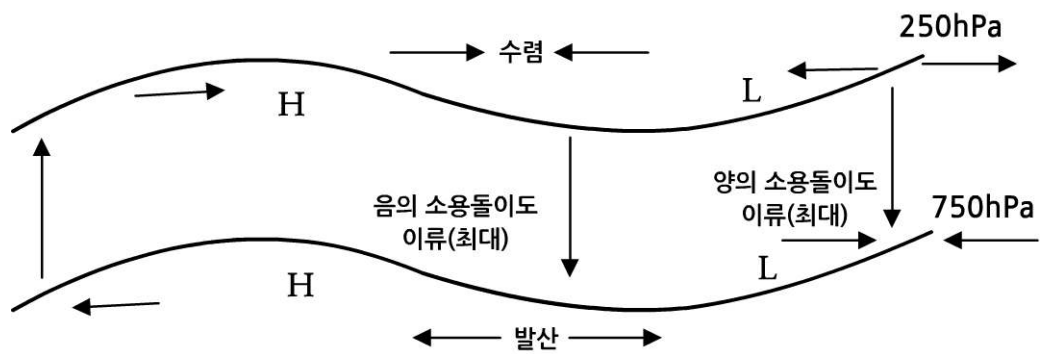
여기서 $\omega(p_0)=0$ 을 가정하고 $\omega(p)=\omega(x, y, p, t)$ 로 쓸 수 있으므로 다음과 같이 표현된다.

$$\omega(x, y, p, t) = -\frac{k^2 c^2}{f_0} \left(\frac{p_0}{\pi} \right) \sin \left(\frac{\pi p}{p_0} \right) \cos k(x-ct)$$

12장 연습문제

(5) 750 hPa 고도와 250 hPa 고도에서의 지오퍼텐셜 장을 스케치하라.
그리고 발산 최대 영역과 수렴 최대 영역을 표시하고 양의 소용돌이도 이류와 음의 소용돌이도 이류를 표시하라.

해설: 750 hPa 고도와 250 hPa 고도에서의 지오퍼텐셜 장과 발산 및 수렴의 최대 영역과 양의 소용돌이도 이류와 음의 소용돌이도 이류의 최대 영역을 아래 그림에 표시하였다.



13장 연습문제

1. 오메가 방정식 (13.10)을 이용하여 다음과 같은 지오펜셀 장에 대한 ω 장을 유도하라. 단 비단열 가열을 Q 를 무시한다.

$$\phi(x, y, p) = \phi_0(p) + f_0 \left[-Uy + k^{-1} V \cos(\pi p/p_0) \sin k(x - ct) \right]$$

해설: 오메가 방정식 (13.10)은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \left(\nabla^2 + \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial^2}{\partial p^2} \right) \omega &= \frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial}{\partial p} \left[\vec{V}_g \cdot \nabla \left(\frac{1}{f_0} \nabla^2 \phi + f \right) \right] \\ &+ \frac{1}{\sigma} \nabla^2 \left[\vec{V}_g \cdot \nabla \left(-\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \right] - \frac{\kappa}{\sigma p} \nabla^2 Q \end{aligned}$$

여기서 위 식의 오른쪽 마지막 항은 무시하고 계산한다.

이 문제에서 주어진 지오펜셀 장에 대하여 $\partial^2 \phi / \partial y^2 = 0$ 이므로 $\partial^2 \omega / \partial y^2 = 0$ 임을 알 수 있다. 따라서 위 식의 왼쪽 항은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\left(\nabla^2 + \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial^2}{\partial p^2} \right) \omega = - \left[k^2 + \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\pi^2}{p_0^2} \right] \omega$$

그리고 오른쪽 항들은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial}{\partial p} \left[u_g \frac{\partial \zeta_g}{\partial x} + v_g \frac{\partial \zeta_g}{\partial y} + \beta v_g \right] + \frac{1}{\sigma} \nabla^2 \left[u_g \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right) + v_g \frac{\partial}{\partial y} \left(-\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right) \right]$$

여기서 ζ_g 는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \zeta_g &= \frac{1}{f_0} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \Phi \\ &= \frac{1}{f_0} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \\ &= -k V \cos \left(\frac{\pi p}{p_0} \right) \sin k(x - ct) \end{aligned}$$

그러므로 $\frac{\partial \zeta_g}{\partial y} = 0$ 이다. 또한 $\frac{\partial}{\partial y} \left(-\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right) = 0$ 이다. 따라서 오른쪽 두 항은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial}{\partial p} \left[u_g \frac{\partial \zeta_g}{\partial x} + \beta v_g \right] + \frac{1}{\sigma} \nabla^2 \left[u_g \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right) \right]$$

13장 연습문제

한편 $u_g = -\frac{1}{f_0} \frac{\partial \Phi}{\partial y}$, $v_g = \frac{1}{f_0} \frac{\partial \Phi}{\partial x}$ 이므로 이들 지균풍 성분은 다음과 같이 표현된다.

$$u_g = U, \quad v_g = V \cos\left(\frac{\pi p}{p_0}\right) \cos k(x - ct)$$

그리고

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial p} \left[u_g \frac{\partial \zeta_g}{\partial x} \right] &= \frac{\partial}{\partial p} \left[U(-k^2 V) \cos\left(\frac{\pi p}{p_0}\right) \cos k(x - ct) \right] \\ &= k^2 UV \left(\frac{\pi}{p_0}\right) \sin\left(\frac{\pi p}{p_0}\right) \cos k(x - ct) \\ \frac{\partial}{\partial p} [\beta v_g] &= -\beta V \left(\frac{\pi}{p_0}\right) \sin\left(\frac{\pi p}{p_0}\right) \cos k(x - ct) \\ \frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial}{\partial p} \left[u_g \frac{\partial \zeta_g}{\partial x} + \beta v_g \right] &= \frac{f_0 V}{\sigma} \left(\frac{\pi}{p_0}\right) [k^2 U - \beta] \sin\left(\frac{\pi p}{p_0}\right) \cos k(x - ct) \end{aligned}$$

이다. 한편

$$\begin{aligned} -\frac{\partial \Phi}{\partial p} &= -\left[\frac{\partial \Phi_0(p)}{\partial p} - f_0 k^{-1} V \left(\frac{\pi}{p_0}\right) \sin\left(\frac{\pi p}{p_0}\right) \sin k(x - ct) \right] \\ u_g \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right) &= f_0 UV \left(\frac{\pi}{p_0}\right) \sin\left(\frac{\pi p}{p_0}\right) \cos k(x - ct) \\ \frac{1}{\sigma} \nabla^2 \left[u_g \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right) \right] &= \frac{1}{\sigma} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[u_g \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right) \right] \\ &= -\frac{1}{\sigma} k^2 f_0 UV \left(\frac{\pi}{p_0}\right) \sin\left(\frac{\pi p}{p_0}\right) \cos k(x - ct) \end{aligned}$$

이다. 그러므로 오른편 두 항을 더하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial}{\partial p} \left[u_g \frac{\partial \zeta_g}{\partial x} + \beta v_g \right] + \frac{1}{\sigma} \nabla^2 \left[u_g \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right) \right] \\ = \left[\frac{f_0}{\sigma} \left(\frac{\pi}{p_0}\right) V(Uk^2 - \beta) - \frac{f_0}{\sigma} k^2 UV \left(\frac{\pi}{p_0}\right) \right] \sin\left(\frac{\pi p}{p_0}\right) \cos k(x - ct) \\ = -\beta \frac{f_0}{\sigma} \left(\frac{\pi}{p_0}\right) V \sin\left(\frac{\pi p}{p_0}\right) \cos k(x - ct) \end{aligned}$$

따라서 결국 다음과 같이 ω 를 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} -\left[k^2 + \frac{f_0^2 \pi^2}{\sigma p_0^2} \right] \omega &= -\beta \frac{f_0}{\sigma} \left(\frac{\pi}{p_0}\right) V \sin\left(\frac{\pi p}{p_0}\right) \cos k(x - ct) \\ \therefore \omega &= \left[\frac{\beta f_0 \pi V / (\sigma p_0)}{k^2 + f_0^2 \pi^2 / (\sigma p_0^2)} \right] \sin\left(\frac{\pi p}{p_0}\right) \cos k(x - ct) \end{aligned}$$

13장 연습문제

2. 다음 두 가지 지오포텐셜 장에 대응하는 Q 벡터 분포를 계산하라.

$$Q_1 = -\frac{R}{p} \left[\frac{\partial u_g}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} \right]$$

$$Q_2 = -\frac{R}{p} \left[\frac{\partial u_g}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \right]$$

$$(1) \phi = \phi_0(p) + cf_0 \{ -y [\cos(\pi p/p_0) + 1] + k^{-1} \text{sink}(c-ct) \}$$

해설: 지균풍 성분들을 먼저 계산해 보자.

$$u_g = -\frac{1}{f_0} \frac{\partial \Phi}{\partial y}, \quad v_g = \frac{1}{f_0} \frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

$$u_g = c \left[\cos\left(\frac{\pi p}{p_0}\right) + 1 \right]$$

$$v_g = c \cos k(x-ct)$$

u_g 와 v_g 가 모두 y 의 함수가 아니므로 $\partial u_g / \partial y = 0$ 이고 $\partial v_g / \partial y = 0$ 이다. 따라서 $Q_2 = 0$ 이다.

$$\frac{\partial u_g}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial v_g}{\partial x} = -kc \text{sink}(x-ct)$$

$\partial \Phi / \partial p = -RT/p$ 이고 $\partial \Phi / \partial p$ 가 x 의 함수가 아니므로 T 가 x 에 독립적이다. 따라서 $\partial T / \partial x = 0$ 이다. 그러므로 Q_1 은 다음과 같이 표현된다.

$$Q_1 = -\frac{R}{p} \frac{\partial v_g}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} = -\frac{R}{p} \frac{\partial v_g}{\partial x} \left(-\frac{p}{R} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y \partial p} \right) = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y \partial p} \frac{\partial v_g}{\partial x}$$

$$= cf_0 \left(\frac{\pi}{p_0} \right) \sin \left(\frac{\pi p}{p_0} \right) \times [-kc \text{sink}(x-ct)]$$

$$= -c^2 f_0 k \left(\frac{\pi}{p_0} \right) \sin \left(\frac{\pi p}{p_0} \right) \text{sink}(x-ct)$$

13장 연습문제

$$(2) \phi = \phi_0(p) - f_0 U_0 y \cos(\pi p/p_0) + f_0 c k^{-1} \sin kx$$

해설: 지균풍 성분을 먼저 계산한다.

$$u_g = U_0 \cos\left(\frac{\pi p}{p_0}\right)$$

$$v_g = c \sin kx$$

u_g 와 v_g 가 모두 y 의 함수가 아니므로 $Q_2 = 0$ 이다.

$$\frac{\partial u_g}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial v_g}{\partial x} = kc \cos kx$$

$\partial\Phi/\partial p$ 가 x 의 함수가 아니므로 T 가 x 에 독립적이다. 즉, $\partial T/\partial x = 0$ 이다. 따라서 Q_1 은 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} Q_1 &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y \partial p} \frac{\partial v_g}{\partial x} \\ &= f_0 U_0 \left(\frac{\pi}{p_0}\right) \sin\left(\frac{\pi p}{p_0}\right) \times kc \cos kx \\ &= f_0 U_0 kc \left(\frac{\pi}{p_0}\right) \sin\left(\frac{\pi p}{p_0}\right) \cos kx \end{aligned}$$

14장 연습문제

1. 내부 중력파의 구조가 그림 14.10과 같이 됨을 설명하라.

해설: 그림 14.10은 $\bar{u}=0$ 의 경우에 해당하는 그림이다.

그러므로 이에 해당하는 방정식 세트는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\frac{\partial u'}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial w'}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} - \frac{\theta'}{\theta} g &= 0 \\ \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial w'}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \theta'}{\partial t} + w' \frac{d\bar{\theta}}{dz} &= 0\end{aligned}$$

섭동 변수들을 다음과 같이 전파하는 형태의 해로 가정한다.

$$(u', v', w', p'/\rho_0) = \text{Re} [(\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}, \hat{p}) \exp i(kx + ly + mz - \nu t)]$$

이 경우는 $l=0$ 에 해당하므로 이 해를 위 방정식 세트에 대입하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$-i\nu\hat{u} + ik\hat{p} = 0 \quad (1)$$

$$-i\nu\hat{w} + im\hat{p} - \frac{g}{\theta}\hat{\theta} = 0 \quad (2)$$

$$ik\hat{u} + im\hat{w} = 0 \quad (3)$$

$$-i\nu\hat{\theta} + \frac{d\bar{\theta}}{dz}\hat{w} = 0 \quad (4)$$

어떤 주어진 시간에 위상 $\phi = kx + mz - \nu t = \text{상수}$ 이므로 $kx + mz = \text{상수}$ 이다.

$$\therefore z = -\frac{k}{m}x + \frac{\text{상수}}{m}$$

$k > 0$ 으로 놓고 $c_x = \nu/k > 0$ 이고 $c_z = \nu/m < 0$ 임을 감안하면 $\nu > 0$ 과 $m < 0$ 임을 알 수 있다. 따라서 $-k/m > 0$ 이다. 즉, 위상선의 기울기가 양이므로 위상선은 그림 14.10과 같이 기울어진다.

14장 연습문제

(1)로부터 $-\nu\hat{u} + k\hat{p} = 0$ 이므로 다음 관계식을 얻는다.

$$\hat{p} = \frac{\nu}{k}\hat{u}$$

여기서 $\nu/k > 0$ 이므로 \hat{p} 과 \hat{u} 은 같은 위상을 갖고 있다.

(3)으로부터 $k\hat{u} + m\hat{w} = 0$ 이므로 다음 관계식을 얻는다.

$$\hat{w} = -\frac{k}{m}\hat{u}$$

여기서 $-k/m > 0$ 이므로 \hat{w} 과 \hat{u} 은 같은 위상을 갖고 있다.

(4)로부터 다음 관계식을 얻을 수 있다.

$$\hat{w} = i\frac{\nu}{d\theta/dz}\hat{\theta}$$

여기서 $\nu > 0$ 이고 $d\bar{\theta}/dz > 0$ 이므로 \hat{w} 과 $\hat{\theta}$ 은 90° 위상 차를 갖는다. 그러므로 내부 중력파의 구조는 그림 14.10과 같다.

2. 방정식 (14.71)에서 주어진 관성 중력파에 대한 균속도 성분의 비를 증명하라.

해설: $l=0$ 에 대하여 $\nu^2 = f^2 + N^2k^2/m^2$ 이다.

이 분산 관계식의 양변을 k 로 편미분하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} 2\nu\partial\nu/\partial k &= 2N^2k/m^2 \\ \therefore c_{gx} &= \frac{\partial\nu}{\partial k} = \frac{N^2k}{\nu m^2} \end{aligned}$$

한편 위 분산 관계식의 양변을 m 으로 편미분하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} 2\nu\partial\nu/\partial m &= -2N^2k^2/m^3 \\ \therefore c_{gz} &= \frac{\partial\nu}{\partial m} = -\frac{N^2k^2}{\nu m^3} \end{aligned}$$

그러므로 균속도의 비는 다음과 같이 표현된다.

$$|c_{gz}/c_{gx}| = \left| \frac{N^2k^2}{\nu m^3} \times \frac{\nu m^2}{N^2k} \right| = \left| \frac{k}{m} \right|$$

한편 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \nu^2 - f^2 &= \frac{N^2k^2}{m^2} \\ \frac{\nu^2 - f^2}{N^2} &= \frac{k^2}{m^2} \\ \therefore \frac{k}{m} &= \pm \frac{(\nu^2 - f^2)^{1/2}}{N} \end{aligned}$$

즉, $\left| \frac{k}{m} \right| = \frac{(\nu^2 - f^2)^{1/2}}{N}$ 이다.

14장 연습문제

3. 소용돌이도 방정식의 선형화 형태인 방정식 (12.22)와 β 평면 근사를 사용하여 깊이 h 인 균질 비압축성 해양에 대한 로스비 파 위상 속도를 유도하라. 기본 상태는 운동이 없고 섭동은 x 와 t 에만 의존하며 그 크기가 작다고 가정한다: 즉, 다음과 같이 가정한다.

$$u = u'(x, t), \quad v = v'(x, t), \quad h = H + h'(x, t)$$

여기서 H 는 해양의 평균 깊이이다.

해설: 기본 상태는 운동이 없으므로 $\bar{u} = 0$ 이다. 이 때 연속방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial h'}{\partial t} + H \frac{\partial u'}{\partial x} = 0$$

지균풍 관계식에 의하면 v' 은 다음과 같다.

$$v' = \frac{g}{f_0} \frac{\partial h'}{\partial x}$$

이제 아래 소용돌이도 방정식으로부터 선형화된 섭동 소용돌이도 방정식을 유도하자.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\zeta + f) + u \frac{\partial}{\partial x}(\zeta + f) + v \frac{\partial}{\partial y}(\zeta + f) &= -f \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y} + v \frac{\partial f}{\partial y} &= -f \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \end{aligned}$$

소용돌이도는 다음과 같이 선형화된다.

$$\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v'}{\partial x} = \frac{g}{f_0^2} \frac{\partial^2 h'}{\partial x^2} = \zeta'$$

그러므로 섭동 소용돌이도 방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{g}{f_0} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 h'}{\partial x^2} \right) + \beta v' = -f_0 \frac{\partial u'}{\partial x}$$

연속방정식으로부터 다음 식을 얻는다.

$$\frac{\partial u'}{\partial x} = -\frac{1}{H} \frac{\partial h'}{\partial t}$$

이것을 위 섭동 소용돌이도 방정식에 대입하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \frac{g}{f_0} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 h'}{\partial x^2} \right) + \beta \frac{g}{f_0} \frac{\partial h'}{\partial x} &= \frac{f_0}{H} \frac{\partial h'}{\partial t} \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 h'}{\partial x^2} \right) + \beta \frac{\partial h'}{\partial x} &= \frac{f_0^2}{gH} \frac{\partial h'}{\partial t} \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{f_0^2}{gH} \right) h' + \beta \frac{\partial h'}{\partial x} &= 0 \end{aligned}$$

14장 연습문제

$h' = h_0 e^{ik(x-ct)}$ 을 가정하고 이 식을 위 식에 대입하면 다음과 같이 된다.

$$(-ikc) \left[(ik)^2 - \frac{f_0^2}{gH} \right] + \beta(ik) = 0$$

$$ik^3 c + i \frac{f_0^2}{gH} kc + ik\beta = 0$$

$$k^2 c + \frac{f_0^2}{gH} c + \beta = 0$$

$$\left(k^2 + \frac{f_0^2}{gH} \right) c = -\beta$$

$$\therefore c = -\frac{\beta}{k^2 + f_0^2/gH}$$

15장 연습문제

1. 내부 경압 로스비 파[식 (15.23)]의 경우에 ω'_2 장이 250 hPa 지오펜셀 장과 1/4 파장의 위상 차가 나고 최대 상승 운동이 250hPa 골의 서쪽에 나타남을 증명하라.

해설: 식 (15.23)은 다음과 같다.

$$c_2 = U_m - \beta / (k^2 + 2\lambda^2)$$

내부 경압 로스비 파의 경우에 다음 식을 만족한다.

$$A = 0 \text{ 즉 } \psi_m = 0 \text{ 또는 } \psi'_1 + \psi'_3 = 0$$

$$\therefore \psi'_1 = -\psi'_3$$

그러므로 ψ_T 는 다음과 같이 표현된다.

$$\psi_T = \frac{\psi'_1 - \psi'_3}{2} = \frac{\psi'_1 + \psi'_1}{2} = \psi'_1$$

$$\psi_T = B e^{ik(x-ct)}$$

방정식 (15.12)로부터 $U_T = 0$ 인 경우에 대하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$[-ikc + U_m ik](ik)^2 + \beta(ik) \psi'_1 = \frac{f_0}{\delta p} \omega'_2$$

$$ik[(c - U_m)k^2 + \beta] \psi'_1 = \frac{f_0}{\delta p} \omega'_2$$

여기서 $c = c_2 = U_m - \beta / (k^2 + 2\lambda^2)$ 을 위 식에 대입하면 다음과 같이 된다.

$$ik \left[\left(U_m - \frac{\beta}{k^2 + 2\lambda^2} - U_m \right) k^2 + \beta \right] \psi'_1 = \frac{f_0}{\delta p} \omega'_2$$

$$ik \left[\frac{-\beta k^2 + \beta k^2 + 2\beta \lambda^2}{k^2 + 2\lambda^2} \right] \psi'_1 = \frac{f_0}{\delta p} \omega'_2$$

$$\therefore \omega'_2 = ik \frac{\delta p}{f_0} \frac{2\beta \lambda^2}{k^2 + 2\lambda^2} \psi'_1$$

그리고 $\omega'_2 \approx -\rho g w'_2$ 이고 $\psi'_1 = \Phi'_1 / f_0$ 이므로 다음과 같이 비례식으로 표현할 수 있다.

$$w'_2 \propto -i \Phi'_1 \quad \text{그리고} \quad \omega'_2 \propto i \Phi'_1$$

$$\psi'_1 \propto \Phi'_1 \propto \text{Re} [\cos k(x-ct) + i \sin k(x-ct)]$$

$$\therefore \Phi'_1 \propto \cos k(x-ct)$$

$$w'_2 \propto -\sin k(x-ct)$$

따라서 ω'_2 장이 Φ'_1 장(250hPa 지오펜셀 장)과 1/4 파장 즉 90° 위상 차가 나고 최대 상승 운동(w'_2 최대값)이 250hPa 골의 서쪽에 나타남을 알 수 있다.

15장 연습문제

2. 2층 모델에서 기본 상태와 섭동 변수가 식 (15.8)과 같이 주어졌을 때, Q 벡터의 성분 Q_1 과 Q_2 가 다음과 같이 됨을 보여라.

$$Q_1 = \frac{2f_0}{\delta p} U_T \zeta'_2, \quad Q_2 = 0$$

해설: 식 (15.8)은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \psi_1 &= -U_1 y + \psi_1'(x, t) \\ \psi_3 &= -U_3 y + \psi_3'(x, t) \\ \omega_2 &= \omega_2' \end{aligned}$$

이로부터 Q 벡터의 성분 Q_1 과 Q_2 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} Q_1 &= \frac{f_0}{\delta p} \left[-\frac{\partial \vec{V}_2}{\partial x} \cdot \nabla(\psi_1 - \psi_3) \right] \\ &= \frac{f_0}{\delta p} \left[-\frac{\partial}{\partial x} (\vec{k} \times \nabla \psi_2) \cdot \nabla(\psi_1 - \psi_3) \right] \\ &= \frac{f_0}{\delta p} \left[-\frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{\partial \psi_2}{\partial y} \right) \frac{\partial}{\partial x} (\psi_1 - \psi_3) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \psi_2}{\partial x} \right) \frac{\partial}{\partial y} (\psi_1 - \psi_3) \right] \\ &= \frac{f_0}{\delta p} \left[\frac{\partial^2 \psi_2'}{\partial x^2} (U_1 - U_3) \right] \\ &= \frac{2f_0}{\delta p} U_T \zeta_2' \\ Q_2 &= \frac{f_0}{\delta p} \left[-\frac{\partial}{\partial y} \left(-\frac{\partial \psi_2}{\partial y} \right) \frac{\partial}{\partial x} (\psi_1 - \psi_3) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \psi_2}{\partial x} \right) \frac{\partial}{\partial y} (\psi_1 - \psi_3) \right] \\ &= 0 \end{aligned}$$

15장 연습문제

3. 식 (15.40)의 유도 과정을 자세히 설명하라.

해설: 식 (15.40)을 유도하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \overline{\psi_T \frac{\partial \psi_m}{\partial x}} &= \frac{1}{L} \int_0^L A_T \cos k(x+x_0-ct) \frac{\partial}{\partial x} A_m \cos k(x-ct) dx \\
 &= \frac{1}{L} \int_0^L A_T \cos k(x+x_0-ct) (-k) A_m \sin k(x-ct) dx \\
 &= -\frac{k A_T A_m}{L} \int_0^L \cos k(x+x_0-ct) \sin k(x-ct) dx \\
 &= -\frac{k A_T A_m}{L} \left\{ \int_0^L \cos kx_0 \cos k(x-ct) \sin k(x-ct) dx \right. \\
 &\quad \left. - \int_0^L \sin kx_0 [\sin k(x-ct)]^2 dx \right\} \\
 &= -\frac{k A_T A_m}{L} \left\{ -\sin kx_0 \int_0^L [\sin k(x-ct)]^2 dx \right\} \\
 &= \frac{k A_T A_m \sin kx_0}{L} \times \frac{1}{2} \\
 &= \frac{A_T A_m k \sin kx_0}{2}
 \end{aligned}$$

15장 연습문제

4. 온도 T_s 인 등은 대기에서 대수-압력 좌표계의 연직 좌표 z^* 가 기하학적 고도 z 와 같음을 증명하고, 밀도의 연직 분포가 다음과 같음을 보이라.

$$\rho_0(z^*) = \rho_s \exp(-z^*/H)$$

해설: 온도 T_s 인 등은 대기에서 압력의 연직 분포에 대한 식은 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} dp &= -\rho g dz \\ &= -\frac{p}{RT_s} g dz \\ \therefore \frac{dp}{p} &= -\frac{g}{RT_s} dz \end{aligned}$$

이 식을 연직으로 적분하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \int_{p_s}^p \frac{dp}{p} &= -\frac{g}{RT_s} \int_0^z dz \\ \ln \frac{p}{p_s} &= -\frac{gz}{RT_s} \\ \therefore p &= p_s \exp\left(-\frac{g}{RT_s} z\right) \\ &= p_s \exp\left(-\frac{z}{H}\right) \end{aligned}$$

여기서 $H \equiv RT_s/g$ 는 규모 고도이다.

한편 등은 대기에서 z^* 는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} z^* &\equiv -H \ln \frac{p}{p_s} \\ &= -H \ln \frac{p_s e^{-z/H}}{p_s} \\ &= -H \times \left(-\frac{z}{H}\right) \\ &= z \end{aligned}$$

그러므로 등은 대기에서 대수-압력 좌표계의 연직 좌표 z^* 는 기하학적 고도 z 와 같다.

그리고 등은 대기의 대수-압력 좌표계에서 밀도의 연직 분포는 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$p = \rho RT_s$$

등은 대기에서 이 식을 미분하면 다음과 같다.

$$dp = RT_s d\rho$$

15장 연습문제

정역학 방정식 $dp = -\rho g dz$ 와 바로 위 식으로부터 다음 식을 얻는다.

$$RT_s d\rho = -\rho g dz$$

그리고 다음과 같이 표현하여 연직으로 적분한다.

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{g}{RT_s} dz$$

$$\int_{\rho_s}^{\rho} \frac{d\rho}{\rho} = -\frac{g}{RT_s} \int_0^z dz$$

$$\ln \frac{\rho}{\rho_s} = -\frac{gz}{RT_s}$$

$$\therefore \rho = \rho_s \exp\left(-\frac{g}{RT_s} z\right)$$

$$= \rho_s \exp\left(-\frac{z^*}{H}\right)$$

즉 $\rho_0(z^*) = \rho_s \exp(-z^*/H)$ 이다.

15장 연습문제

5. 등압 좌표계에서 열역학 에너지 방정식은 다음과 같이 표현된다. 이를 이용하여 대수-압력 좌표계에서 열역학 에너지 방정식이 (15.45)와 같이 됨을 보여라.

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + \omega \frac{\partial T}{\partial p} - \frac{\alpha}{c_p} \omega = \frac{Q}{c_p}$$

해설: 대수-압력 좌표계에서 열역학 에너지 방정식 (15.45)는 다음과 같이 유도된다.

등압면 좌표계에서 열역학 에너지 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + \omega \frac{\partial T}{\partial p} - \frac{\alpha}{c_p} \omega = \frac{Q}{c_p}$$

대수-압력 좌표계에서 정역학 방정식은 $\partial\Phi/\partial z^* = RT/H$ 이므로 이로부터 $T = (H/R)\partial\Phi/\partial z^*$ 임을 알 수 있다. 이것을 위 열역학 에너지 방정식에 대입하면 다음과 같이 표현된다.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) \left(\frac{H}{R} \frac{\partial\Phi}{\partial z^*} \right) + \omega \frac{\partial T}{\partial p} - \frac{\alpha}{c_p} \omega = \frac{Q}{c_p}$$

이 방정식의 모든 항을 H/R 로 나누면 다음과 같이 된다.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) \frac{\partial\Phi}{\partial z^*} + \frac{R}{H} \frac{\partial T}{\partial p} \omega - \frac{R}{H} \frac{\alpha}{c_p} \omega = \frac{R}{H} \frac{Q}{c_p}$$

또는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) \frac{\partial\Phi}{\partial z^*} + \left(\frac{R}{H} \frac{\partial T}{\partial p} - \frac{\alpha\kappa}{H} \right) \omega = \frac{\kappa Q}{H}$$

여기서 $\left(\frac{R}{H} \frac{\partial T}{\partial p} - \frac{\alpha\kappa}{H} \right) \omega$ 항을 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} \left(\frac{R}{H} \frac{\partial T}{\partial p} - \frac{\alpha\kappa}{H} \right) \omega &= \left(\frac{R}{H} \frac{\partial T}{\partial p} - \frac{\kappa\alpha}{H} \right) \left(-\frac{p}{H} w^* \right) \\ &= \left(-\frac{pR}{H^2} \frac{\partial T}{\partial p} + \frac{\kappa p\alpha}{H^2} \right) w^* \\ &= \frac{R}{H} \left(-\frac{p}{H} \frac{\partial T}{\partial p} + \frac{\kappa T}{H} \right) w^* \\ &= \frac{R}{H} \left(-\frac{1}{H} \frac{\partial T}{\partial \ln p} + \frac{\kappa T}{H} \right) w^* \\ &= \frac{R}{H} \left(\frac{\partial T}{\partial z^*} + \frac{\kappa T}{H} \right) w^* \end{aligned}$$

그러므로 대수-압력 좌표계에서 열역학 에너지 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \right) \frac{\partial\Phi}{\partial z^*} + w^* N^2 = \frac{\kappa Q}{H}$$

여기서 $N^2 \equiv \frac{R}{H} \left(\frac{\partial T}{\partial z^*} + \frac{\kappa T}{H} \right)$ 이다.